ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

ATTI
DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA
DE' NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 *dicembre* 1850

E COMPILATI DAL SEGRETARIO

TOMO XXVII. - ANNO XXVII.

(1873-1874)

ROMA

TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE

Via Lata N.° 211. A.

1874

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE I^a DEL 21 DICEMBRE 1873

PRESIDENZA DEL SIG. COMM.^RE PROF. BENEDETTO VIALE PRELA'

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

SULLA DISTRIBUZIONE DELLE PROTUBERANZE INTORNO AL DISCO SOLARE CON ALCUNE RICERCHE SULLA RADIAZIONE ELETTRICA PARAGONATA ALLA SOLARE.

UNDECIMA COMUNICAZIONE

DEL P. ANGELO SECCHI.

Continuo a dare i risultati che ho raccolto intorno alle protuberanze solari, facendo seguito ai quadri già pubblicati nelle precedenti comunicazioni. La serie presente abbraccia 6 rotazioni dal 23 aprile al 2 Ottobre anno corrente, ed è contenuta nelle seguenti tavole A e B.

TAVOLA A. — *Rotazioni solari e loro rapporti.*

ROTAZIONI 1873	PRINCIPIO	FINE	NUMERO delle protuberanze	NUMERO dei giorni d' osservazione	MEDIO diurno	MASSIMO diurno	MINIMO diurno
XXVII	23 aprile.....	18 maggio...	173	17	10,0	13	8
XXVIII......	19 maggio ...	14 giugno....	139	17	8,2	12	5
XXIX........	15 giugno....	17 luglio	216	25	8,6	11	6
XXX..........	13 luglio	8 agosto.....	229	27	8,4	11	3
XXXI	9 agosto.....	4 settembre	104	18	5,8	9	2
XXXII	6 settembre	2 ottobre...	191	23	8,3	12	5
			1052	127			

Tavola B. — *Riassunto delle osservazioni delle protuberanze solari dal 23 aprile al 2 ottobre 1873.*

	Latitudine Nord									Latitudine Sud								
	da 90° a 80°	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90
	Numero delle protuberanze generali																	
Rot. XXVII	»	»	9	7	10	20	17	9	15	13	18	24	13	12	8	4	»	1
» XXVIII	»	»	»	8	7	15	9	10	18	13	18	11	11	8	7	3	1	»
» XXIX	1	1	1	10	14	19	15	21	14	20	24	20	19	14	15	7	»	»
» XXX	»	»	5	10	10	16	27	21	16	18	26	20	30	8	10	8	3	1
» XXXI	»	»	1	6	3	10	11	9	13	11	12	11	12	5	1	»	»	»
» XXXII	»	2	7	9	8	13	25	16	15	23	22	14	22	7	4	2	»	1
Somma	1	3	23	50	52	93	104	86	91	98	120	100	107	54	45	24	4	3
	Numero delle protuberanze di 64″ e al di sopra.																	
Rot. XXVII	»	»	»	1	1	2	1	2	3	6	1	6	1	»	»	»	»	»
» XXVIII	»	»	»	»	»	5	1	1	4	2	2	2	1	»	1	»	»	»
» XXIX	»	»	»	»	2	2	1	5	4	1	5	3	»	»	»	»	»	»
» XXX	»	»	»	1	1	6	11	4	2	2	1	5	6	2	»	»	»	»
» XXXI	»	»	1	1	1	6	1	1	2	2	1	2	1	2	»	»	»	»
» XXXII	»	»	»	2	2	5	6	4	5	2	4	3	4	2	»	»	»	»
Somma	»	»	1	5	7	26	21	17	20	15	14	21	13	6	1	»	»	»
	Altezza delle protuberanze. Unità di misura = 8″,																	
Rot. XXVII	»	»	4.1	5.8	5.6	5.8	4.9	5.4	5.7	6.4	4.9	5.7	4.9	4.5	4.8	4.2	»	3.0
» XXVIII	»	»	»	4.5	4.5	6.2	4.7	5.0	5.1	5.6	5.1	5.1	5.0	4.9	6.2	5.3	4.0	»
» XXIX	3.0	6.0	5.0	4.8	5.8	4.9	5.3	6.3	5.5	5.1	5.7	5.6	4.7	4.4	4.3	4.5	»	»
» XXX	»	»	4.5	6.5	6.0	6.6	7.0	5.4	5.4	5.5	5.1	6.9	6.7	6.3	4.5	4.0	3.0	4.0
» XXXI	»	»	8.0	5.2	7.0	6.9	5.8	4.7	4.8	6.5	5.4	5.7	5.5	6.5	3.0	»	»	»
» XXXII	»	4.5	6.1	5.8	5.5	6.8	6.3	5.5	5.8	5.9	5.8	5.5	5.8	6.3	3.5	4.0	»	4.0
Medie	3.0	5.2	5.5	4.1	5.7	5.9	5.7	5.4	5.4	5.8	5.3	5.7	5.4	5.5	4.4	4.3	3.5	2.7
	Larghezza media delle protuberanze. Unità = 16″																	
Rot. XXXII	»	»	4.5	6.7	6.8	6.3	6.2	7.5	6.7	7.2	7.5	7.3	6.3	5.7	5.9	5.5	»	5.0
» XXVIII	»	»	»	4.7	6.7	7.3	5.7	5.4	6.5	5.5	8.5	6.2	6.2	4.6	6.7	5.5	6.0	»
» XXIX	10.0	5.0	5.0	5.1	6.4	7.1	5.8	7.3	6.4	6.3	6.7	6.4	5.7	5.0	5.6	4.5	»	»
» XXX	»	»	4.8	5.8	6.7	7.5	7.9	6.8	6.2	6.7	6.7	6.9	7.1	5.1	4.5	6.3	8.8	4.0
» XXXI	»	»	10.0	7.8	6.3	8.7	7.3	7.0	6.7	6.7	7.8	7.2	8.7	8.5	8.0	»	»	»
» XXXII	»	7.0	6.7	6.4	5.9	7.3	8.5	7.5	7.9	6.2	6.2	6.5	6.7	7.1	8.0	4.0	»	4.0
Medie	10.0	6.0	5.2	6.1	6.5	7.4	6.9	7.9	6.7	6.4	7.4	6.8	6.8	6.0	6.4	5.5	7.4	4.3
	Area media delle protuberanze. Unità = 8″ × 16″																	
Rot. XXVII	»	»	17	44	45	33	29	43	36	53	37	40	30	26	30	23	»	15
» XXVIII	»	»	»	23	17	52	19	35	34	72	38	31	34	35	43	33	14	»
» XXIX	30	30	38	24	39	33	38	37	37	33	43	39	26	21	25	23	»	»
» XXX	»	16	21	36	41	47	46	38	43	41	33	50	45	37	19	33	27	16
» XXXI	»	»	80	38	27	72	46	35	36	49	48	35	42	85	24	»	»	»
» XXXII	»	30	35	38	36	51	55	43	54	43	34	40	39	52	27	16	»	16
Totale......	30	25	38	34	36	48	39	37	40	42	39	39	36	42	28	26	26	15
	Estensione delle facole in gradi di circonferenza																	
Rot. XXVII	»	7.0	10.0	7.5	4.1	5.5	7.5	6.5	6.2	7.9	9.1	5.7	6.0	9.0	»	»	»	»
» XXVIII	10.0	8.0	6.0	5.0	4.6	7.2	7.0	6.5	6.1	5.7	8.3	5.9	7.6	5.5	1.0	1.0	6.0	»
» XXIX	»	»	»	7.0	1.5	5.3	6.0	6.5	6.8	6.3	7.5	6.7	7.3	3.0	»	»	»	»
» XXX	0	»	»	»	5.0	5.3	5.8	6.7	5.4	6.1	6.9	5.4	3.5	7.0	1.0	»	»	»
» XXXI	»	»	»	»	»	5.0	4.3	8.1	5.3	6.1	8.2	7.1	4.6	»	»	»	6.0	1.0
» XXXII	»	»	»	»	»	4.0	3.9	7.9	5.5	4.4	6.2	7.5	6.5	4.2	3.0	5.0	»	2.0
Medie	10.0	7.5	8.0	9.7	7.6	5.4	5.8	7.0	5.9	6.1	7.7	6.4	5.9	5.5	4.7	7.5	6.0	1.5

Queste osservazioni non hanno più quell'attrattiva che aveano qualche anno fa: la novità è cessata, e la loro frequenza e bellezza è molto diminuita. Ma questo stesso forma un fatto de'più importanti degno di studio accurato, e mostra che vi è necessità grande di continuarne l'esame per iscoprire la legge di queste variazioni.

La serie presente mostra un decremento continuo nel numero e nella grandezza delle eruzioni. Il minimo cade in Agosto alla rotazione XXXI. Questo risulta da una semplice occhiata data a questi quadri paragonandoli coi precedenti. Dopo si è avuto qualche recrudescenza, ma di poco valore. Così mentre nelle prime serie del 1871 le eruzioni o protuberanze belle arrivavano in media al numero di 14 a 15 per giorno, con dei massimi di 20 e 23, e che rare volte scendevano a 10: ora invece il numero medio e di 8 a 9 e i massimi non oltrepassano 12. I minimi sono 4 e 5 e talora 2 o 3 soltanto in giornate belle e cogli stessi strumenti ed osservatori di prima. In qualche giorno può esser che un cielo velato leggermente abbia impedito di vedere le più deboli e leggere, ma in generale ciò non è ammissibile.

È dunque un fatto positivo il decremento notabile delle protuberanze. Questo decremento è generale, ma per la regione polare è così deciso che non se ne è visto più nessuna da un pezzo, e solo in rare occasioni ci è stato dato di avere la cromosfera più alta e qualche sfilaccio.

Ciò che dicesi del numero, dicasi delle altezze che sono assai diminuite, specialmente nei getti. Resta però costante il fatto importante che fra 30° e 40° di latitudine eliografica si hanno quelle delle maggiori altezze nell'emisfero Nord e fra 20° e 30° nel Sud.

Le belle eruzioni poi a spettro metallico sono divenute una assoluta rarità in questi ultimi mesi. Quelle che si sono avute sono state basse, scarse ed intermittenti all'estremo. Questo fatto se fosse accaduto 4 anni prima, forse avrebbe impedito le belle scoperte che si sono fatte in questo intervallo. Questa fu probabilmente la ragione per cui tanto si penava nel 1869 a trovare le protuberanze. Aggiungendo alle nostre la serie antecedente fatta del Respighi troviamo che il massimo cade nel Maggio e Giugno 1871. Confrontando questo andamento con quello delle macchie si trova essere assolutamente parallelo, ma con una differenza importante. Le macchie non sono state molto più scarse di numero, ma molto più limitate in grandezza e in profondità: onde si vede la necessità di darne le aree e non solo il numero: le eruzioni povere han dato macchie poco oscure e dissolventesi rapidamente. È stato caso frequente vedere su di una bella facola formarsi un punto nero, e sciogliersi

prestissimo. Questo fatto è una fase delle eruzioni rudimentarie, che abbiamo verificato aver luogo più volte, quando il dì seguente giunta la facola all'orlo dava un area cromosferica vivissima con piccolissimi getti metallici isolati.

Tali facole mostravano una attività debole che sollevava alquanto la cromosfera, e con una piccola eruzione dava sfogo alla massa de' gas interni; ma questi essendo scarsi, si dissipavano rapidamente e la macchia spariva sul suo nascere. Così si spiega anche come piccole eruzioni possano accadere senza che nascano macchie, perchè la massa può dissiparsi a mano mano che si produce. Colla assidua osservazione di questi fenomeni la calma attuale è riescita molto istruttiva. Inoltre bisogna avvertire che non tutti i vapori metallici sono egualmente idonei a dare una regione fosca e scura. Sopra tutti è efficace il sodio e le sue righe si dilatano molto, e perciò nerissime sono le macchie ove esso abbonda: meno efficace è il magnesio le cui righe si dilatano meno. Dopo il sodio viene il calcio, il ferro ed altre sostanze ignote che danno spettri ombrati e zone sfumate analoghe agli spettri di 1° ordine di certi gas che esister possono in queste regioni più fredde.

Con questa occasione verrò esponendo alcune riflessioni ed esperimenti che ho fatto in questo periodo di tempo.

È ora più che mai fervente la discussione sulla natura delle macchie solari. Alcuni han negato assolutamente le eruzioni, altri ne hanno dubitato, e non potendo negare i fatti si sono dati premura di cercare come possano aver luogo, non non potendo ivi esser ammessa una crosta solida dai cui fori esca la materia. Le nostre osservazioni e quelle del Tacchini hanno provato che di tali fori non è necessità alcuna, perchè i filamenti luminosi si trovano lanciati anche da masse isolate e staccate, sospese come nubi, ove crosta solida certamente non è. Però fra tutti fu solenne il caso osservato e disegnato dal P. Ferrari il 25 agosto 1872 in cui dalle $10^h\,45^m$ alle $12^h\,15^m$ egli vide mantenersi sospesa in alto ed isolata una gran massa luminosa a forma di vaso nella parte inferiore quasi sferica, vivissima alla base, e che sopra si scioglieva in fiamma come una cometa ardente. Dal basso partivano pochi filamenti che si lanciavano verso la cromosfera. Questa massa durava ancora il dì appresso e solo era diminuita di volume. Sono poi frequenti i getti isolati a forma di ventaglio, i quali non han radice che tocchi la fotosfera. A spiegare la forma di questi getti non è mestieri di fori in parete solida, ma bastano violenti moti di una massa gassosa. Infatti molte di queste forme si vedono anche nei nostri cirri filari atmosferici, quando il vento attortiglia le nubi.

Dovremo però ammettere con questo che le eruzioni non esistono, e pronunziare con un distinto scienziato, che i fatti protestano contro il nome di eruzione? Questa sentenza può venire soltanto da persona che non ha mai veduto nulla di queste cose. Quello che si può solo concludere da certi fatti si è, che vi sono agitazioni superficiali con forme imitanti i getti, che non sono realmente tali. Ma è impossibile negare che vi siano veri getti che vengono da parti più profonde, e masse che sollevatesi e lanciate compatte in alto conservano ivi la loro temperatura sciogliendosi lentamente: queste sole chiamiamo eruzioni, le altre derivano nell'atmosfera solare da movimenti analoghi a quelli che vediamo nella nostra.

Quanto alle croste solide galleggianti per spiegare le macchie, il sig. Reye ha fatto loro completamente giustizia, mostrando tutte le incongruenze di tale ipotesi, anche senza ricorrere alla temperatura propria del sole (V. Poggendorff Annalen ecc.) onde questa ipotesi è decorosamente sepolta. Sul fine di questo suo scritto il dotto professore fa notare che tra la sua teoria (che è quella di Galileo e di Kirchhoff, cioè che le macchie siano nubi) vi è poca differenza colla nostra, e che noi evitiamo *la parola nuvola senza darne la ragione*.

Ci sia permesso una osservazione. Noi abbiamo nelle nostre pubblicazioni più volte detto perchè non adottiamo la parola nuvola: ora qui lo ripeteremo, aggiungendo qualche schiarimento.

La ragione principale è, perchè secondo i citati filosofi la nube sarebbe sospesa in alto sopra la fotosfera, e noi abbiamo invece dimostrato che la parte nera della macchia è generalmente depressa nella fotosfera, talchè si ha il caso non di una massa fosca che invade la lucida, come vogliono i citati autori col Donati, ma invece di una massa lucida che invade la nera, la qual massa lucida scorre talora *sopra* la nera. Questo carattere non isfuggì all'acuto osservatore Herschel, il quale perciò suppose esservi un nucleo oscuro sotto dello strato lucido, e che questo si squarciasse ec. Ma senza ammettere uno strato oscuro generale per tutto il sole, può benissimo spiegarsi l'apparenza con uno strato parziale che occupa solo una regione limitata. Questo strato sarebbe formato dalla massa de'gas eruttati e raffreddati che pel loro peso specifico si internano e si affondano dentro la fotosfera.

Abbiamo anche dato un altra ragione dell' evitare la parola *nube* per le macchie: ed è che la nube intesa in senso comune involge lo stato di un vapore precipitato in gocce liquide o cristallini solidi e perciò opaco assolutamente. Ora le masse costituenti le macchie non sono propriamente *opa-*

che, ma solo *assorbenti certi raggi solari* secondo la loro natura, e perciò sono realmente in istato gassoso, perchè se fossero fatte di cristallini solidi o gocce liquide li assorbirebbero tutti indistintamente. Se vi è cosa che possa rappresentare le nostre nubi è la fotosfera, le cui lingue realmente sono opache, e quando s' incrociano le superiori non lasciano vedere attraverso le sottoposte.

Questo fatto da noi notato distintamente più volte, ci fà piegare più all'ipotesi Wilsoniana che suppone la fotosfera una specie di vapore precipitato, che alla Franklandiana, la quale vuole che essa sia un gas incandescente sotto forte pressione, e perciò dotata di spettro continuo. Questa pressione così forte non si saprebbe trovare nello strato esteriore: però potrebbe forse supplirvi la temperatura. Quindi è che questo punto rimane ancora per noi indeciso. Ma tale indecisione non toglie che noi non siamo senza ragione nell'escludere per le macchie il nome nube. Per rispetto ai celebri autori che amano usarlo noi non faremo loro censura, potendosi esso difendere con quella stessa ragione che sui vulcani le polveri diconsi formare una nube, che è materia in istato ben diverso dalle nubi communi: ma si vede che tal parola non è affatto propria, e può servire a dare una idea della cosa affatto erronea.

E qui prenderemo occasione di profittare degli ultimi bei lavori del sig. Hirn sulla trasparenza delle fiamme e la conseguenza che da tali suoi studi deriva per la temperatura del sole. Se la fotosfera è opaca, dice il lodato autore, la temperatura deve esser quale abbiam trovato noi, cioè di varii milioni di gradi: se è trasparente essa può esser di poche migliaia. Ora i fatti da noi osservati che quando le correnti delle penombre si incrociano, le superiori occultano le inferiori, provano che questa materia fotosferica è opaca; quindi la conseguenza è chiara.

La discussione delle macchie solari ora è molto viva, ma non pare che tutti i disserenti nei periodici scientifici siano abbastanza al corrente de' fenomeni, e i fatti meteorologici che essi invocano ci sembrano ben lontani da quelli che vediamo nel sole. Si è voluto introdurvi la somiglianza coi turbini e trombe terrestri, e si disputa se in questi la corrente sia ascendente o discendente, quando è certo che nel sole la materia *si vede* salire dal basso all'alto. Di più vi è una considerazione importante da fare.

Nei turbini terrestri noi vediamo la parte inferiore, e non la superiore: nelle correnti d'acqua vediamo la parte superiore e non l'inferiore. Quindi dovremmo sempre vedere nel sole la bocca del gorgo. Ora ciò è rarissimo. Così pure l'esperienza prova che i gorghi d'acqua scavano il fondo, come le trombe

d'aria scavano la terra : e quindi alla base inferiore della tromba bisogna distinguere la parte centrale dalla periferica. Nella 1ª vi è forza aspirante, e lo prova la diminuzione del barometro nel centro loro ; all' esterno vi è forza centrifuga orizzontale, e non spinta all'insù. La diminuzione di pressione centrale è quella che solleva realmente gli oggetti leggeri, e la centrifuga li lancia lontano. Nel sole noi non osserviamo punto abitualmente la bocca del gorgo, e solo in *un caso* abbiamo veduto le masse idrogeniche curve in senso voluto da una forza centrifuga radiante dal centro con direzione discendente. In fine in tale ipotesi i turbini sarebbero nell'atmosfera sopra la cromosfera e non nella fotosfera. Ora benchè spesso si abbiano turbinose eruzioni, tuttociò è nel complesso ben diverso dal fatto della nostra meteorologia.

Il sig. Reye prosegue dicendo *il padre Secchi pare che si figuri quel sollevarsi come una eruzione vulcanica* – veramente a noi non *pare*, ma siamo estremamente convinti, che almeno in certi casi, come spiegammo più sopra, vi è vera eruzione. È vero che l'occhio non può decidere se la materia salga per *aspirazione*, o per *impulso*; ma il complesso de' fatti persuade che vi è sollevamento per impulso il quale può derivare da una espansione interna violenta. La difficoltà sta in capire come dietro questa eruzione venga la macchia, la cui coincidenza è stata da noi abbastanza sperimentalmente assicurata, e come questa possa presentare i fenomeni che nelle macchie descrissero gli osservatori anche prima della scoperta della visibilità delle eruzioni. Noi abbiam cercato di ravvicinare questi fatti, e riunendo le molte riflessioni fatte altrove con le esposte poco fà, ci pare che tutto sia spiegato. Ma faremo osservare che se anche mancasse ogni impulso e i gas salissero per aspirazione soltanto, la teoria delle macchie da noi esposta non soffrirebbe mutazione. Perchè i gas metallici sarebbero sempre alzati e frapposti tra l'occhio dell'osservatore e la fotosfera, sia che essi siano spinti, sia che vengano aspirati.

E con questa occasione noi verremo spiegando alcune particolarità che si osservano nelle macchie.

Si nota nelle macchie che le correnti fotosferiche invadono le parti centrali andando dalla circonferenza al centro: e ciò deve precisamente accadere, perchè la fotosfera deve invadere la massa oscura che è più raffreddata: la massa assorbente che resta sotto di queste correnti darebbe ragione dello strato nero di Herschell. Lo scioglimento della fotosfera nel mezzo delle macchie avvenir potrebbe benissimo in due modi, secondo i vari casi: o perchè

esse correnti perdono la luce diffondendosi nella massa meno calda, ricascata, e raffreddatasi : ovvero ripigliando lo stato elastico al contatto della massa che esce dall'interno più vigorosa e più calda. Il centro dell'eruzione così può esser tanto nelle facole quanto nei nuclei, perchè questi in fondo non sono altro che la parte più densa e compatta della massa assorbente su cui non si stendono ancora nè veli nè correnti. L'osservazione diretta dice che l'eruzione sta più spesso sulle facole. La forza aspiratrice che attiva queste correnti nascerebbe dalla minore temperatura e dal lento affondarsi di queste masse meno calde. Nelle macchie che han finito il primo parosismo, e sono divenute nucleari la massa scura essendo lentamente alimentata al di sotto, può restare così per molto tempo ; uscendo allora il gas tranquillamente e senza violenza queste macchie si formerebbero quando è cessato ogni eruzione viva.

Si vede che la nostra teoria somministra la spiegazione di una moltitudine di particolarità e di fenomeni accessorii di cui non ci sembrano capaci le altre: essa inoltre lega insieme in certo modo le opinioni de'più accreditati filosofi, perchè in tutte vi è qualche cosa di vero, come abbiamo più ampiamente detto altrove, e che la nostra mette a profitto.

§. II.

RICERCHE COMPARATIVE TRA LA RADIAZIONE CALORIFICA SOLARE E QUELLA DELLA LUCE ELETTRICA.

La valutazione della temperatura solare è stata soggetto di non poche ricerche in questi ultimi tempi, ma tuttavia resta molto da fare: basta dare una occhiata agli estremi fissati tra 1500° e 10 milioni ! In un'altra memoria fu già da me trattato questo soggetto in questi atti ; io non ritornerò sul detto allora, e solo quì me ne occuperò per istabilire un limite infimo ammissibile del suo valore.

Per far questo studio era mestieri scegliere quelle sorgenti di radiazione che sono meno sproporzionate , e tale mi parve esser la luce elettrica. Ho pertanto fatto uso per ciò di una potente pila di Bunsen di 50 elementi e caricata ad acidi nuovi e concentrati. Il nitrico era puro a 40° e il solforico a $\frac{1}{10}$ del volume dell'acqua.

Mio scopo in queste ricerche essendo di fissare un minimo probabile del grado di temperatura solare senza aspirare al valore assoluto, ho creduto che

lo strumento termeliometrico usato già negli anni scorsi potesse ancora servire, giacchè lo vedo adottato dai fisici, e qualunque siano i difetti che gli sono stati rimproverati, essi non lo degradano come strumento differenziale, quando sia usato convenientemente. Primieramente per esplorare la forza radiante del sole furono scelti alcuni giorni quieti e chiarissimi e il termeliometro esposto ad esso dalle ore 10 a mezzodì si tenne fino a tanto che la differenza de'termometri fosse stazionaria definitivamente il che accadeva dopo circa mezz'ora. Si trovò per medio di essi la differenza costante essere 11°,64. Questa cifra va corretta di una differenza di scala tra i due termometri, per eguagliare i quali bisogna aggiungere al nero il valore 0°,56 talchè il grado diviene $11,64 + 0,56 = 12,20$. Così stabilita la forza radiante solare che combina con quella già trovata con altro termometro varii anni fà, si potrà confrontare colla luce elettrica.

Gli sperimenti della luce elettrica furono fatti mettendo l'apparato a una distanza conveniente dai carboni perchè potesse aversi un discreto innalzamento di temperatura onde evitare gli errori delle troppo piccole quantità. La difficoltà principale nell'uso di questa luce consiste nel valutare la superficie luminosa. La misura diretta de'carboni non è possibile mentre sono incandescenti, essendo essi mal terminati nel limite dell'incandescenza, e fondendo tutti gli oggetti che vi si accostano: di più è impossibile guardarli fissi senza riparo di forte vetro colorato agli occhi, col che si diminuisce la loro estensione. Per riuscirvi in qualche modo, furono presi de' tubi di vetro di vario diametro e collocati accanto ai carboni trasversalmente ad essi per vedere a qual diametro de'tubi corrispondeva in lunghezza la parte ignita de'carboni coll'arco intermedio.

Proteggendo l'occhio con doppio vetro rosso si vide che in lunghezza la parte brillante complessiva era da 8 in 10 millimetri, e in diametro da 7 in 8. Però i carboni nell'aria sono circondati da un aureola assai più estesa che varia ad ogni momento, ed è di forma più o meno allungata. È difficile il poter definire i limiti di quest'area. Per fissarla in qualche modo più decisivo si determinò la distanza dal centro a cui messo un filo di platino sottile esso si fondeva, così l'area più intensa fu valutata a un circolo di 10 millimetri di diametro, il che combina colle altre misure dirette.

Forse questo è troppo poco, perchè contribuisce alla radiazione termica, anche la parte meno viva de'carboni che si estende assai lontano dalle punte; ma siccome il termometro nero a distanza di $0^{m}.105$ dal bulbo era difeso da un diaframma che era poco più grande del bulbo stesso e a distanza di al-

trettanto dai carboni ve ne un altro di circa 15^{mm}, perciò l'aria calda intorno ai carboni poco poteva influire.

Inoltre, non tutta l'area delle punte avendo pari intensità radiante, avverrà che se anche la parte raggiante era maggiore della più viva misurata, potrà aversi compensazione. Siamo pertanto sicuri che la superficie radiante de'carboni non è stimata troppo grande; un errore in meno tende a far comparire minore la forza del sole, esagerando quella della luce elettrica, e perciò la nostra imperfetta valutazione dell'area non esagera il valore solare, ma lo diminuisce; e per ciò riterremo l'area de' carboni radianti come quella di un circolo del diametro di 10 millimetri. Siano ora A ed S le aree vere delle projezioni de'carboni, e del sole: D ed R le distanze loro dal termometro; I ed I' le intensità intrinseche dalle due radiazioni: se il termeliometro avesse indicato lo stesso grado avremmo avuto

$$\frac{A}{D^2} I = \frac{S}{R^2} I',$$

ossia supponendo circolari le superficie raggianti di diametro r per i carboni e Δ per il sole, avremmo avuto $\frac{r^2}{D^2} I = \frac{\Delta^2}{R^2} I'$, e chiamando α e δ gli angoli ottici che sottendono i loro diametri veduti dal termometro nero sarebbero

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{D}, \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{\Delta}{R}$$

donde

$$I \operatorname{tg}^2 \alpha = I' \operatorname{tg}^2 \delta \qquad I' = I \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \delta}.$$

Ma per ottenere l'eguaglianza delle due radiazioni vi era grande difficoltà, dovendosi avvicinare troppo il termeliometro ai carboni, col che non potevasi più stimare infinitesima la superficie radiante rapporto alla sfera intera. Quindi fu esso posto a discreta distanza e si dovrà tener conto di questa differenza moltiplicando il valore di I per il coefficiente che rappresenta i valori delle radiazioni ottenute direttamente al termeliometro per le due sorgenti. Onde l'equazione sarà

$$I' = IK \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \delta}$$

Il coefficiente K avrà per valore il numero de'gradi di cui sale il termeliometro al sole diviso per quello che ha dalla luce elettrica. Infatti essendo in generale la radiazione di uno de'corpi luminosi θ espressa per

$$\theta = \frac{\text{A I}}{\text{D}^2} = \pi \text{ I tg}^2 \alpha$$

e per l'altro $\theta' = \pi \text{ I' tg}^2 \delta$ avremo

$$\frac{\theta}{\theta'} = \frac{\text{I tg}^2 \alpha}{\text{I' tg}^2 \delta}$$

donde

$$\text{I}' = \text{I} \frac{\theta'}{\theta} \times \frac{\text{tg}^2 \alpha}{\text{tg}^2 \delta} \text{ e K sarà } = \frac{\theta'}{\theta}.$$

Richiamati questi principii notissimi di fotometria, veniamo alle sperienze. Noi facemmo dapprima un esperimento sulla intensità della luce, e quindi passammo a quelle del calore.

Gli esperimenti furono fatti più volte, ma qui riferiremo i più decisivi fatti il 10 luglio con una pila armata ad acidi freschi, e capace di tenere costantemente bianco rovente un filo di ferro lungo 2^m, 50 e grosso un millimetro.

La misura fotometrica fu tentata col sistema delle ombre eguali. Perciò la lucerna elettrica fu esposta al sole libero, e l'ombra di un oggetto da essa gettata su di una carta bianca fu confrontata con quella data dal sole. L'esperimento non è facile, perchè il colore della luce elettrica è troppo diverso dalla solare, tendendo essa all'azzurro mentre il sole è giallo. Tuttavia fatti diversi confronti verso le ore 8 e 40^m si trovò che le ombre di un cilindro erano eguali quando esso distava dalla lucerna di 10 centimetri. Supponendo il diametro dell'area luminosa de'carboni pari a un circolo di diametro 10^{mm} si cava che i carboni veduti dal cilindro sottendevano un angolo $\alpha = 4^\circ\, 45'\, 49''$ e confrontando questo diametro col solare allora afelio $\delta = 31'\, 31'', 6$, si arriva mediante la formola $\frac{\text{I}'}{\text{I}} = \frac{\text{tg}^2 \alpha}{\text{tg}^2 \delta}$ al risultato che la luce solare è 118, 9 volte più viva della luce elettrica.

All'ora di questa osservazione il sole era a dist. Zenitale $45^\circ\, 56'$ e non ci dava che una porzione del suo splendore diretto che si valuta 0,62, o secondo Ericsson 0,63 della luce incidente al limite superiore dell'atmosfera. Secondo Lambert sarebbe la luce residua di intensità 0,48. Prendendo una media si ha 0,55 (Photom. pag. 406 §. 108).

Quindi

$$0.55 : 118{,}9 :: 1{,}00 : x = 207.$$

Cioè al limite superiore dell'atmosfera il sole = 207 volte la luce elettrica.

Questa luce confrontata con quella di una candela stearica comune diede il valore di 1450 candele.

Veniamo al calore. Gli esperimenti fatti varii giorni prima e dopo collo stesso strumento, diedero in media una differenza presso al mezzodì pari a 12°.16.

Alla luce elettrica messo il termometro nero alla distanza di 0^m. 395 si ebbe una differenza costante $\theta = 3°.63$. L'angolo α sotto il quale si vedeva dal termometro l'area di un centim.² di diametro era $\alpha = 1° 27' 2''$ ed essendo quello del sole afelio $31' 32''$ risulta

$$\frac{I'}{I} = \frac{tg^2 \alpha}{tg^2 \delta} \times \frac{12,16}{3.16} = 25.53; \quad I' = 25.53\ I.$$

Quì noi non abbiamo tenuto conto dell'assorbimento atmosferico. Questo valore però così non corretto è pure interessante. Infatti si trova molto diverso da quello della luce 118,9 il che prova, ciò che già si sà, quanto ricco sia in raggi calorifici l'arco voltiano.

Ma se si tiene conto dell'assorbimento valutandolo anche al minimo possibile si dovrà stimare il calore termeliometrico almeno a 17°, 37, assumendo la proporzione assegnata sia da noi ne' nostri studi del 1856, sia gli ultimi del sig. Ericsson.

Infatti noi abbiamo fatto la nostra serie dalle 10 al mezzogiorno e prendendo la distanza zenitale del sole media, trovammo la porzione di calore non poter esser ridotta a meno di 70 parti su cento incidenti; quindi si ricava

$$70 : 12,16 :: 100 : x = 17,37$$

onde la forza solare vera risulterebbe $I' = I \times 36,468$ valore certamente non superiore al vero, ma bene al di sotto.

Dobbiamo infine avvertire che dalle nostre antiche ricerche risulta esser il raggiamento solare valutato al livello del mare coi criterii usuali molto inferiore al vero. Il Soret sul Monte Bianco trovò 21°.13 direttamente e si può spingere fino a 27° il vero suo valore, avuto riguardo alle convenienti riduzioni. Tali valori danno

$$\text{per} \quad 21°.13, \quad I' = 44.36\ I$$
$$\text{e per} \quad 27°.00, \quad I' = 56,66\ I.$$

Questi risultati mostrano come la radiazione solare sia ben superiore a due volte quella de'carboni come fu da altri indicato. Resta però a risalire dalla radiazione alla temperatura. Per ciò è mestieri di fare una supposizione sulla temperatura assoluta della sorgente elettrica. La fusione del platino che si fa in tutti i punti dell'arco istantaneamente e anche fuori del contatto esterno

de'carboni lungi dalle punte, mi persuade che essa non può essere inferiore a 3000, ma è probabilmente molto superiore. La volatilizzazione del ferro che sappiamo farsi nelle fornaci di porcellana a 3000°, qui si faceva pure nel crogiuolo di carbone colla massima facilità, prova che questo grado non è esagerato. Assumendo dunque tal cifra per temperatura della nostra sorgente non siamo sopra al vero, onde avremo $36,468 \times 3000 = 109404$°. Onde possiamo concludere che la temperatura *non è inferiore* a 100 mila gradi cent. Ma se usiamo la cifra più sicura di Soret corretta, avremo 170058°. Ad appoggiare il risultato di questa serie di osservazioni, daremo il risultato di altre fatte in questa occasione, le quali furono semplicemente preparatorie, ma che confermano questi risultati, e però non sono da trascurarsi. Ai 22 marzo la pila avendo già lavorato per 2 ore, ci diede il risultato seguente.

Assumendo la solare di 21°,13 si ebbe per la radiazione solare $I' = 38,36.I.$ e assumendola 27, 00 fu trovato $I' = 49.275$ I, come dovea essere per l'affievolimento subìto dalla pila. Altre esperienze del 20 maggio diedero per 21°, 13; $I' = 47.5 I.$ valore molto vicino al primo, il che ci fa credere che i risultati meritano fiducia. Le differenze nascono specialmente dalla diminuzione che subisce l'area incandescente dei carboni allo stancarsi della corrente. Dopo sei ore di lavoro essa appena era di 5^{mm}. quadrati. Inoltre la temperatura di carboni era molto diminuita.

A questi risultati possono farsi però parecchie osservazioni. La 1ª che siamo lontani dai 10 milioni di gradi. Ciò è vero, ma io risponderò che questo è pure ben superiore ai 3 ovvero 4 mila gradi fissati da valenti fisici. Di più che esso è un limite infimo, che lascia intatto quanto può dirsi per qualunque altro termine superiore. Ma alle critiche fatte alla mia cifra ha or ora risposto il sig. Hirn, come ho già accennato nel § precedente. La 2ª osservazione è che sempre si è basati nella radiazione e che noi in fondo partiamo sempre dalla proporzionalità della radiazione alla temperatura che è la cosa controversa in questo soggetto. Ciò è vero, ma si può rispondere: 1° che non potendosi andare nel sole a fare l'esperimento è necessario servirsi di questo unico mezzo. 2° che le leggi stabilite per la radiazione da Dulong e Petit conducendo a risultati assurdi non meritano attenzione e sono già state dimostrate inesatte direttamente; 3° che la intensità relativa delle due radiazioni non essendo poi tanto sproporzionata vi è meno pericolo di errore, e perciò non abbiamo usato sorgenti di bassa temperatura ma quella che più si accosta alla sorgente sogente solare: 4° che in realtà questa objezione è futile, perchè anche nelle osservazione termometriche ordinarie ciò che si dice contatto è una vera radiazione a piccolissima distanza, e perciò sarebbe impossibile avere la tem-

peratura de' corpi per mezzo del contatto stesso. Ora non crediamo che le cose si possano spingere a questo estremo.

§. III.

RICERCHE SULLO SPETTRO DELLA LUCE ELETTRICA.

Molti e da gran tempo si sono occupati dello spettro di questa luce e tra gli altri singolarmente Angstroem e Thalen per determinare lo spettro de'metalli, e degli altri corpi incandescenti. Tutti però questi autori per quanto io conosco si sono limitati a studiare lo spettro complessivo della medesima, non distinguendo le varie regioni del nastro luminoso. Una tale ricerca mi è sembrata importante e perciò ho intrapreso alcune ricerche in questo scopo.

Per istudiare le diverse regioni del nastro fu projettata l'imagine dei carboni mediante un apparato Duboscq sopra un cartone bianco avente un foro nel centro, dietro al quale era collocato un'eccellente spettroscopio di Merz con un prisma composto a visione diretta, di gran forza dispersiva, e al quale si sostituiva talora uno spettroscopio più forte.

Fissato così lo spettroscopio dietro il foro, l'imagine de'carboni ben definita facevasi cadere sul cartone, e con piccoli movimenti dati all'apparato di Foucault regolatore de' carboni stessi si portava sulla fessura quella parte che più piaceva. La grandezza dell' imagine dei carboni occupava 10 centimetri onde si potevano separare con sicurezza tutte le regioni del nastro.

Queste sperienze furono eseguite due volte una il 20 maggio l'altra il 10 luglio. Per lo scopo che diremo appresso, la pila era armata tutta ad acidi buoni e forti, e la seconda volta affatto nuovi. L'acido nitrico era a 40° e il solforico a $\frac{1}{10}$ del volume dell' acqua. Le dimensioni delle pile erano le seguenti: Diametro de'vasi di porcellana $0^m.12$; altezza $= 0^m.20$.

Ora ecco i risultati dell'osservazione.

Centro del nastro. Lo spettro era formato, da due categorie di righe. Le une vere strie lineari vive taglienti e metalliche, le altre erano zone sfumate su cui le prime si proiettavano. La figura dà la distribuzione delle linee colle

righe e le curve indicano la distribuzione delle zone sfumate. Dal rosso estremo fino oltre D si contavano 5 zone o scanalature minori equidistanti: questa parte era simile a quella che si osserva sull'acetilena ed ossido di carbonio, ma differiva da quella descritta da Morren. Dopo D cominciavano i gruppi delle strie vive che erano al principio di ciascuna zona sfumata. La prima zona sfumata *ab* cadeva nel giallo e avea 4 linee vive decrescenti in vivacità verso il violetto. La scannellatura nebulosa cominciava alla 1ª stria viva e si estendeva sempre diminuendo di intensità fino al gruppo seguente nel verde: l'estensione di questa zona era in rivoluzioni alla vite del micrometro = s.r 15. Mancavano però in questa zona le due secondarie indicate da Morren.

Il secondo gruppo di righe vive era nel verde *bc*, e come il precedente era accompagnato dalla zona sfumata decrescente progressivamente fino oltre F. Contavamo 3 belle linee vive e una 4ª separata da esse a circa $\frac{2}{3}$ della scanalatura, ma non vedevansi le due zone tali che disegna Morren. L'estensione di questa zona era $bc = 10.^r 95$. Appresso veniva la zona bleu che presentava due gruppi di linee vivissime, uno di 4 l'altro di 7. La zona nebulosa qui decresceva al solito in intensità andando verso il lato più refrangibile, ma rinforzavasi assai nel passare sotto il 2º gruppo. L'estensione di questa zona $cd = 19^r. 52$. Finalmente l'ultimo gruppo nel violetto contava 6 superbe linee vivissime colla sua solita nebulosità descrescente verso il lato più refrangibile. La colonna violetta era poco più stretta della precedente. Oltre questo nulla si vedeva.

È chiaro che questo spettro è in fondo quello descritto da Morren e da Roscoe, ma vi sono delle notabili diversità specialmente nel gruppo dell'azzurro. La parte del rosso prima del giallo è di una struttura affatto diversa, e rassomiglia quella che vedesi nell'ossido di carbonio, e nel cianogeno. Eranvi dunque nel nastro misti il carbonio e i suoi ossidi. Noi lasciamo ai chimici il farne la separazione.

Ma la cosa più importante per noi fu che mettendo la fessura sulla zona che sfiorava il polo carbone, cioè il +° della pila, senza però che il carbone entrasse nella fessura, lo spettro si copriva tutto di zone scanellate finissime sensibilmente equidistanti in ciascuna delle zone sfumate. La loro larghezza era un poco diversa nei varii colori e più larga nei meno refrangibili: queste righe erano così fine che parevano le traccie di un bulino con cui si volesse fare la sfumatura della scannellatura principale. Temendo una illusione io usai uno spettroscopio più forte e allora ogni linea diventò una vera scannellatura concava strettissima in modo estremamente curioso.

Al polo zinco (— °) all' incontro oltre le linee del carbonio eranvi numerose altre linee metalliche e dell'idrogeno, ma che non attraversavano tutto lo spettro; quelle de'metalli erano evidentemente nate dalla impurità de'carboni, e quelle dell'idrogeno dal vapore d'acqua nell'aria. Schizzando un poco d'acqua sui carboni esse diventavano vivacissime.

Cercai se l'aspetto scannellato dello spettro potessi ottenerlo con altre sostanze, ma non riuscii bene che coll'alluminio. Quando questo metallo posto nel crogiuolo di carbone si volatilizza con luce calma, esso dà uno spettro che oltre le sue righe principali ha delle scanellature belle abbastanza larghe, le quali sono composte di altre più fine equidistanti e di tipo diverse da quelle del carbonio.

L'apparenza di queste righe fu per me inaspettata non avendola trovata descritta da altri; avrei desiderato di studiarla, ma queste ricerche erano per me secondarie, avendo principalmente diretto i miei studi ad altro soggetto come dirò appresso. Solo ricorderò che esse confermano l'opinione che le righe scanellate dipendano dagli ossidi metallici. Esse poi mi richiamarono alla mente una osservazione curiosa fatta da me sulla stella Sirio e pubblicata nel nostro *Bullettino* in cui tutto lo spettro di questa stella mi apparve così scanellato finamente, senza che io sia mai più potuto riuscire a rivederlo tale. Io supposi quella una illusione, ma certamente questa volta non furono illusioni e molti furono i testimonii che verificarono tali aspetti, e non solo gli addetti all'osservatorio le videro, ma anche estranei. Ma fu quella pure un illusione?

Spettro del ferro. Lo scopo mio principale in queste ricerche era quello di verificare la coincidenza della linea della corona solare 1474 con quelle del ferro. La stranezza del fenomeno che questo metallo dovesse fare un inviluppo così esteso nel Sole avea destato non solo in me, ma anche in altri un grave dubbio. Onde una prima volta armai la pila per cercare di verificare questo fatto.

A tale effetto disposi l'apparato de'carboni di Foucault avanti a una finestra, per un foro dello sportello della quale entrava un raggio di luce solare riflesso da un eliostato. Il raggio solare attraversava i carboni e quindi era ricevuto da uno spettroscopio a visione diretta di molta forza. Questo era fatto con un buon prisma di Hofmann di ampia sezione, e da due cannocchiali di $0^m,60$ di lunghezza focale. Questo strumento sommamente commodo e di facile maneggio mi faceva vedere *tutte* le righe dello spettro normale di Angstroem e di Kirchhoff. La posizione de'carboni poteva regolarsi in modo che tanto lo spettro del sole quanto quello de'carboni fossero veduti *direttamente* so-

vrapposti, cioè senza l'uso del prisma-specchietto. Di più, trovato che fu il gruppo dove è la 1474 si chiuse questo tra due fili del micrometro onde non era possibile equivocare, e con facile manovra nel campo del telescopio potevasi guardare tra due fili o i due spettri simultaneamente, o ora l'uno ed ora l'altro.

La ricerca della riga 1474 K fu fatta più volte colla carta di Kirchhoff da me e dal P. Ferrari. Erano chiuse pure tra i fili la riga 1463 il cui carattere doppio era manifestissimo (il che prova la sufficienza dello spettroscopio) e la 1466,9. Riconosciuto così il posto della 1473,9 (communemente detta 1474) si lasciò entrare la luce elettrica; le due vicine suddette 1463 ed 1467 apparvero lucide immediatamente, ma la 1474 restò nera quanto prima.

La mia sorpresa fu per ciò molto grande, e temendo di errore nel definire il gruppo, chiamai a farne ricerca sul posto il P. Ferrari, che combinò meco perfettamente nell'asserire la mancanza della riga 1474 nello spettro del nostro ferro.

Non potendomi capacitare che fisici così esperti come un Kirchhoff ed un Angstroem avessero segnato ivi una riga del ferro senza fondamento, non mi restava altro che da ripetere l'esperienza con una pila più forte, e con ferri diversi. Fu dunque alcuni giorni dopo armata nuovamente la pila con altri acidi freschi e più concentrati e senza aspettare che si illanguidisse, mentre era nel suo maggior vigore fu ripetuta l'esperienza. La forza della corrente era tale che essa manteneva bianco-rovente quasi 3 metri di fil di ferro grosso 1.^{mm}, e fuse in poco tempo tutti gli isolatori di vulcanite dell'apparato Foucault, onde si dovette appresso proseguire l'esperimento con un apparato simile mosso a mano. Non si poteva quindi dubitare della forza della corrente. Provammo i reofori in tutti i modi. Usando prima taluni reofori di solo ferro formati a coni grossi, altri in forma di coni fini che colavano come cera, altre volte combinando un reoforo di ferro al polo (+ °) con l'altro di carbone, e perfino un pezzo di aerolite. Mutammo diverse qualità di ferro. Ma tutto fu inutile, la riga non comparve. Sicchè resta solo a supporre che abbia dato origine a questa riga una speciale qualità di ferro da me non posseduto e non isperimentato. Si cercò fra metalli comuni allora alla mano, se la riga comparisse da questi, ma tutto fu indarno.

Dirò qui di passaggio per mostrare la ricchezza dello spettro che le righe da me contate nello spettro del ferro furono più di 480, e che la massima parte aveano decisamente la loro corrispondente nel sole, ma il tempo mi mancò per fare uno studio preciso di tutte. Ricercai la riga B-C scoperta

nelle protuberanze dal Respighi, e mi parve di vedervela. Ma dovetti fidar mi in ciò solo sulle misure, mancando la riga nera a questo posto nel sole. Onde non ho sicurezza sufficiente che essa sia del ferro.

Ritornando alla riga 1474 trovo che anche il Prof. Young ha dei dubbi che questa riga appartenga al ferro. Nel suo Catalogo delle righe spettrali pubblicato nel 1872 (agosto) mette a questa riga la seguente nota = 1474. *The Corresponding line in the spectrum of Iron is feeble and in several occasions when the neighbouring lines* (1463 *a*) *have been greatly disturbed this has wholly failed to sympathise. Hence I have marked the Fe with a* (?). *American journal of Science* III ser. Vol. IV, nov. 1872).

Ciò malgrado io non oso preferire ancora il mio risultato a quello di così alte autorità scientifiche, e solo spero che essi vorranno occuparsi di nuovo del medesimo soggetto per dare la spiegazione del mio risultato.

Forse anche la forza dello spettroscopio vi influisce: chi sa che la troppa forza dispersiva del mio strumento o la sua forza assorbente non mi abbia nascosto questa linea ? Ad ogni modo l'importanza del soggetto mi pare somma e degna che se ne occupino que' dotti che hanno la luce elettrica più facilmente di me a loro disposizione.

Fenomeni spettrali di altri metalli. Ho profittato di queste circostanze per istudiare altri fenomeni, benchè in modo occasionale e non completo per mancanza di tempo e di mezzi.

La prima cosa fu quella di mettere il sodio sui carboni e come già si sà vidi immediatamente rovesciarsi ed allargarsi sul sole le righe D'D'' e prendere una sfumatura ben decisa. Ma quello che non mi aspettava fu di vedere l' enorme dilatazione a cui si estendevano le dette righe nere che arrivava oltre 10 e 15 volte la loro distanza. Rifeci l'esperimento bruciando un grosso pezzo di sodio avanti alla fessura, e guardando attraverso il suo vapore il raggio solare o anche lo spettro de'carboni. Le righe solari si dilatavano enormemente e restava solo un debolissimo filetto lucido centrale che le separava: la diffusione esterna poi si estendeva fino alle righe 88, e 113 dello spettro di Kirchhoff, svanendo gradatamente. Era curioso il guardare il sodio bruciante in copia sui carboni o avanti ad essi; le righe D prima erano lucide, poi si rovesciavano e diventavano nerissime, larghe e con enorme sfumatura ad ambi i lati. Questi fenomeni benchè non nuovi sono però sempre interessanti a studiare. Essi mostrano che il rovesciamento degli spettri è ben lungi dall'accadere solo sulle righe metalliche fine e lineari ordinarie, ma che si verifica pure a notabile distanza dalle medesime, giacchè queste zone diffuse nere , corrispondono a

quella diffusione luminosa che mostrano le righe dirette quando il sodio brucia in copia mediocre. Questo fatto ha una portata notabile sulla teoria solare: esso mostra quanta sia l'estensione e diffusione delle righe ne' metalli a grande temperatura, e perciò come forse essi possano tutti dare nel sole spettro continuo.

Avendo avuto occasione di vedere nelle eruzioni solari una volta dilatate fortemente le righe del magnesio, volli provare se esse offrivano lo stesso fenomeno sui carboni. Or bene ho veduto che non solo le righe di questo metallo erano rovesciate dal loro proprio vapore apparendo in mezzo alla riga lucida una bella riga nera (già osservata da Cornu), ma che di più le righe lucide laterali si sfumavano e dilatavano enormemente, e la riga centrale essa pure diventava allora sfumata. Così, adunque anche il magnesio presenta le stesse fasi del sodio, ma in minore estensione, perchè esige più elevata temperatura, essendo meno volatile.

Il metallo che meglio mi presentò i fenomeni simili a quelli del sodio, fu il tallio. La sua bellissima riga verde guardata contro lo spettro solare si vide da prima lucida, poi rovesciarsi e diventar nera, e formare sullo spettro una zona larga diffusa, larga quanto quasi quella del sodio. La pochezza del metallo di cui poteva disporre mi impedì di fare altri studi.

Cercai se vi fossero righe diffuse del ferro, ma inutilmente. Tuttavia varie delle più grosse parevano doppie, forse per lo stesso principio di rovesciamento del proprio vapore, ed apparivano inquiete, benchè non così diffuse come gli altri metalli. Dietro questi fatti non è da dubitare che tutti i metalli possono dare righe diffuse sotto una sufficiente densità di vapore, e quindi una idonea temperatura.

Quando riflettiamo che enormi allargamenti sono fatti da minime quantità di vapori assorbenti, saremmo quasi tentati di concludere che i vapori esistenti nell'atmosfera solare sono assai scarsi, e che sottile assai deve esser lo strato assorbente. Infatti ho veduto che col fiammone di una grossa lucerna ad alcool salato si ottiene sulle righe solari D una dilatazione ed un aumento di nerezza quasi eguale a quella che si ha nelle più belle macchie. Un pezzo poi di sodio direttamente bruciato avanti alla fessura dello spettroscopio fa tale dilatazione e nerezza quanta non ne ho mai veduta in nessuna macchia.

Dovremo pertanto concludere che la spessezza dello strato assorbente è tanto piccola quanto gli strati che possiamo far noi ? A me pare che questo sarebbe assurdo; la conclusione deve esser un altra: cioè che lo strato metallico ha una temperatura altissima e però è pochissimo assorbente rap-

porto agli strati inferiori. Questo assorbimento non si verifica fuorchè per lo strato esterno. più debole e più freddo. Questa conclusione oltre esser logica, almeno quanto l' altra, è convalidata dal fatto che tali vapori nelle eclissi sono lucidi direttamente il che suppone assai alta temperatura. Resta anche convalidata dal fatto che le stelle bianche sono prive quasi assolutamente di righe, e non essendo ragionevole credere che ivi manchino i metalli, può il difetto di assorbimento provenire dal non esserci inviluppo sufficientemente raffreddato che assorba.

Questi pochi fatti ci mostrano quanto resti ancora da fare sull'analisi spettrale, ma noi non possiamo ingolfarci in questo pelago sterminato, e basti il detto fin qui a renderci cauti a conclusioni precipitate.

INTORNO AD ALCUNE LENTE VARIAZIONI DEL MAGNETISMO.

SECONDA COMUNICAZIONE

DEL P. FRANCESCO SAVERIO PROVENZALI.

Nella seconda sessione di quest'anno presentai all'Accademia una memoria in cui dava conto di alcune mie sperienze sulle variazioni lente di magnetismo, che spesse volte mostrano le calamite dopo essere state sottoposte a certe operazioni meccaniche o a cangiamenti notabili di temperatura. Nell'estate passata volli provare se le calamite, che hanno sofferto l'azione diretta de'raggi solari, possano anche esse andare soggette a queste lente variazioni; e difatto trovai che in alcune calamite, le quali erano rimaste per qualche tempo esposte al sole, il momento magnetico andò un poco scemando anche dopo che tali calamite furono sottratte all'azione de'raggi solari. Questo fatto mi sembra che meriti di essere considerato , perchè dà motivo a sospettare che nei grandi calori dell' estate il momento magnetico delle calamite possa talora soffrire delle variazioni che non sarebbe possibile di correggere. Prima però di esporre i risultati delle sperienze che ho intrapreso su questo particolare, credo necessario dire alcuna cosa intorno alle alterazioni di magnetismo lentamente cagionate dall'azione della terra e delle armature di ferro dolce, affine di far conoscere la parte che tale influsso potrebbe avere nelle lente variazioni del magnetismo.

È cosa notissima che il momento magnetico degli aghi calamitati non rimane lo stesso sia che si lascino nella loro posizione naturale di equilibrio, sia che vengano tenuti fuori di quella posizione. Così parimenti tutti sanno che le calamite non armate vanno col tempo perdendo di forza e che la vicinanza e più il contatto delle armature fa che si conservi ed anche s'invigorisca la forza delle calamite. Credo però che l'andamento di tali variazioni non sia stato bastantemente studiato e soprattutto che non siasi posto mente al tempo durante il quale può rimanere incostante il momento magnetico di una calamita che ha cambiato posizione relativamente al meridiano magnetico ovvero ha sofferto l'influsso di una armatura o è stata sottratta a tale influsso. Nelle sperienze che ora descriverò a misurare i momenti magnetici

ho fatto uso della bilancia di torsione, come nelle sperienze precedenti, salvo che per dargli maggiore sensibilità ho sostituito al filo metallico un filo di seta senza torsione, ed alla staffa dell'ago ho aggiunto una laminetta di rame pescante nell'olio, affine di estinguere prontamente le oscillazioni. Con questa nuova disposizione la forza direttrice media della terra equivale a 115°, ossia bisogna torcere il filo di 115° per rimuovere l'ago di 1° dallo zero di torsione.

Le prime sperienze sull'influsso terrestre furono fatte con otto barre d'acciaio temperato lunghe 390 mill. e larghe 24, che chiamerò A, B, C, D, E, F, G, H. Queste barre dopo essere state magnetizzate a saturazione furono tenute per più di un mese coi loro assi normali al meridiano magnetico e quindi collocate nel meridiano medesimo. Chiamato 100 il momento magnetico di ciascuna barra quando fu collocata nel meridiano, dopo quattro giorni quei momenti si trovarono essere cresciuti come appresso

A	B	C	D	E	F	G	H
100,1	100	100,1	100,2	100,3	100,4	100,4	100,5

e dopo altri quattro giorni

A	B	C	D	E	F	G	H
100,1	100,1	100,2	100,4	100,5	100,4	100,5	100,7

Quindi si vede che l'effetto dell'influsso terrestre sui magneti non è solamente di conservarne il magnetismo, ma talora anche di lentamente aumentarlo. Le tre barre A, B, C nelle quali i momenti magnetici crebbero meno, erano le più fortemente temperate. La tempera più forte come rende l'acciaio magnetizzato meno soggetto ad alterarsi per l'azione del calorico, lo rende anche più restio a cedere all'influsso della terra, che tende ad alterarne il magnetismo. Conviene però notare che il vantaggio della tempera forte non si estende che alle variazioni *passeggere* o in altri termini che l'acciaio a forte tempera se perde meno magnetismo quando viene riscaldato, molto meno anche ne riacquista nel raffreddarsi o nel venire nuovamente sottoposto all'influsso terrestre.

Altre quattro barre aventi le stesse dimensioni delle precedenti furono magnetizzate al di sotto della saturazione e poi lasciate per molti giorni coi loro assi normali al meridiano magnetico. Le due prime che erano state temperate al rosso vivo non perdettero in tutto quel tempo che una frazione appena sensibile di magnetismo, le altre due che erano state temperate al rosso

scuro perdettero 0,0105 e 0,0078. Collocate queste quattro barre nel meridiano, i momenti magnetici delle prime due non variarono entro i limiti di sensibilità della bilancia; ma nelle altre due i momenti magnetici andarono a poco a poco crescendo: cioè in una il momento magnetico dopo cinque giorni era cresciuto di 0,0101 e nell'altra dopo nove giorni di 0,0068, nè fu notato che crescessero più nei giorni seguenti.

Parimenti una calamita della lunghezza di 185 mill. che per moltissimo tempo era stata fuori della posizione naturale di equilibrio, fu sospesa ad un filo e così lasciata col suo asse parallelo al meridiano magnetico. Dopo tre giorni si trovò che il suo magnetismo era cresciuto di 0,007 e dopo sette giorni di quasi 0,009. Tolta la calamita da quella posizione e posta col suo asse normale al meridiano, l'aumento dopo qualche giorno svanì. Avendola poi nuovamente collocata nel meridiano, il momento magnetico crebbe in breve tempo di 0,0018 e poi cessò di crescere quantunque la lasciassi nel meridiano per molti giorni.

Anche nelle barre A, B, C,... le variazioni lentamente prodotte dall' influsso terrestre furono minori e cessarono più presto le altre volte che vennero dipoi sottoposte alla stessa prova. Così p. e. le due barre D ed E nelle quali il momento magnetico in otto giorni era cresciuto di 0,005 la prima volta che vennero collocate nel meridiano, avendole di poi molte volte rimosse per alcuni giorni da quella posizione e quindi lasciatele per altrettanti giorni nel meridiano, la conclusione fu che, dopo le predette alternative di posizione, il diminuire del magnetismo quando venivano tolte dal meridiano in alcune di quelle barre era piccolissimo e di brevissima durata, in altre affatto insensibile. Sembra dunque che le calamite le quali sono state moltissime volte rimosse dalla loro posizione naturale di equilibrio, quanto all'azione della terra, si trovino quasi nelle medesime circostanze delle calamite che rimangono sempre in quella posizione.

L'azione lenta delle armature sulle calamite, sebbene più energica, non è però diversa da quella della terra. Quando si accosta un' armatura di ferro dolce ad una calamita, l'incremento di magnetismo acquistato dalla calamita non arriva al suo massimo se non dopo un tempo che spesse volte è assai lungo. Una calamita a ferro di cavallo, che era stata per molti mesi priva di armatura, fu lasciata a contatto di questa prima per alcuni minuti, poi per tre ore, quindi per sei e finalmente per undici giorni. Il momento magnetico della calamita subito dopo tolta l'armatura nelle quattro circostanze predette si trovò proporzionale ai numeri 1; 1,002; 1,006; 1,012. Prolungato il

contatto dell'armatura fino a 21 giorni, il momento magnetico della calamita si mantenne costante. In altre calamite l'incremento di magnetismo cagionato dall'influsso delle armature arrivò al suo massimo un poco più tardi, in altre assai più presto; ma sempre ci vollero almeno alcune ore.

Similmente quando si discosta l'armatura da una calamita, questa non perde subito tutto il magnetismo acquistato per l'azione dell'armatura, ma ne ritiene quasi sempre una parte che va scemando a poco a poco e non svanisce affatto che dopo un tempo abbastanza lungo. Ho levato l'armatura che da molti mesi stava unita ad una calamita a ferro di cavallo; chiamato 100 il momento magnetico della calamita subito dopo tolta l'armatura, il giorno appresso trovai che il suo momento magnetico era 99,5, due giorni dopo 99,3 e dopo sei giorni 97,8; passato questo tempo la diminuzione di magnetismo fu lentissima e piccolissima.

In quasi tutti i corsi di fisica si trova notato che se si stacca l'armatura da una calamita precedentemente aggravata da tutto il peso che può portare, la calamita non ha più forza di sostenere quel peso, quando gli viene restituito tutto in una volta; ma di nuovo acquista detta forza, quando il peso gli viene restituito per frazioni ed ad intervalli di tempo piuttosto lunghi. Questo fatto espresso così sembra avere del misterioso: svanisce però tutto il mistero se osserviamo che in tal caso la circostanza che fa crescere la forza della calamita non sta nel venire essa aggravata del peso a poco a poco, ma nel tempo che per tal modo si dà all'armatura di produrre tutto l'effetto di cui è capace. Se p. e. invece di aggiungere ogni giorno 10^{gr} al peso che può sostenere una calamita subito che viene armata, se ne aggiungano 100 dopo 10 giorni, il risultato è lo stesso; come è lo stesso se dopo avere rimessa l'armatura al suo posto, si lascia passare un tempo sufficientemente lungo e quindi tutto in una volta si aggrava la calamita del peso massimo che sosteneva innanzi al distacco dell'armatura. In alcune piccole calamite a ferro di cavallo, che sostenevano fino a 24 volte il loro peso, ho veduto che a farle riprendere il peso massimo, dopo il distacco dell'armatura, bastava lasciarle solo qualche ora a contatto di questa. Bisogna però avvertire che quando si vogliono paragonare fra loro i momenti magnetici delle calamite dopo l'allontanamento delle armature, è necessario che tale allontanamento si faccia sempre colla medesima celerità; perchè la forza di una calamita dopo distaccata l'armatura, suol essere tanto minore quanto più rapidamente si effettua il distacco. La differenza fra i momenti magnetici di una calamita quando l'armatura veniva staccata lentamente o rapidamente molte volte l'ho trovata

maggiore di 0,04. Sembra che il repentino cessare delle cause magnetizzanti produca nelle molecule delle sostanze magnetiche una reazione favorevole al loro ritorno verso le posizioni naturali di equilibrio. In una serie di sperienze da me fatte sul magnetismo che conservano gli elettromagneti dopo cessata la corrente, trovai che il magnetismo residuo, a parità delle altre circostanze, era sempre maggiore, se l'intensità della corrente si faceva diminuire a poco a poco per mezzo di un reostata formato di un filò metallico molto lungo e non tanto sottile. Chiamato uno il magnetismo residuo quando s'interrompeva bruscamente la corrente di un elemento alla Bunsen, il valore medio di quel residuo quando la stessa corrente diminuiva gradatamente e con lentezza fu 1,06. Cresciuta l' intensità della corrente, crebbe fino ad un certo punto il rapporto fra il magnetismo che conservava il ferro dopo la lenta e la rapida interruzione della corrente. Questo rapporto per le intensità della corrente crescenti da 1 a 3,67, aumentò di 0,1 cioè da 1,06 divenne 1,16. Fatta crescere più oltre l'intensità della corrente, il rapporto de' residui cominciò a diminuire, rimanendo però sempre > 1.

Nelle descritte sperienze l'interruzione rapida della corrente si fece al modo consueto, vale a dire aprendo il circuito nell' aria. Che se l' interruzione si faccia fra due fili di platino immersi nella fiamma dell'idrogeno o di altro gas, la rapidità dell'interruzione diviene maggiore e per conseguenza cresce non poco la differenza de'residui nella lenta e rapida interruzione. Colla corrente di un solo elemento alla Bunsen trovai che il rapporto fra il magnetismo residuo quando la corrente s'interrompeva nell' aria tranquilla e nella fiamma dell'idrogeno era circa di 1 : 0,6. (1).

Nelle calamite che hanno la figura di parallelepipedi o cilindri, l'aumento di magnetismo prodotto dalle armature si può facilmente misurare anche durante il contatto delle armature, purchè queste si dispongano in modo che i loro poli contrari riescano sempre uguali e ad uguale distanza dall'ago della bilancia, cosa che non è difficile ad ottenersi se l'armatura è piccola e di ferro molto omogeneo. Per le otto barre A, B, C, . . . gli aumenti di ma-

(1) Il primo a mia notizia che si valse di questo artifizio per interrompere bruscamente le correnti fu P. S. Ryke prof. di fisica a Leida, il quale trovò che la lunghezza della scintilla d'induzione di un rocchetto di Ruhmkorff cresce notabilmente se l' interruzione del circuito induttore si fa nel mezzo di una fiamma o anche nell' aria atmosferica animata da un movimento molto rapido. Ciò mostra che la maggiore prontezza dell'interruzione nella fiamma non è cagionata dal calorico, ma dall' agitazione ossia dal continuo rinnovarsi del mezzo. La qual cosa ci viene confermata dal fatto che il massimod'efficacia nella fiamma per interrompere prestamente la corrente non si trova nella parte più calda, ma nella regione oscura, cioè nella meno calda che peggio conduce l'elettrico.

gnetismo cagionati da un pezzo di ferro dolce del peso di 33^{gr} successivamente collocato sul polo di ciascuna barra più vicino all'ago della bilancia, furono

A	B	C	D	E	F	G	H
0,08	0,07	0,06	0,11	0,12	0,09	0,14	0,13

Lo stesso pezzo di ferro collocato sui poli più lontani dall'ago della bilancia, produsse gli aumenti seguenti

A	B	C	D	E	F	G	H
0,012	0,011	0,013	0,017	0,019	0,015	0,018	0,021

Con due uguali pezzi di ferro posati simultaneamente uno sul polo più vicino l'altro sul più lontano, l'aumento di magnetismo in ciascuna barra fu eguale alla somma de'precedenti. Congiunti poi assieme i due pezzi di ferro per mezzo di un grosso filo pure di ferro e tenuta così armata ciascuna barra per 15', gli aumenti di magnetismo subito dopo tolte le armature furono

A	B	C	D	E	F	G	H
0,007	0,005	0,008	0,003	0,004	0,003	0,002	0,004

Finalmente avendo lasciate quelle stesse armature a contatto di ciascuna barra per molte ore, allontanata l'armatura si ebbero gli aumenti

A	B	C	D	E	F	G	H
0,009	0,008	0,011	0,006	0,005	0,004	0,003	0,005

aumenti che andarono lentamente diminuendo, ma non svanirono del tutto se non dopo alcuni giorni. Così p. e. le barre C e D un giorno dopo distaccate l'armature conservavano ancora 0,008 e 0,002 del magnetismo acquistato per l'influsso dell'armatura; ed alla B dopo tre giorni ne rimanevano ancora 0,003. Le tre barre A, B, C di tempera più forte anche per l'influsso delle armature, come per quello della terra, acquistarono meno e cessato l'influsso ritennero più delle altre di tempera non tanto forte.

Nelle piccole barre le variazioni di magnetismo lentamente prodotte dalle stesse armature adoperate per le grandi furono quasi sempre maggiori che in queste. In una barra del peso di circa 200 grammi tenuta armata per 15', al togliersi dell'armatura si trovò il momento magnetico cresciuto di 0,014. Ed un'altra barra del peso di soli 30^{gr}, toltale l'armatura dopo un ora di contatto mostrò un aumento di 0,05.

Finchè le dimensioni delle armature sono piccole, come lo erano quelle adoperate nelle sperienze precedenti, il progressivo aumento di magnetismo deve quasi unicamente attribuirsi alla coesione dell'acciaio temperato che non permette alle molecule di ubbidire prontamente all'influsso dell'armatura. Ma quando le dimensioni dell'armatura sono piuttosto grandi può accadere che anche essa non arrivi tanto presto ad acquistare tutto il magnetismo di cui è capace in quelle circostanze, e così divenire maggiore e durare più a lungo l'aumento progressivo di magnetismo prodotto dall'armatura. Feci tagliare da una barra di ferro dolce larga 22^{mm} sei segmenti che chiamerò A', B', C', D', E', F', aventi per ordine le lunghezze di 12, 15, 20, 25, 29, 33 cent. Una estremità di ciascuno di questi segmenti fu successivamente messa a contatto con un polo di una calamita, lasciandovela prima per 15' e poi per molte ore di seguito. Gli aumenti di magnetismo esplorati subito dopo l'allontanamento di ciascuna di queste armature furono nel primo caso

A'	B'	C'	D'	E'	F'
0,005	0,006	0,004	0,005	0,004	0,006

e nel secondo caso

A'	B'	C'	D'	E'	F'
0,008	0,012	0,014	0,021	0,025	0,025

cioè nel primo caso gli incrementi di magnetismo furono quasi eguali fra loro e poco diversi da quelli ottenuti colle armature piccole, laddove nel secondo furono maggiori e fino ad un certo punto andarono crescendo colle dimensioni delle armature.

Quanto all' azione delle armature sulle calamite noterò ancora che se ad una calamita si accosta e discosta l'armatura un gran numero di volte, finalmente si arriva ad un punto in cui l'aumento della forza magnetica non sembra più dipendere dal tempo durante il quale l'armatura rimase a contatto della calamita. Tutte le calamite che ho sottoposte a questa operazione, al distaccarsi dell'armatura mostrarono costantemente la stessa forza magnetica sia che il contatto fra le calamite e le armature avesse durato pochi minuti o parecchi giorni. In alcune poi di queste calamite che dopo l'azione delle armature moltissime volte ripetuta erano state aggravate del peso massimo che potevano portare, osservai che staccata l'armatura e poi subito riattaccata esse potevano immediatamente sostenere tutto quel peso; la qual cosa non sarebbe avvenuta se nel riattaccare l'armatura le calamite non avessero

riacquistata prontamente la forza primitiva. Da tutti questi fatti sembra potersi inferire che anche l'influsso della terra e delle armature operando interrottamente per lungo tempo vale a produrre nell'elasticità dell'acciaio una modificazione che lo rende più pronto ad ubbidire alle azioni magnetizzanti e smagnetizzanti.

Mentre mi occupava in queste ricerche mi si offrì una bella prova delle alterazioni che soffre l'elasticità dell'acciaio per l'azione di forze magnetiche anche molto deboli. Due diapason muniti di specchietti secondo il metodo di Lissajous erano disposti in modo da vibrare in due piani rettangolari. Uno di questi diapason dava l' ottava dell' altro, ma l' accordo non era mai perfetto rigorosamente; onde la figura di un punto luminoso veduta dopo la riflessione sul secondo specchio andava cangiando continuamente. Il valore medio del tempo necessario affinchè la differenza di fase dei due diapson divenisse uguale ad una vibrazione e così tornasse la medesima figura era di 21″, 6. Avendo poi per alcuni giorni mediante una debole calamita moltissime volte magnetizzato alternativamente in verso contrario uno di que'diapason, il tempo richiesto ad ottenere quella differenza dopo le prime magnetizzazioni fu 17″, 5, quindi andò sempre diminuendo fino a divenire di soli 10″, 4. Ciò fa vedere che l'alterazione prodotta nell'elasticità dell'acciaio da una debole azione magnetizzante può crescere molto se venga moltissime volte ripetuta la medesima operazione. Questa sperienza in altra maniera era stata fatta fino dal 1868 da M. Trèves (1). I due diapason da esso adoperati vibravano all'unisono perfetto, cosicchè la figura riflessa dal secondo specchio era un circolo perfettamente fisso. Uno dei diapason fu circondato da una spirale per cui doveva passare una forte corrente elettrica. Prima del passaggio della corrente il diapason faceva 136 vibrazioni al 1″: mentre passava la corrente per la spirale nello stesso tempo ne faceva 136,17 e il circolo si cambiava in ellisse. Cessata la corrente il numero delle vibrazioni tornava di nuovo a 136 al 1″; d'onde risulta che le forti correnti elettriche mentre magnetizzano l'acciaio ne alterano sensibilmente la elasticità. Dalla mia sperienza risulta inoltre che l'effetto della magnetizzazione sull'elasticità dell'acciaio può divenire permanente ed ottenersi per mezzo di deboli forze magnetizzanti, purchè queste operino interrottamente per lungo tempo. La lunghezza del diapason da me adoperato è di circa 33 cent. e la forza magnetica comunicatagli in ciascuna magnetizzazione era appena capace di fargli sostenere il

(1) Comptes rendus de l'Académie des Sciences, août 1868, pag. 321.

peso di 70 grammi. Il risultato della sperienza fu sempre lo stesso comunque fosse collocato il piano di vibrazione del diapason relativamente al meridiano magnetico.

Premesse queste cose vengo alle variazioni lente di magnetismo che mi hanno mostrato alcune calamite le quali nell' estate furono lasciate per del tempo esposte alle radiazioni dirette del sole. Anche queste sperienze vennero fatte con delle barre d' acciaio temperato e magnetizzato molti giorni prima che venissero esposte al sole. Inoltre durante tutto il tempo della sperienza ciascuna barra rimase sempre nella medesima posizione, cioè alcune coi loro assi normali ed altre paralleli al meridiano magnetico. L'effetto della diversa posizione si fa sentire soprattutto nel tempo del raffreddamento in cui le barre parallele riacquistano quasi sempre una maggiore quantità del magnetismo perduto pel riscaldamento.

Quattro di tali barre uguali fra loro ed aventi a un dipresso la stessa forza magnetica rimasero per tre ore esposte al sole ad una temperatura media di 28°, mentre all'ombra la temperatura media era 19°. Tornate alla temperatura iniziale due di queste barre che erano collocate parallelamente al meridiano avevano perduto 0,072 e 0,053 del magnetismo che avevano prima di venire esposte al sole; ma le altre due che erano poste normalmente ne avevano perduto 0,081 e 0,079. In tutte poi queste barre il momento magnetico proseguì a diminuire sensibilmente per alcuni giorni dopo il raffreddamento. La diminuzione totale però non superò i 0,005 di ciò che l'era rimasto, nè fu trovata diversa nelle barre normali e nelle parallele. La diversità solo allora cominciò a manifestarsi quando fu cambiata la posizione delle barre, cioè le normali furono messe parallele e le parallele normali.

Altre due barre uguali fra loro e di uguale forza magnetica, delle quali una rimase costantemente parallela e l'altra normale al meridiano, furono lasciate per 4 ore al sole ad una temperatura media di 36°. Tornate le due barre alla temperatura iniziale, il momento magnetico della prima si trovò diminuito di 0,0096 e quello della seconda di 0,023. Quattro giorni appresso queste perdite erano divenute 0,0112 e 0,038, cioè ambedue perdettero lentamente circa 0,0016 del magnetismo che avevano prima del riscaldamento.

Le medesime barre senza cambiarne la posizione vennero dipoi esposte al sole molte altre volte. Finchè la temperatura delle radiazioni solari non superò i 36°, la perdita di magnetismo subito dopo il raffreddamento andò sempre scemando fino a divenire pressochè insensibile, come da altri si era già

osservato (1). Quanto alla diminuzione lenta nei giorni dopo il raffreddamento, questa non fu sensibile neppure la seconda volta che le barre furono esposte al sole. Quando però la temperatura delle radiazioni solari superò i 36°, nella barra normale due giorni dopo il raffreddamento trovai che il momento magnetico era diminuito di 0,0011; ma una simile lenta diminuzione non si manifestò la seconda e le altre volte che le barre furono esposte alla medesima temperatura. Sembra dunque che almeno per le temperature ordinarie dell'atmosfera le diminuzioni lente di magnetismo non abbiano luogo se non la prima o al più le prime volte che le calamite vengono esposte ad una temperatura alquanto elevata; e per conseguenza che sotto questo rapporto potremo stare sicuri quanto alle calamite che da alcuni anni non furono più magnetizzate. Quanto poi alle calamite recentemente magnetizzate per impedire tali variazioni basterà farne variare una o più volte la temperatura entro i limiti delle temperature alle quali debbono essere esposte.

(1) V. Bibl. Univ. Archives 1856 e 57 le sperienze colle quali i Prof. Dufour e Wiedemann mostrarono che facendo variare più volte dentro certi limiti la temperatura di una calamita, il suo momento magnetico diviene sempre meno variabile pei cangiamenti di temperatura compresi fra quegli stessi limiti.

INTORNO ALLA NECESSITA' DI STABILIRE UN BULLETTINO PER LO STUDIO DEL VULCANISMO ITALIANO E PROGRAMMA DEL MEDESIMO.

NOTA

DEL PROF. CAV. MICHELE STEFANO DE ROSSI

Il moltiplicarsi in quest'anno dei terremoti fa sorgere da mille lati due interrogazioni; la prima cioè, se questa moltiplicazione sia soltanto apparente e consista nell'attenzione maggiore che vi si fa da un certo numero di cultori di questo studio, i quali ne vanno in traccia; ovverò se propriamente la terra italiana sia entrata in un periodo straordinario di scuotimenti.

Altra domanda generale che fa il pubblico colto agli scienziati, è se questi terremoti sieno prodotti dalla attività del vulcanismo ardente nel mezzogiorno d'Italia, ovvero provenga da altre cause indipendenti dal vulcanismo meno conosciute. Tanto l'una quanto l'altra domanda equivale, a mio credere, alla proposizione del seguente problema. Quale è l'odierno stato del vulcanismo italiano, quale la sua parte ed importanza fra le forze telluriche, e quale fu lo stato di queste forze negli anni e nei secoli trascorsi?

A questa domanda la scienza non ha una risposta categorica da fare: essa possiede molte osservazioni e molte opinioni anche contrarie fra loro. Ogni eruzione dei grandi vulcani è diligentemente descritta e studiata, ogni grande terremoto suole essere esaminato sul luogo; ma malgrado tutto ciò nulla si conosce delle leggi che dominano in questi fenomeni, e si può dire perciò che la scienza delle forze endogene della terra è ancora un desiderio. Ma con questa scoraggiante sentenza io non intendo negare il valore degli studii e delle scoperte fatte da moltissimi illustri scienziati nelle singole occasioni e nei singoli argomenti che hanno impreso ad analizzare ed illustrare. Molte verità scientifiche e molti dati importanti furono più o meno sicuramente stabiliti; ma come ho detto essi furono il risultato di studii isolati ed eccezionali, non la conseguenza di continuate e pazienti osservazioni di ogni genere di fenomeno proveniente dall'interno della crosta del globo.

Nell'indagare l'attività interna ed odierna del globo terraqueo, bisognerebbe dapprima por mente, che essa non si manifesta soltanto nelle eruzioni, nei

terremoti e nei vulcani attivi; ma eziandio comparisce largamente sull'intiera superficie terrestre per mezzo dei fenomeni detti endogeni, tanto fissi, circoscritti e continui (come p. e. le sorgenti termali e minerali), quanto mobili, vasti e momentanei, (come appunto le eruzioni ed i terremoti). Il complesso adunque di questi fenomeni unitamente ai loro effetti, possiamo dire che costituiscono la manifestazione d'una grande parte delle odierne forze telluriche. Quindi anche lo studio di queste forze dovrà senza abbandonare i grandi fenomeni estendersi al minuto esame delle manifestazioni minori, seguendone le piccole variazioni e ponendole a riscontro di tutti gli altri agenti tellurici, dei quali la meteorologia ogni giorno più va investigando i fenomeni e tenta scoprire le leggi.

E prendendo esempio appunto dalla meteorologia, noi troviamo che il suo studio, quantunque coltivato dai fisici dei passati secoli, non divenne scienza, finchè non si moltiplicarono, organizzarono e coordinarono le osservazioni; così la scienza delle forze endogene della terra non ordirà la sua prima trama, finchè con un simile ordinamento essa non potrà abbracciare sopra vasta scala l'analisi e la sintesi dei fenomeni, che debbono svelarne le leggi.

Niuna regione dell'Europa è ricca di fenomeni endogeni, sia momentanei, sia continui, quanto la nostra Italia, dove oltre i tre sistemi vulcanici tuttora attivi, l'Etna, il Vesuvio e le isole di Lipari, esistono a centinaia e centinaia le salse, le solfatare, le mofete, le acque termali e minerali, le sorgenti di petrolio, di gas ecc. Oltre a ciò tutti sanno quanto la nostra penisola sia frequentemente agitata dai terremoti, ed in alcuni punti dalle lente oscillazioni di suolo sensibili in riva al mare. Fuori dell'Europa nell'Oriente e sopratutto nell'America i fenomeni endogeni spiegano anche oggidì tale attività, che sopra ogni altra parte del globo esse meriterebbero studio ed osservazione continua. Ma le condizioni dei luoghi in parte deserti, in parte poco civili e sopratutto la mancanza di osservatori idonei, fanno ostacolo per ora al soddisfacimento del desiderio della scienza. Niuna regione adunque quanto la nostra penisola, che è tutta abitata e civile, trovasi atta ad esser soggetto di ordinati studi e di osservazioni, tanto per le variazioni dei fenomeni fissi, quanto per le indagini de'temporanei anche di minima entità. Finchè una cosiffatta organizzazione di studio non sia attivata e continuata per qualche tempo, la scienza non sarà in grado di svelare le leggi delle misteriose forze interne della terra.

Della verità di questa mia opinione e della certezza del buon risultato, che saremmo per raccogliere dall'ordinamento predetto di minute indagini, abbiamo un saggio ed un'arra negli accurati studi già iniziati da taluno dei cul-

tori della fisica terrestre. Questi hanno cominciato a scoprire nuovi ed inaspettati fenomeni, che meritano speciale attenzione. E qui nell'enumerare cotesti studi, per non parere di mancare verso i molti dotti italiani e stranieri, che si occuparono con grande frutto dello studio del vulcanismo, credo doveroso specificare, che intendo far qui menzione soltanto degli studi procedenti per osservazioni continue e giornaliere, ossia insomma di studi statistici.

Abbiamo adunque il Palmieri, che col suo osservatorio e delicati istromenti collocati in sul Vesuvio, non che coll'assidua osservazione delle fasi di quel Vulcano, ci fornisce una sorgente inesauribile di dati, che sarebbero assai più preziosi, se fossero confrontati con altri dati ed altre osservazioni.

Abbiamo il Bertelli in Firenze ed il Monte a Livorno, i quali giornalmente osservano i loro sismografi e registrano i terremoti leggerissimi, i quali il più delle volte non sono avvertiti neppure dai fisici.

Il Denza da Moncalieri sorveglia assiduamente i fenomeni delle Alpi, e dalle numerose stazioni meteorologiche da esso fondate, raccoglie minute notizie dei piccoli terremoti. Anzi questi ora si prepara a provvedere tutte le dette stazioni meteorologiche di sensibili sismometri del modello inventato dal Bertelli. Di siffatti istromenti sismografici più o meno acconci all'uopo sono ormai provveduti quasi tutti gli osservatorii italiani. E fra i direttori di questi osservatorii meteorologici meritano speciale menzione per l'assiduità loro agli studi sismici il ch. Prof. A. Serpieri di Urbino, il Prof. Don Ignazio Galli di Velletri, il Prof. G. Bellucci di Perugia ed il Dott. Domenico Conti di Cosenza. A questi dotti aggiunge l'opera sua utilissima il sig. Demetrio Lorenzini farmacista di Porretta. Questi essendo amatore degli studi di ogni genere si è fatto diligente osservatore dei terremoti, che spesso agitano il suolo appennino della regione bolognese, e non manca giammai in quelle occasioni di esaminare il livello dell'acqua nel pozzo del suo laboratorio. Esso trova mai sempre alterato questo livello ad ogni scossa di terremoto. Nè strano è il fenomeno; perchè mille volte osservato nei grandi terremoti, dei quali sappiamo aver talvolta asciugato, talvolta accresciuto, talvolta intorbidato, colorito, mineralizzato l'acqua dei pozzi. Ciò vedendo io pensai consigliare al Lorenzini di intraprendere una serie di osservazioni giornaliere indipendentemente dai terremoti, per vedere se solo all'apparire di essi avvenissero variazioni di livello, e se le variazioni ordinarie fossero collegate col regime generale delle acque sorgenti in ragione delle stagioni. Intraprese assai volentieri le osservazioni dal Lorenzini, ne risultò una nuova fonte di indagini, perchè il livello del pozzo muta giornalmente senza relazione veruna colle piene e colle magre delle sorgenti, ma solo con qualche rapporto coi periodi

sismici. Ecco ciò che il lodato Lorenzini mi scrisse in data del 14 Luglio, cioè dopo soli 18 giorni di osservazione. « Ho già intrapresa l'osservazione giornaliera
» sul livello dell'acqua del mio pozzo. Questo viene per ora misurato in tutte
» le mattine con uno scandaglio circa alla medesima ora prima di incomin-
» ciare ad attingerne l'acqua. La ristrettezza del diametro della tromba ed il
» dovere ogni momento prendere acqua col secchio, rende impossibile l'ap-
» plicazione di un meccanismo. Le trasmetto intanto il quadro delle osser-
» vazioni fatte a tutt'oggi, dal quale rileverà gli strani e repentini movimenti
» del livello del liquido. Ed è da notare, che neppure basterebbe l'osserva-
» zione unica mattutina per tutte cogliere le variazioni. Di ciò Le sia prova, che
» quantunque il consumo d'acqua nella nostra casa sia grandissimo; pur tut-
» tavia talvolta fra giorno invece di decrescere essa aumenta. Ciò verificai
» p. e. nei giorni 30 Giugno e 7 Luglio, nel primo dei quali trovai, che l'acqua
» da m. 1,74 trovati nella osservazione della mattina era salita a m. 2,12 per
» poi riscendere dopo il riposo della notte, avendola trovata nella mattina
» del 1 Luglio a m. 1,82. A dì 7 Luglio poi, nel qual giorno era già cre-
» sciuto di m. 0,55 in paragone del giorno antecedente, da m. 2,03 verifi-
» cati la mattina, giunse a 2,21 dopo avervi molte volte attinto l'acqua nel
» corso della giornata. »

Dopo questi primi risultati il Lorenzini continuò le osservazioni, che regolarmente mi trasmise fino alla fine del decorso Novembre. Da queste osservazioni apparisce ad evidenza, che non la legge dell'affluire le acque a seconda delle stagioni, ma altra misteriosa cagione fa salire e scendere stranamente l'acqua di questo sensibile pozzo. Se altri osservatori moltiplicassero una simile ricerca in varie parti d'Italia, sono certo che ne risulterebbe qualche dato assai importante.

Ma fra gli studi regolari recentemente intrapresi intorno alla sismica terrestre, ve ne sono taluni che meritano speciale e più particolareggiata descrizione e discussione.

Il Perrey da circa trenta anni con indefessa pazienza raccoglie le notizie dei terremoti, tanto antichi che contemporanei, e ne viene redigendo copiosi annui cataloghi, i quali sono publicati dalla Accademia di Bruxelles. Questo eminente raccoglitore immerso nell'immensa massa del materiale raccolto, non pose mano finora ad ordinare la sua statistica per dedurne abbondanti conseguenze scientifiche. Alcuni dati egli ricavò sulle ore e sulle stagioni dei terremoti. Havvi una legge, che esso sostiene emergere sicuramente dalla sua raccolta sismica; ed è che i terremoti seguono le fasi della Luna e si aggruppano attorno ad esse. Quindi ne deduce dover provenire i terremoti da interne maree dei fluidi sotterranei del globo.

Il Bertelli senza discutere le idee di Perrey, spinge più avanti le sue indagini; e raccolte molte notizie istoriche sopra osservazioni fatte fin dal secolo XVII sui moti spontanei dei pendoli, continuando anche esso simili esperimenti, intravvide una legge di continua oscillazione del suolo simile alla barometrica dell' aria, anzi con la barometrica collegata. Questi suoi studi consegnò in una recentissima opera intitolata « Appunti storici intorno alle » ricerche dei piccoli e spontanei moti dei pendoli fatte dal sec. XVII in » poi in relazione ai moti microsismici. »

Sono dolente che lo spazio non mi permetta di tutti toccare i pregi dell'opera. L'Autore ivi dimostra, che fin dal secolo XVII i diligenti osservatori si avvidero della somma facilità colla quale i pendoli massime leggeri oscillano menomamente, quando sembrano tranquilli. Dimostra eziandio che i medesimi pure s'avvidero dell'altro fenomeno punto non raro, cioè dello spostamento della verticale dei pendoli. Da quel secolo fino a noi vi furono mai sempre cultori ed osservatori di questo singolare duplice fenomeno, fra i quali i contemporanei sono il D'Abbadie ed il Poëy e qualche altro. Il Bertelli attribuisce questo fenomeno all'azione baro-sismica delle forti variazioni di pressione atmosferica, perchè dopo assai numerose osservazioni fatte da tre anni esso vede, che niun forte abbassamento barometrico è avvenuto senza essere immediatamente preceduto, accompagnato o seguito da notevoli moti microsismici: ma però oltre questi ve ne sono altri irregolari e spesso assai considerevoli ed istantanei, che avvengono anche sotto alte pressioni. Per distinguerli il Bertelli chiama i primi *baro-sismici* ed i secondi *vulcano-sismici*; ed opina, che si debba rintracciare la causa sia dei moti microsismici, sia delle deviazioni dalla verticale, nell'azione o simultanea o separata del vulcanismo, e della pressione atmosferica. Aggiunge però che in questo genere di delicatissime esperienze si richiedono speciali cautele nella costruzione collocazione ed uso degli Istrumenti da ciò, da esso chiamati *Tromometri*, e che ora sta costruendo con quelle modificazioni e perfezionamenti, che l'esperienza gli ha suggerito.

Ma le idee del Bertelli non piacciono ad un altro studioso sismologo italiano, cioè al Prof. Pietro Monte di Livorno. Questi occupandosi anche esso di esaminare i piccoli moti dei pendoli, pubblicò testè un opuscolo intitolato: *Esperienze comparative sui sismometri*.

Epilogando le parole dell'autore medesimo ecco la proposizione dell'opuscolo. « Del fenomeno importantissimo ed oscurissimo nella sua causa, osservato nei » lunghi pendoli dei sismometri, i quali raramente si trovano in riposo, si

» danno spiegazioni varie, forse perchè non si paragonarono fra loro sismo-
» metri molto diversi, ed i dati di questi con i valori dell'anemometro. A spie-
» gare quei movimenti, dice l'A., io ricorro ai tremiti della terra prodotti dal
» moto di corpi pesanti, alle agitazioni o correnti d'aria, che urtando contro
» i corpi, producono o da questi fanno trasmettere oscillazioni. Poca o nes-
» suna importanza vede l' A. nelle fasi del barometro, e neppure crede ai
» supposti cambiamenti di forma nella superficie terrestre quando avvengono
» oscillazioni ordinarie microscopiche non però nei casi di straordinarie ».

Prima di provare il suo assunto l'Autore descrive i suoi apparati e le precauzioni adoperate per allontanare le cause d'errore. Il filo del suo pendolo principale ha 12 m. 29 di lunghezza, il peso del disco 14 kilog. e mezzo. Descrive la località delle condizioni del fabricato, che dice poco lasciare a desiderare per i suoi esperimenti.

Ridotte le osservazioni a valori medi decadici, eccone il risultato ottenuto in sei decadi. Sono esclusi nel sismometro i valori superiori a due divisioni di scala, perchè rappresentano secondo l'A. agitazione anormale, e sono centesimi di divisione della scala. Per l'anemometro i valori sono metri di velocità per ogni minuto primo; per il barometro sono millimetri e suoi centesimi.

Istromenti	Agosto 1873	Settembre 1873
Sismometro	0,36—0,46—0,38	0,48—0,53—0,39
Anemometro	88—102—100	185—206—154
Barometro	759,46—60,79—59,83	58,63—60,42—62,08

Da questi valori si scorge che il sismometro cresce o cala coll'anemometro. Non pretende l'A. che siavi una corrispondenza assoluta , ma soltanto tale da indicare una dipendenza spiccata fra i due apparecchi. Paragonando poi i valori del sismografo col barometro siamo lontani dice l'A. dalle analogie, anzi pare che il barometro segua il sismometro, mentre dovrebbe presentare valori inversi.

Ai dati suddetti aggiunge la considerazione, che sembra difficile intendere, come variazioni barometriche di pochi millimetri debbano produrre fenomeni così giganteschi, mentre tali non avvengono per le alte e basse maree.

Viene poi all'altro fenomeno dello spostamento del pendolo fuori della verticale, il quale dimostrerebbe un cambiamento di forma nella terra. Questo fenomeno dice d'averlo anche esso osservato, ma sembragli poterlo anche questo attribuire a correnti aeree. Considera dapprima, che qualora esistessero

cambiamenti sia pur minimi della terra, avrebbero dovuto per i primi avvedersene gli astronomi, i cui istromenti troverebbersi spostati relativamente agli astri, per ogni minimo moto della crosta terrestre.

Descrive infine alcuni dei numerosi esperimenti da esso fatti, per esaminare tanto la questione delle oscillazioni microscopiche del pendolo, quanto le deviazioni del medesimo dalla verticale. Questi esperimenti si fondano principalmente sulla varia sensibilità e mobilità dei pendoli di diverse lunghezze e di diverso peso. I pendoli più corti e più leggeri sono i più mobili; e con vari esperimenti l'autore dimostra l'esistenza di correnti aeree nell'interno dei tubi contenenti i pendoli. Inoltre fa anche notare il vario effetto di queste correnti a seconda delle varie proporzioni dei corpi sospesi. I medesimi esperimenti mostrano l'esistenza di continue pulsazioni, mediante le quali l'aria è alternativamente aspirata ed espirata dai tubi.

Non voglio io dar l'ardua sentenza fra l'opinione del Bertelli e degli altri da esso citati, e quella del Monte. Credo però mio dovere di accennare alcuni fatti da me osservati, i quali forniscono dati importanti e punti da esaminare della oscura ed interessantissima questione. E ciò non sarà una digressione dall' argomento, ma anzi un completare le notizie sugli iniziati studi regolari, facendo conoscere anche una parte degli incominciati da me.

Nella decorsa estate ed in specie nei mesi di Agosto, Settembre ed Ottobre trovandomi in Rocca di Papa, cioè presso alla cima del versante esteriore del cratere centrale del sistema vulcanico laziale a 715 metri sopra il livello del mare, ho occupato molto tempo nella osservazione di parecchi pendoli da me collocati in varie maniere per lo studio dei terremoti. L'altezza della stazione, la natura craterica del luogo, l'assoluta mancanza dell'urto dei carri, i quali non giungono a quella altura, e finalmente la solidità della posizione dei pendoli collocati e custoditi nei muri interni a poca altezza dal vivo masso di lava basaltina, formano un insieme di condizioni assai favorevoli, e che danno importanza alle mie osservazioni, quantunque vi mancasse l'uso del microscopio.

A cagion della mancanza del microscopio non posso ragionare che di menomissimi moti, assai bene apprezzati però dall'occhio esercitato e dai relativi traguardi. L'esperienza mi ha dato che l'agitazione nei pendoli, la quale era appunto maggiore nei più piccoli, compariva a periodi di uno o più giorni consecutivi e senza veruna relazione colla forza del vento. Intorno a questo punto ho fatto mille esperimenti per assicurarmi, che le agitazioni da me no-

notate fossero veramente sismiche e non altro. Vero è che trattandosi di moti sia pur minimi, ma visti ad occhio nudo, dovrebbero essere esclusi dal paragone coi moti microscopici; come appunto il sig. Prof. Monte esclude dal suo calcolo i moti microscopici maggiori di due divisioni della scala. Ma è pur vero, che l'osservata indipendenza dagli urti del vento e la facilità misteriosa delle oscillazioni spontanee, dimostra in quel luogo aver allora esistito una particolare mobilità della superficie quantunque solida del suolo. A questa estrema mobilità avrà forse concorso la natura craterica dell' alto monte ed il tempo di agitazione sismica straordinaria, in che io faceva le osservazioni. Quindi per questo lato non si può molto confrontare il fatto di Rocca di Papa colle esperienze microscopiche del Monte. Ma esaminando l'altro fenomeno dello spostamento del punto di piombo, l'insieme dei dati acquista una importanza non dispregevole certamente. Anche questo fenomeno, per le ragioni addotte dal sullodato Prof. Monte, sarebbe da ripetere dall' aria, piuttosto che da moti della superficie del suolo. Le mutazioni dalla verticale nei miei pendoli avvennero sempre nella medesima direzione SO, NE e non furono giammai istantanei, ma continui; percorrendo in tempi ossia periodi diversissimi, diversi tratti nella linea suddetta. Queste escursioni ebbero il loro massimo nel giorno 28 Agosto; ed in genere avvenivano nei periodi, nei quali anche le oscillazioni ed i terremoti sensibili erano più frequenti. Cessarono quasi del tutto verso il 13 Ottobre quando pure di tanto diminuirono le scosse in tutta l'Italia, che (1) molti giorni furono del tutto esenti dal terremoto e nessun giorno ebbe più d' una scossa. Inoltre io volli costruire una curva sopra l'escursione di ciascun giorno, e ne risultò una linea ondulata similissima alla barometrica dal 12 Agosto fino al 25 Settembre. Dopo questo giorno divennero minimi i moti della verticale del pendolo, quantunque la curva barometrica divenisse assai variabile ed i venti fossero spesso gagliardissimi. Ciò avveniva specialmente nell'Ottobre, come appunto è solito dell'autunno. L' esser lo spostamento del piombo andato d' accordo col barometro, finchè quello spostamento avvenne sensibilmente, e l'aver abbandonato quest'accordo quando appunto cessavano le mutazioni del pendolo, ma diveniva invece più energica l'azione barometrica e quella dei venti; dimostra, a mio credere, che i moti del pendolo erano indipendenti dalla causa barometrica, ma non esenti dalla sua influenza, come condizione favorevole alla determinazione di quei moti provenienti da altra causa. Nè questa causa potè esser mai il vento o

(1) Veggasi lo specchio generale de'terremoti avvenuti nell'anno meteorico 1873 annesso al seguente fascicolo.

la temperatura; perchè appunto cessò il fenomeno quando ed il vento e la temperatura colle loro rapide e molte variazioni avrebbero dovuto agire potentemente. Laonde io non posso distogliermi dal sospettare, che era la crosta terrestre in continuo e lento movimento sotto l'azione del periodo sismico, influenzato però dalla pressione barometrica. E mi si accresce il sospetto predetto dall' aver osservato costantemente l' escursione avvenire tra SO e NE. Questa direzione è la normale dell'asse della frattura vulcanica, che passa per Rocca di Papa, dirigendosi al lago Albano e verso il mare. A seconda degli studi da me pubblicati (1), i labri delle fratture sotto l'azione dei terremoti si alzano e si abbassano producendo la normalità di due onde successive, che spesso si verificano negli scotimenti sismici. Le due onde normali fra loro sono mai sempre l' una parallela all' asse della frattura, l' altra incrocia la prima ad angolo retto. E ciò è ben naturale essendo queste le due direzioni sole, secondo le quali è più pronto a muoversi il suolo presso una frattura. Ciò che avviene istantaneamente nel terremoto, può avvenire lentamente durante il periodo sismico. come avviene anche sui crateri vulcanici nel prepararsi le eruzioni. Quindi se gli spostamenti della verticale nel pendolo vengono da questa lenta oscillazione sismica, ne deve appunto seguire, che essi debbono manifestarsi percorrendo una linea normale o parallela alla linea della frattura, che muove i suoi labri. Uno di questi appunto essendo il movimento avvenuto a Rocca di Papa nel pendolo, mi è forza concludere per ora, finchè non si trovi altra spiegazione del fatto, che una tale oscillazione sismica è stata la causa meccanica del mutamento della verticale del piombo.

Alle mie osservazioni corrispondono esattamente altre più recenti, fatte dal ch. Prof. Ignazio Galli a Velletri. Questa città è collocata sulla cima d'uno dei crateri secondari dello spento sistema vulcanico Laziale all'altezza di 380^{m} sul livello del mare. Dal Novembre 1873 cotesta città ha cominciato ad essere visitata da frequenti piccole scosse di terremoto, e contemporaneamente dopo alquanti giorni il sullodato diligente Osservatore e Direttore dell' Osservatorio Municipale si è avveduto di uno spostamento nei pendoli sismografici e questo avvenire nella direzione Nord-Sud. Infatti nella carta delle fratture laziali da me tracciata e publicata (2), prima che questi fenomeni incominciassero ad esser da noi avvertiti ; si vede come nel cratere veliterno convergano due fratture l'una diretta dal Nord al Sud, l'altra da NO a SE.

(1) Le fratture Vulcaniche Laziali ed il terremoto del 19 Gennaio 1873.
(2) l. c. pag. 16 e tavola topografica.

Essendovi questo incrociamentó di linee, che fanno capo ad un cratere, è ben naturale, che le direzioni più communi delle oscillazioni, secondo la teoria da me stabilita, dovranno ivi esser parallele e normali ai due assi predetti di N. S. e di NO, SE. Queste direzioni appunto sono le abituali per i terremoti Veliterni, ed in una di queste direzioni parimenti ci si presenta la escursione periodica del pendolo.

Dall'insieme di questi fatti adunque io concludo, che sui crateri vulcanici o presso le loro fratture, durante i periodi sismici, avvengono oscillazioni del pendolo e mutazioni della verticale indicanti i movimenti della crosta terrestre, non essendo estranea a questi movimenti la pressione barometrica. Questa conclusione però non distrugge gli argomenti e le difficoltà esposte dal Monte; perchè il caso da me verificato ha due condizioni speciali e non generali, cioè la presenza del periodo sismico e la natura craterica o fratturale della regione. È però innegabilmente un dato, che favorisce alquanto, almeno indirettamente, la teoria dei movimenti barosismici.

Ma gli stessi già iniziati studi regolari e continui, dei quali ho fin qui ragionato, non toccano tutte le parti del vasto campo delle ricerche necessarie. Esse si aggirano soltanto intorno all' argomento della sismica terrestre. Ho notato di sopra, che le fasi dei vulcani e sopratutto delle piccole manifestazioni delle forze endogene, come sono le solfatare, le mofete, e le sorgenti termali e minerali, formano un vasto campo, che indispensabilmente deve essere coltivato da regolari osservazioni. In questo ramo, se si tolgano le osservazioni del Palmieri al Vesuvio ed alquante poche del Silvestri sull'Etna, nulla si è fatto finora. E qui ripeto, ciò che sopra ho detto, che intendo parlare di osservazioni regolari e continue sulle fasi e sulle variazioni di questi piccoli centri di attività interna, non già di studi d'altro genere, che possono farsi nei medesimi luoghi. Certamente la massima parte delle acque minerali furono analizzate chimicamente più volte, e ne furono notate le qualità medicinali. In un numero più ristretto di luoghi si fecero eziandio ricerche geologiche e mineralogiche. In qualche punto fu anche notato genericamente avvenire delle variazioni, sia nella copia, sia nella qualità dei prodotti. Ma di nessuno dei predetti centri di attività abbiamo una serie di osservazioni di qualche precisione e durata di tempo. Dietro il mio impulso taluno in qualche luogo ha incominciato le indagini e fra questi voglio citare il Prof. Can. Medichini di Viterbo, il quale imprese a seguire le fasi del celebre *Bulicame* ivi esistente. Le cure del Medichini furono infatti subito coronate da felice successo. Imperocchè in pochi mesi oltre a varie osserva-

zioni sulla temperatura , e sulla quantità delle acque , e sui gas che esse emettono, ha potuto registrare e vedere ai 14 Luglio passato una triplice e copiosa eruzione gassosa di non lieve importanza.

Una eruzione fangosa è stata pure sorpresa nella salsa di Nirano presso Modena dal sig. Dott. F. Coppi, che vi si portava per secondare i miei studi. Altri in altri punti od hanno intrapreso o si accingono ad intraprendere simili pazienti investigazioni.

Da queste notizie chiara apparisce la ubertosità del campo impreso a coltivare e l'abbandono, nel quale esso fu fino ad oggi; ma giova sperare, che nell'avvenire prospererà anche questo, come tutti gli altri rami della scienza.

Se non temessi troppo dilungarmi, dovrei parlare di altri studi statistici fatti massime dagli stranieri sulle eruzioni vulcaniche e sui terremoti di tutto il globo terraqueo, con tentativi di confronti cogli altri fenomeni di cui siamo spettatori, massime meteorologici ed astronomici. Questi lavori tutti più o meno difettano di complemento nel numero dei fatti osservati e raccolti, perciò le loro conclusioni lasciano anche più o meno molto da desiderare. È insomma mai sempre il difetto di molte osservazioni sopra una grande scala quello che ha impedito finora il progresso della scienza dei fenomeni endogeni. Ed è a questo che noi dobbiamo provvedere in Italia, col moltiplicare le osservazioni e gli osservatori e raccogliere numerosi dati da coordinare in statistiche d'ogni maniera. Oltre a ciò conviene studiarsi di dare uno sguardo retrospettivo ai passati tempi, ed investigare con ogni industria le memorie dei fenomeni avvenuti nei secoli trascorsi, per sottoporli ai medesimi esami d'ordine statistico.

Con siffatto intendimento collegandomi con parecchi fra i sopra mentovati cultori di questa scienza, sono riuscito a moltiplicare di molto in Italia, come in parte ho già detto , gli amatori di questi studi, i quali divennero diligenti osservatori dei fenomeni diversi e sopra tutto delle variazioni, che avvengono nei luoghi, ove risiedono i centri fissi delle manifestazioni endogene. Da tale moltiplicazione di osservatori cominciò una corrispondenza attivissima e ricca di nuovi elementi per la nascente scienza. Non tacerò da ultimo, che essendomi io dedicato anche a minute ricerche storiche sui fenomeni avvenuti massime nella nostra penisola, anche da questo campo si è raccolta una messe ricchissima di dati , i quali coordinati scientificamente accresceranno non poco il tesoro del proposto studio. Ma tanto per raccogliere ed ordinare il già fatto , come per dare impulso e pronta pubblicità alle ricerche nuove, è necessaria la compilazione di un *Bullettino*, quale appunto io in-

traprenderò nel prossimo anno 1874 e che chiamerò con vocabolo forse almeno per ora non del tutto esattamente scientifico, ma volgarmente adottato, del *Vulcanismo italiano*.

Ecco la divisione della materia e l'ordine degli argomenti, che mi propongo di trattare. Primieramente avverto, che al titolo predetto aggiungo le parole *Periodico geologico ed archeologico per la osservazione e la storia dei fenomeni endogeni nel suolo d'Italia*. Questa seconda parte del titolo contiene le due grandi divisioni della materia, la quale dalle cose sopra dette è chiaro riferirsi a due campi del tutto separati e distinti, quali sono lo studio dei fenomeni contemporanei e le ricerche istoriche delle fasi già passate dal suolo italiano. E qui parrà a taluno superfluo l'aver posto nel titolo la qualità del giornale *geologico* ed *archeologico*, mentre desso sia nella parte relativa ai fenomeni contemporanei, sia nella parte spettante alle ricerche storiche, avrà mai sempre in mira l'esame dei fatti geologici della nostra contrada. Quantunque sia verissimo, che lo scopo principale del mio periodico è fisico e geologico; pure è da riflettere, che esso ha per soggetto un suolo eminentemente archeologico e monumentale, e riguarda un'epoca geologica (l'epoca del vulcanismo), la quale ha percorso una parte notabile dei suoi periodi contemporaneamente alle vicende dei popoli, che hanno abitato il nostro classico paese. Oltre a ciò l'esperienza mi insegna e lo svolgimento degli studi verrà vieppiù dimostrando di giorno in giorno, che queste parti dei periodi vulcanici non furono contemporanee soltanto colle primitive dimore dei popoli che diciamo preistoriche, ma penetrarono eziandio nei tempi della vera storia forse in più luoghi dell'Italia. Non occorre ricordare le notissime relazioni del Vesuvio e dei vulcani Flegrei, coi tempi della stessa era nostra volgare; le quali relazioni pure potranno esser meglio studiate e precisate nei loro particolari. I fatti del 79 di Pompei ed altri posteriori ci mostrano la niuna inverosimiglianza, anzi la probabilità grandissima di altri fatti simili in epoche anteriori ed in altri punti della nostra penisola. Gli studi di Petit-Radel sulle cause fisiche (vulcaniche) le quali disturbarono le dimore degli aborigeni e che tanto influirono sulle loro vicende politiche dimostrano, come in quei tempi remoti sì ma semistorici, dovea intrecciarsi la storia del vulcanismo con quella dell'uomo. Da ultimo le scoperte notissime, alle quali ho io tanto contribuito, di stoviglie e di bronzi sotto gli strati vulcanici del sistema laziale, ossia la Pompei latina da me illustrata, mostra un fatto nel quale i monumenti stessi ed i manufatti si presentano come i fossili negli strati del vulcanismo. Ecco la ragione per la quale il Bullettino vulcanico italiano è essenzialmente ar-

cheologico; i fossili del nostro terreno vulcanico sono, più assai che non si crede i monumenti degli avanzi della storia dei popoli italiani. Quindi come la geologia dei terreni sedimentari è una geologia necessariamente paleontologica, per i fossili organici che essa contiene, così la geologia del terreno vulcanico italiano è naturalmente archeologica per i fossili monumentali, che conserva fra i suoi depositi.

Ma mostrando la necessità del concorso dell'archeologia e l'entrare nel mio bullettino molta materia monumentale, non intendo modificare lo scopo del tutto geologico del nuovo periodico. Le intime relazioni però delle due materie nel caso nostro, renderanno il nostro bullettino non meno utile alle ricerche degli archeologi ed alla storia civile massime primitiva, che ai cultori di studi puramente geologici, ed in particolare alle ricerche dell' odierna fisica terrestre.

Ciò posto, ecco il quadro sopra promesso della distribuzione della materia in ciascun fascicolo che sarà publicato.

Primo Articolo. Il primo articolo sarà destinato a svolgere la sintesi delle osservazioni in corso; ossia rappresenterà il progresso della scienza. Frequentemente in questi articoli darò la descrizione e la storia fisica coi relativi cenni archeologici dei luoghi, ove esistono le tante manifestazioni di forze endogene, di che sopra ho ragionato; grandissima parte dei quali sono quasi ignoti al mondo scientifico geologico. Perchè, come sopra pure ho ricordato, la massima parte di quei luoghi furono finora soggetto soltanto di studi mineralogici, chimici, e medicinali.

Bibliografia. Farò il secondo luogo alla bibliografia relativa alla materia, che sarà corredata di semplicissimi sunti delle conclusioni, senza critiche nè elogi; essendo mio scopo unico quello di divulgare i fatti osservati e gli studi sui medesimi. Non mancherò peraltro di corredare queste piccole riviste di annotazioni, quante volte mi venga fatto di aver materia da aggiungere alla trattata dai singoli autori. Ed in questa parte del bullettino non farò luogo a riviste di lavori anteriori al 1870 considerandoli come già abbastanza diffusi e giudicati dal mondo scientifico. Dal 1870 in poi però procurerò, per quanto mi sarà possibile, di non omettere veruno dei lavori pubblicati, non attenendomi però all'ordine cronologico. E nello scegliere questa data del 1870 non ho soltanto avuto in mira la vicinanza del tempo, ma eziandio ho avuto lo scopo di parificare il periodo delle riviste colla età dell'ottimo Bullettino del R. Comitato Geologico italiano. Questo Bullettino è benemerito non solo verso la geologia nostra in generale, ma in particolare verso lo studio del vulca-

nismo, essendo stato esso in questo triennio l'unico luogo, dove potevamo attingere notizie di studi geologico–vulcanici, che non fossero sepolte e disseminate in mezzo alle materie diversissime in altri periodici di indole lontanissima dalla geologica. Potrò così far menzione nella bibliografia di quanto v'ha nel predetto bullettino di relativo al mio tema fin dal suo primo impianto.

Corrispondenza. Verrà in terzo luogo sotto forma di notizie la pubblicazione testuale della corrispondenza per la pronta registrazione e descrizione dei fenomeni. Questa sarà divisa generalmente in due sezioni. La prima darà le notizie descrittive di fenomeni recentissimamente avvenuti. La seconda darà le relative a quei fra i fenomeni, che fanno parte dei *quadri sinottici* (appresso indicati), i quali meritano speciale descrizione. Anche alla corrispondenza aggiungerò delle *note*, dove cada l'opportunità di chiarire ed illustrare un qualche dato.

Quadri sinottici dei fenomeni. Un' altra parte sarà dedicata agli specchi sinottici in ordine cronologico dei fenomeni; i quali specchi conterranno tutti i dati utili ai paragoni scientifici, come per es. le fasi della luna, le pressioni barometriche ed altri dati, che l'esperienza mostrerà essere opportuni a chiamare in confronto. Anche questi quadri sinottici verranno regolarmente dati dal 1870 in poi, rimettendo gli anni antecedenti a far parte della storia del vulcanismo. Comincierò peraltro questi quadri dal 1873, perchè essendo il più prossimo anno e ricco di fatti, è anche il più interessante.

Storia del vulcanismo italiano. Da ultimo farò luogo alle ricerche storiche, colla pubblicazione sia di fatti nuovamente rinvenuti nei manoscritti inedìti, sia col riprodurre cose dimenticate dai dotti.

Oltre a ciò tenterò di compilare le tavole sinottiche dei fenomeni osservati nei tempi trascorsi per quanto sarà possibile, sul modello che adotterò per le osservazioni contemporanee.

COMITATO SEGRETO

Dietro proposta del Comitato Accademico venne aggiunto al novero dei Corrispondenti Stranieri dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei, per mezzo di votazione segreta il Chiarissimo Signore Emilio Bertin, Dottore in dritto, Membro della Società Accademica di Cherbourg, ed Ingegnere di costruzioni Navali.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Comm. Viale-Prelà – Comm. Alessandro Cialdi – Prof. P. Stanislao Ferrari – Comm. Fortunato Rudel – Prof. Cav. Mattia Azzarelli – Prof. Tito Armellini – R. P. A. Secchi – Prof. Cav. Michele Stefano De Rossi – R. P. F. S. Provenzali – Monsignor F. Regnani – Prof. Olivieri – P. Domenico Chelini – D. B. Boncompagni – Contessa E. Fiorini-Mazzanti – Monsignor F. Nardi – Prof. O. Astolfi – Conte Ab. F. Castracane – Prof. Cav. Vincenzo Diorio.

L'adunanza aperta legalmente alle ore $3\frac{1}{2}$ pom., fu chiusa alle ore $5\frac{1}{2}$.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi* — Vol. VIII. Disp. 5.ª (*Aprile* 1873) — Disp. VI.ª (*Maggio-Giugno* 1873). Torino, ecc. In 8°
2. *Atti dell'insigne e Reale Accademia Romana di San Luca ne'concorsi Balestra e Poletti dell'anno 1782 essendo Presidente il Cav. Francesco Coghetti professore della classe della pittura.* — Roma Tipografia delle Belle Arti 1873. In 4°
3. BERTELLI (P. D. Timoteo). — *Appunti storici intorno alle ricerche sui piccoli e spontanei moti dei pendoli fatte dal secolo XVII in poi dal P. D. Timoteo Bertelli Barnabita* (Estratto dal *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* Tomo VI. — Gennaio 1873). — Roma, ecc. 1873.
4. BERTIN (M. L. E.) — *Memoir on the experimental study of waves. By M. L. E. Bertin.* Translated by C. W. Morrifield Printed by Thomas Scott, Warwick court. Holborn. In 4°
5. —— *Étude sur la ventilation d'un Transport-Ecurie et Considérations générales sur les résultats à obtenir par le même procédé à bord des principaux types de navire à vapeur de guerre et de commerce*; *par M.r Bertin.* In 4° (litografato).
6. BONCOMPAGNI (B.) — *Note di Galileo Galilei ad un'opera di Giovanni Battista Morin, pubblicate da B. Boncompagni. Estratto dal* Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche Tomo VI. — Gennaio 1873. Roma, ecc. 1873. In 4°
7. —— *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche, pubblicato da B. Boncompagni.* Tomo V. Novembre—Dicembre ed Indice 1872. Tomo V. Gennaio—Aprile 1873. Roma, ecc. 1872—1873. In 4°
8. *Bulletin de l'Académie Impériale des sciences de St.-Pétersbourg.* Tome XVII. N° 4—5. Tome XVIII. N° 1—2. In 4.°
9. CATALAN (M. E.) — *Sur la constante d'Euler et la fonction de Binet, par M. E. Catalan* (Extrait). Paris, ecc.
10. —— *Recherches sur quelques produits indéfinis*; *par Eugène Catalan.* (Mémoire présenté à la Classe des sciences de l'Académie, le 14 Octobre 1871). Bruxelles, ecc. 1873. (Extrait du tome XI des *Mémoires de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique* 1873). In 4°
11. DE ROSSI (Cav. Prof. Michele Stefano). — *Bullettino del Vulcanismo Italiano. Periodico per l'osservazione e la storia dei fenomeni indigeni nel suolo d'Italia, Redatto dal Cav. Prof. Michele Stefano De Rossi.* — *Programma.* Roma Tip. Cuggiani, Santini e C.° In 8°
12. DALL (W. H.) — *Report on the Brachiopoda obtained by the United States coast survey expedition, in charge of L. F. de Pourtales with a revision of the Craniidae and Discinidae. By W. H. Dall.* With Two Plates. Cambridge, ecc. In 8°
13. DENZA (P. Francesco).— *Intorno alle aurore polari del primo quadrimestre dell'anno 1872. Note del P. Francesco Denza, presentate dal M. E. prof. G. V. Schiaparelli nelle adunanze del 16 maggio e del 6 giugno del 1872 del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.* (Estratto dai *Rendiconti* del Reale Istituto Lombardo, Vol. V, fasc. X). Milano, ecc. 1872. In 8.°
14. —— *Confronti di Barometri del P. F. Denza.* (*Estratto dal* Supplemento della Meteorologia Italiana 1869). In 8°.

15. —— *Le stazioni meteorologiche di Valdobbia e Domodossola. Relazione del P. Francesco Denza*. Torino, G. Candeletti, successore Cassone 1872. In 8.°
16. —— *L'aurore boréale du 4 février observée en Italie Par le P. Denza*. Paris, 1872. In 4.°
17. —— *Pluie de sable et phénomènes cosmiques observés en Italie dans la première décade de mars 1872. Par le P. Denza.*
18. —— *Norme per le osservazioni delle meteore luminose*. Torino 1870. In 8.°
19. —— *Osservazioni delle meteore luminose nel 1871—72, 1872—73, 1873—74*. In 8.°
20. —— *Aurora polare osservata in Piemonte nel 5 Aprile 1870 del professore P. Francesco Denza*. Torino, stamperia Reale 1870. (Estr. dagli *Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, Vol. V. Adunanza del 15 Maggio 1870). In 8.°
21. —— *Le meteore cosmiche pel P. Francesco Denza. Lettura fatta al Museo di Fisica e Storia Naturale in Firenze il 10 maggio 1868*. 2.ª Edizione. Torino 1871. In 16.°
22. —— *Sui valori dell'elettricità e dell'ozono osservati a Moncalieri nel tempo del Cholera*. Nota del P. Francesco Denza (Estratta dal Bullettino meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto; Vol. II, n. 10). Torino 1867. In 8.°
23. —— *Le aurore polari del 1869 ed i fenomeni cosmici che le accompagnarono. Memoria del P. Francesco Denza*. Torino 1869. In 8.°
24. —— *Le stelle cadenti dei periodi di Novembre 1868 ed Agosto 1869, osservate in Piemonte ed in altre contrade d'Italia. Memoria V e VI del P. Francesco Denza*. Torino 1870. In 8.°
25. —— *Le stelle cadenti del periodo di Agosto 1868, osservate in Piemonte ed in altre contrade d'Italia. Memoria IV del P. Francesco Denza*. Torino 1868. In 8.°
26. GENOCCHI (M.) — Académie royale de Belgique. (Extrait des Bulletins, 2.me série, tome XXXVI n.° 8; août 1873). *Lettre à M. Ad. Quetelet, sur diverses questions mathématiques par M. Genocchi*. Bruxelles Impr. de F. Hayez. In 8.°
27. GOIRAN (Agostino), ecc. — *Sopra gli aeroliti caduti il giorno 29 febbraio 1868 nel territorio di Villanova e Motta dei Conti Piemonte, circondario di Casale. Memoria dei professori Agostino Goiran, Antonio Bertolio, Arturo Zanneti, Luigi Musso (Estratto dal* Bullettino Meteorologico del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri. Torino, ecc. 1868. In 8.°
28. *Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg*, VII.e série, Tome XVIII, N.° 8. *Études metrologiques par H. Wild*, ecc. St.-Pétersbourg, 1872. — N.° 9. *Études sur les revenus publics. - Revenus publics de la Russie, leur classification, leur situation actuelle et leur mouvement 1866—1872. Par W. Bésobrasoff*, ecc. St.-Pétersbourg, 1872. — N.° 10 et dernier. *Untersuchungen über die Theorie des Encke'schen Cometen. I. Berechnung eines wichtigen theiles der absoluten Jupitersstörungen des Encke' schen Cometen. Von Dr. Emil von Asten*, ecc. St.-Pétersbourg, 1872. — Tome XIX, N.° 1. *Vergleichende untersuchungen betreffend die Histiologie (Histiographie und Histiogenie) der vegetatioen und sporenbildenden organe und die entwickelung der sporen der Leitbündel-Kryptogamen, mit berücksichtigung der Histiologie der Phanerogamen, Ausgehend von der betrachtung der Marsiliaceen von Dr. Edmund Russow*, ecc. St.-Pétersbourg, 1872. — N.° 2. *Bestimmung der Nutation der Erdachse. Von Dr. Magnus Nyrén*, ecc. St.-Pétersbourg 1872. In 4.°
29. *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*. Tome IX, 1.er Cahier. Paris et Bordeaux 1873. In 8.°
30. NICOLAIDÈS (N.) — *Analectes ou mémoires et notes sur les diverses parties des mathématiques*. Dixième—Douzième livraisons. Athènes 1873. In 8.°
31. POURTALÈS (L. F. de). — *Illustrated Catalogue of the Museum of comparative Zoölogy, at Harvard College N.° IV Deep-sea Corals. By L. F. de Pourtalès*. Cambridge, ecc. 1871. In 8.°
32. *Proceedings of the Royal Geographical Society. Published under the authority of the council, and edited by the assistant secretary*. Vol. XVII, n.° 2. Issued May 26th, 1873. London 1, Saville Row, W. In 8.°
33. *Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche* (di Napoli). Anno XII. fascicolo 8°—10.° (Agosto—Ottobre 1873). In 4.°
34. *Rendiconto delle Sessioni dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*. Anno Accademico 1872—73. Bologna, Tipi Gamberini e Parmeggiani 1873. In 8.°
35. SCHIAPARELLI (G. V.) e DENZA (P. F.)—*Sulla grande pioggia di stelle cadenti prodotta dalla cometa periodica di Biela, e osservata la sera del 27 novembre 1872. Notizie comunicate da G. V. Schiaparelli e dal P. F. Denza nell'Adunanza del 19 dicembre 1872 del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. (Estratto dai* Rendiconti *del R. Istituto Lombardo. Vol. V, fasc. XX*). Milano 1872. In 8.°
36. SERPIERI (Prof. Alessandro). — *Sulle stelle cadenti dette Perseidi dell'Agosto 1872 e sul loro radiante. Osservazioni e note del Prof. Alessandro Serpieri. (Estratto dai* Rendiconti del R. Istituto Lombardo. Vol. V, fasc. XVIII). Milano 1872. In 8.°
37. —— *Sul terremoto avvenuto in Italia il 12 Marzo 1873. Nota del Prof. A. Serpieri. (Estratto dai* Rendiconti del R. Istituto Lombardo. Serie II, Vol. V, Fasc. X). Milano 1873. In 8.°
38. STUDNICKA (Dr. F. J.) — *Casopis pro pëstování mathematiky a fysiky, Kteryz se zvlástním zretelem k studujícím. Rediguje Dr. F. J. Studnicka. A Vydáva jednota ceskych mathematiku*. Rocnik II. V Praze 1873. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE II^a DEL 25 GENNAIO 1874

PRESIDENZA DEL R. P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

SULLE PROTUBERANZE SOLARI E LE MACCHIE
DUODECIMA COMUNICAZIONE
DEL P. ANGELO SECCHI.

L'andamento delle protuberanze nell'ultimo trimestre del 1873 è stato abitualmente scarso, come si rileva dai quadri che qui sotto soggiungo. (V. Tav. A e B) e che fanno seguito ai precedenti. Abbiamo pure avute scarse eruzioni metalliche, ma che sono riuscite assai istruttive.

Riassumo in fine in un quadro i casi in cui si è verificata la coincidenza delle eruzioni suddette colle macchie, e si rileva che vi furono 89 casi favorevoli contro 8 soli contrari distribuiti nei varii mesi nel modo seguente.

MESI	N.° di casi favorevoli	Opposti
Dicembre 72	4	0
Gennaio 73	11	3
Febbraio	4	1
Marzo	9	0
Aprile	5	2
Maggio	7	0
Giugno	5	1
Luglio	10	1
Agosto	11	0
Settembre	12	0
Ottobre	3	0
Novembre	3	0
Dicembre	5	0
	89	8

TAVOLA A.

ROTAZIONI 1873	PRINCIPIO	FINE	NUMERO DELLE PROTUBERANZE	GIORNI DELLE OSSERVAZIONI	MEDIA DIURNA
XXXIII	3 Ottob.	31 Ott.	89	14	6.3
XXXIV	1 Nov.	27 Nov.	98	13	7.5
XXXV	28 »	25 Dec.	120	15	8.0

TAVOLA B. — *Protuberanze solari osservate dal 3 Ottobre al 26 Dicembre 1873.*

	Latitudine Nord									Latitudine Sud								
	da 90° a 80°	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90
	Numero generale																	
Rot. XXXIII	»	»	»	9	3	13	12	11	10	8	7	3	4	3	3	1	1	1
» XXXIV	»	1	2	3	7	8	8	14	10	12	11	4	12	3	1	»	1	1
» XXXV	»	»	2	7	3	13	15	9	14	15	15	11	8	5	1	2	»	»
Somma	»	1	4	19	13	34	35	34	34	35	33	18	24	11	5	3	2	2
	Numero delle protuberanze al di sopra di 64″																	
Rot. XXXIII	»	»	»	1	1	5	3	1	1	»	2	»	»	»	»	»	»	»
» XXXIV	»	»	»	1	1	»	1	1	»	»	2	»	»	»	»	»	»	»
» XXXV	»	»	»	1	»	7	3	3	5	»	3	1	»	»	»	»	»	»
Somma	»	»	»	3	2	12	7	3	6	»	7	1	»	»	»	»	»	»
	Altezza delle protuberanze																	
Rot. XXXIII	»	»	»	5.5	5.7	6.5	6.3	5.7	5.3	5.5	6.3	5.3	4.8	4.7	3.6	4.0	5.0	4.0
» XXXIV	»	5.0	5.0	5.0	5.3	4.7	5.0	5.6	5.0	4.8	5.4	4.3	4.9	6.7	4.0	»	4.0	4.0
» XXXV	»	»	4.5	3.5	4.5	9.1	7.6	7.1	6.0	4.8	5.8	5.6	4.5	4.1	4.0	3.5	»	»
Medie	»	5.0	4.7	5.3	5.2	6.8	6.3	6.1	5.4	5.0	5.8	5.1	4.7	5.2	3.9	3.7	4.5	4.0
	Larghezza																	
Rot. XXXIII	»	»	»	5.9	7.0	6.9	6.6	6.1	6.9	6.6	7.2	5.5	8.7	5.3	7.2	4.0	4.0	3.0
» XXXIV	»	6.0	9.0	7.7	4.5	5.5	7.4	7.8	7.9	6.2	8.9	4.5	6.9	6.7	10.0	»	3.0	5.0
» XXXV	»	»	6.5	6.3	5.2	9.0	8.0	7.8	6.7	7.5	7.2	6.1	6.6	8.3	3.0	3.5	»	»
Medie	»	6.0	7.7	6.6	5.6	7.3	7.7	7.3	7.2	6.8	7.8	5.4	7.7	6.8	6.1	3.8	3.5	4.0
	Area media delle protuberanze																	
Rot. XXXIII	»	»	15	43	38	50	46	36	38	33	50	27	21	23	26	16	20	28
» XXXIV	»	20	44	38	35	31	39	45	34	31	44	23	34	45	40	»	12	20
» XXXV	»	»	31	39	25	79	62	43	41	37	45	39	29	33	19	21	»	»
Medie	»	20	30	40	33	53	49	41	37	34	46	30	28	34	28	19	16	24
	Estensione delle facole in gradi di circonferenza																	
Rot. XXXIII	»	»	3.0	2.0	»	5.0	8.1	7.4	»	6.2	5.7	7.7	8.7	6.3	»	»	»	»
» XXXIV	»	»	2.0	3.0	»	4.0	5.1	7.5	»	7.7	7.0	5.6	2.0	»	»	»	»	»
» XXXV	»	»	»	»	10.0	3.5	6.3	7.4	»	5.7	7.8	4.2	3.0	»	»	»	»	»
Medie	»	»	2.5	2.5	10.0	4.1	6.5	7.4	»	6.5	6.8	5.8	4.6	6.3	»	»	»	»

Tra i varii casi che sono stati da noi osservati e che sono molto istruttivi, credo bene riferire con qualche particolarità il seguente.

Secondo quello che ho tante volte esposto nelle precedenti pubblicazioni, le macchie sono il prodotto di eruzioni solari, in quanto che i gas metallici da esse lanciate posti tra la fotosfera e l'osservatore colla loro forza assorbente formano la regione oscura. Le prove sono numerose, in quanto che, sappiamo che ad ogni eruzione tien dietro una macchia, e le macchie che in fase di attività si accostano all' orlo sono accompagnate da eruzioni, e mancano queste solo quando sono ridotte al periodo di calma, che precede la loro disparizione. Una prova più diretta di questa teoria si avrebbe qualora si potesse vedere sul disco stesso del sole nascere l'eruzione, e quindi comparire la macchia, ma in generale è impossibile vedere l'eruzione come getto brillante sul disco solare, tranne eccezionalissimi casi di enorme intensità, perchè la massa eruttata si vede sempre sotto l'aspetto oscuro di massa assorbente, e i casi di eruzione diretta veduta sul disco benchè non manchino, pure sono assai rari. (V. più oltre, pag. 53 ai 15 Genn.° 1873).

Però sarebbe possibile il caso di veder ambedue le apparenze quando l'eruzione accadesse vicino all'orlo del disco, e la sua altezza fosse tale da projettarsi fuori dell'orlo medesimo, perchè allora la parte alta dell'eruzione sarebbe visibile come protuberanza, e la parte bassa projettata sulla fotosfera apparirebbe come macchia. Questa fortunata combinazione ebbe luogo il 23 dello scorso gennaio nelle circostanze che sono per esporre.

Nella mattina del prefato giorno, il P. Ferrari, secondo il solito a 9^{or}, fece il suo disegno delle macchie al cannocchiale di Cauchoix nelle solite dimensioni di 243 mm. di diametro. All' orlo di levante notò alcune facolette, e altre macchie nell'interno del disco, ma nulla notò nella posizione di 67° da N verso Est vero. Alle 11 io cominciai il disegno delle protuberanze, e in detta posizione a $11^h 55^m$ notai una viva eruzione, come nella fig. 1ª. Tav. I. La massa non era filosa ma rassomigliava a un fluido in ebullizione. Notai sulla figura queste parole – *Vivissima: bolle vivamente. Vi è la B–C, rovesciate sono la D' e D'' è lucida una tra le due più strette del magnesio, molte righe del ferro, e moltissime nel verde.* Alle ore 12 e 10 min. riosservai l' eruzione, e scrissi: *pare che bolla, vedremo domani.* Scrissi così, perchè osservando sulla posizione del cercatore non vidi traccia di macchia.

A un ora e 49^m tornai ad osservare, e vidi l' eruzione ancora viva con fiamme a filamenti in più punti che si estendeva da 60.° a 69.°, nel mezzo essendo più viva (fig. III). Allora parvemi scoprire de'punti neri presso l'orlo del

disco, e per assicurarmene meglio andai al Cauchoix dove feci il disegno della fig. IV. Appariva nettissima una mezza corona di punti, ben dentro all'orlo, e tanto che non poteva dirsi che fosse entrata di tutta quella quantità pel moto di rotazione del sole. Questa infatti non era stata più di 3° dal tempo in cui dal P. Ferrari fu fatta l'osservazione; e tal moto non porterebbe che una frazione di millimetro (0,2) di mutazione nel posto della macchia, fosse pure stata sull'equatore solare: ora aveasi viva facola intorno ai punti che erano dentro l'orlo 3 interi millimetri. Essi corrispondevano precisamente al luogo dell'ebollizione notata dianzi carica di metalli diversi, e l'aspetto de' getti era tale, che non se ne vedeva la radice, come suol essere quando essi nascono dietro l'orlo, o avanti di esso. Non può dunque dirsi che l'apparizione della macchia fosse dovuta al moto di rotazione. D'altra parte la macchia era così appariscente, che nel mattino non sarebbe potuta sfuggire al P. Ferrari e nemmeno a me nella proiezione del cercatore.

È pertanto provato che la macchia si formò sotto ai nostri occhi, e dalla eruzione venne la materia che la produsse. Il dì appresso 24 la macchia era tutta dentro (V. fig. V.) e coronata di facole, ed avea un poro seguente di tal piccolezza da non poter supporre dovuta a lui tutta la massa eruttata osservata il giorno avanti.

Riandando le nostre osservazioni e figure, troviamo numerosi casi simili di eruzioni sovrastanti alle macchie vicinissime all'orlo, ma ci mancava ancora il fatto positivo di vedersi formare la macchia sotto ai nostri occhi, perchè nelle altre la macchia poteva dirsi già formata, e portata dentro dalla rotazione. Questa volta invece abbiamo la serie de' fenomeni quale precisamente può desiderarsi per confermare le nostre teoriche.

I fatti qui descritti ci danno la spiegazione di un fatto osservato da noi fino dal 1869 (22 aprile): cioè che le linee dell'idrogeno si vedono rovesciate sul disco solare dall'orlo fino alle macchie che sono dentro di esso di 3 in 4 secondi e più. Ciò è prova che allora l'eruzione partiva realmente dalla macchia, e che quel rovesciamento tradiva il getto che dall'interno del disco si elevava fino sopra il suo orlo per l'osservatore terrestre, vincendo in quel luogo l'intensità della fotosfera stessa. Quell'osservazione fu fatta a fessura stretta come usavasi comunemente allora, e sarà quindi bene di ripetere queste ricerche nello stesso modo quando si presenteranno macchie all'orlo. Il prolungamento della C fino dentro il nucleo confermerà che ivi ha sede l'eruzione.

Così se in questo intervallo le eruzioni sono state più rare, non sono state però meno istruttive.

Al presente la questione più agitata è se nelle eruzioni solari la materia sia sollevata per aspirazione da turbini generatisi nella atmosfera solare superiore alla cromosfera, ovvero se sia alzata da una impulsione proveniente dall'interno del sole. Le osservazioni che abbiamo fatto più volte sulle forme delle protuberanze eruttive sembrano sciogliere la questione. Nella tavola annessa diamo il disegno dell'eruzione del 23 Gennaio osservata qui in presenza del sig. Rutherfurd e disegnata dal prof. Tacchini di Palermo. Si vede che essa è formata da un getto violento che esce dal di sotto, e che invece di esser tirato in sù da una forza aspirante, dopo essersi sollevato per impulsione è respinto in basso da una forza deprimente, cioè dalla resistenza e forza della corrente superiore. L'altezza era di 2′ 32″ alle $2^{or} 33^{m}$, e in appresso numerosi getti discontinui di magnesio si sollevavano fino all'altezza di un minuto. Questo non è il primo caso di tali forme spirali ad asse orizzontale: molte ne abbiamo nei nostri registri, le quali provano che le materie non sono aspirate, ma spinte. Del resto in una atmosfera così rara come esser deve quella che sovrasta la cromosfera è difficile ammettere turbini così potenti da sollevare in tanta copia i materiali inferiori; anzi può credersi il contrario vedendosi la materia gassosa sciogliersi placidamente a certa altezza.

Questa idea dell'eruzione è adottata anche dal sig. Spöerer che si accosta ogni dì più alle nostre idee. Nel n.° 1974 dell'*Astronomische Nachrichten* egli ammette il fatto della coincidenza delle macchie colle protuberanze *metalliche*, che esso chiama *fiammanti*. Egli ammette ancora che le macchie sono fatte dalle materie eruttate che egli chiama *nubi*. Noi abbiamo detto perchè non accettiamo questa denominazione, ma in fondo la cosa è la stessa, e su di una parola non faremo discussione. Ammette le correnti concentriche o concorrenti al luogo della macchia formata da materie raffreddate dopo l'espanzione e la caduta sulla fotosfera, ma esso sembra limitare il fenomeno alla cromosfera, mentre noi fin dal 1860 mostrammo che esso avea luogo nella fotosfera stessa e ne erano prova le lingue che dalla penombra si spingevano verso il nucleo delle macchie. Ciò però non impedisce che anche nella cromosfera vi siano analoghe correnti. Questo accordo con una persona che ha pratica nella osservazione, ci dispensa di rispondere alle teorie e alle obiezioni di quelli che giudicano di queste cose senza averne mai veduto nulla.

Vediamo pure con piacere che il Sig. Langley ha in America confermato gran numero di cose da noi scoperte già nella fotosfera. (V. *American Journal of science*, Genn. 1874).

Soggiungo un catalogo delle principali eruzioni osservate nel 1873. Estraggo

questo catalogo dal Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio, limitandomi alle coincidenze delle macchie colle protuberanze metalliche, e alle macchie spirali o giranti. Rapporto a queste ultime risulta che la rotazione non è permanente, giacchè o cessa dopo uno o due giorni al più, o anche ritorna indietro. Cosa che sconcerta assai le idee di quelli che ammettono dappertutto i turbini, o gli uragani solari.

Una pretesa somiglianza della circolazione dell'atmosfera terrestre colla solare, ha indotto molti a credere che il giro delle macchie debba esser analogo a quello de'nostri cicloni, ma ciò è un errore, perchè mentre da noi la rotazione dell'atmosfera all'equatore ha un minimo relativo, nel sole ne ha invece un massimo. Noi abbiamo spesso meditato su questo fatto singolare, e finalmente crediamo averne trovato la spiegazione, nell'acceleramento che deve subire l'atmosfera solare pel suo raffreddamento. Secondo la legge della conservazione delle aree, col diminuire il volume solare deve crescere la sua velocità di rotazione, questo aumento devesi trovare massimo all' equatore, onde colà deve mostrare una celerità maggiore. Mentre eravamo giunti a questa conclusione, ci è pervenuta la memoria del Sig. Roche (*a*) nella quale anch'esso arriva alla stessa conclusione, ma suppone che questa accelerazione sia effetto di una crisi di antica data nel corpo solare. Noi invece crediamo che se la crisi fosse antica, col tempo si sarebbe stabilita per gli effetti indispensabili dell'attrito nella massa la debita uniformità della rotazione, onde per spiegare questo effetto persistente si deve avere una causa pure persistente, e questa non può esser altro che il raffreddamento progressivo della massa solare, debole sì ma non insensibile perchè in natura nulla si perde. Con tale origine si spiega la velocità maggiore di rotazione all' equatore, ma svaniscono tutte le altre teorie fondate sulle analogie delle circolazioni solari colle terrestri.

DECEMBRE 1872. — 10. Una macchia spirale la 278 all'orlo orientale; la 281 ha sopra eruzione e getti bassi.

12. La macchia spirale 278 ha rotato di 36° dextrorsum; un'altra con 4 nuclei in croce 277.

13. La macchia 278 ha continuato a rotare, e da un altro punto del perimetro si ha 30° circa. La lingua di ieri è sparita.

14. La 278 sembra aver regredito. La 281 è circolare e vastissima.

(*a*) *Essai sur la constitution et l'origine du Système Solaire par Edouard Roche.* Paris 1873.

19. Getti vivi sopra la macchietta 278 bis, comparsa ivi a 265°. Pennacchi copiosi, ma deboli a 114° alti 10.^{mm} = 80″.

23. Gran catena di pennacchi idrogenici a ponente dove tramonta la 281 con molte facole. Getto più vivo a 187°, pennacchio vivo ed eruzione a 95° con getti variabili e sfumati, rinnovatasi in varie volte.

24. Compariscono due punti a latitud. 45° Sud che ieri non v'erano: e due facole a 187° ove ieri erano i getti e oggi continuano le nubi sopra queste, dove poi nasce una macchia come si vide al 26 quando era già dentro.

GENNAIO 1873. – 4. Da 233° a 250° seguita la massa di H, ma è a nube sospesa, e quasi isolata tutta. È cumuliforme non a fili. Presso la macchia 286 vicina all' orlo pennacchi; più tardi a 233° si formano filamenti, e par roba che caschi.

7. A 63 getto idrogenico alto ramificato come un cedro a due ordini: braccia nebulose: tronco filoso. A ponente getti sulle macchiette scomparse, mediocremente vivi. A 305 copia di H. sfumato.

10. L'eruzione di H. di ieri l'altro continua, ed è cresciuta, ve n'è un'altra diametralmente opposta, ampia ma debole. Entrata la m.ª 6 senza avanguardia, però ha pennacchi al N. e al Sud.

12. A 70° massa di fili vivi, che precede la macchia n.° 8. Vera eruzione con nubi sospese sopra. Intorno alla macchia 6 è gran facola.

13. A 70 macchia 8ª nata dove jeri era il mezzo dell' eruzione. Eruzione di Idrogeno a 99°. Facola viva il dì appresso, ivi nessuna macchia.

14. Cromosfera a fili netti: e a punte vive sulle macchie 11 e 1 che sono presso l'orlo. Pennacchio al luogo della 7.

15. Grossa macchia 8 nucleare. Su essa si diffondono le 1674 – 5 – 6 di K, la grossa 1694 del Fe, e le *b* tutte si sono viste lucide. Pennacchi leggeri belli a Est a 90°. La macchia 1 sparisce senza getti; gettarelli sulla n.° 7.

16. Vivissima prot. a 70° a $10^h\,52^m$ spettro misto brillante (classe delle macchie) la C è intaccata verso D: imagine in BC, e B*a* fenomeni secondarii alle $2^h\,53^m$ alta 135″.

17. A 71° vivissima prot. alla base B–C, B–*a*. Altre righe non si vedono, ma l'aria è cattiva. Lineetta lucida parallela all'intaccatura della C verso B–C.

22. A 95° eruzione viva a $11^h\,\frac{1}{4}$ dura e si ripete a 1^h. Rovesciate le magnesiane, la 1474 ecc. ed altre. V'è macchia il dì seguente. Sul centro della macchia è bassa la crom. ma poi si avviva e genera eruzione. Crom. filosa netta convergente ai poli.

23. Nasce la macchia a 95°: ha un getto sull'orlo sopra essa.

24. A 288° vivissima eruzione con spettro brillante (classe delle macchie) immagine in B–C e B–a.

25. La macchia 8 tramonta con pochi sfilacci a destra e sinistra nell'eruzione, era quieta da molto tempo.

29. La gran macchia 15 si divide, non si può studiare per l'aria. Eruzione sulle facole della macchia 20 che si accosta all'orlo. Cumuli vivi a levante a 104° dove domani è macchia.

30. Getti vivi metallici nella 20 che è sull'orlo. Entrata la macchia 23 che ieri era all'orlo vivo.

FEBBRARO – 7. Grande eruzione – a $11^h 30^m$, fili dritti vivi a 94° e gran pennacchio – volto verso i fili a 106° – A $1^h 12^m$ al luogo dei fili grande fontana ed eruzione di massa fitta e compatta che arriva a 160″: al luogo del pennacchio altro getto di fili egualmente vivi, ma più rari. Vi sono la B–C, il magnesio, e il ferro, la 1474; tutte le righe principali del verde e del sodio sono rovesciate. – A $1^h 35^m$ s'alza fino 176″, ma i metalli non si vedono più che in basso : continuano le due regioni di eruzioni. I getti si incrociano in mezzo. Estensione de'getti 9° in lat. – Domani macchia. Si dirada, e poi cessa alle 4^h.

8. Le macchie sono comparse agli angoli di Pos. 94, 96 $\frac{1}{2}$ e 98. Due più grandi corrispondono al luogo dove era il ricasco de'getti.

12. La m.ª 25 è all'orlo, ma ha sopra solo deboli fili. Si pronunziano altre masse nucleari nella 29. Pochi getti intorno.

13. Sole pinticchiato, molte facole, ingrandita la 30; segue a pronunciarsi la 29: eruzione sulla 27 al tramonto. Nata la 33 ove ieri erano punte dritte: pos. 108°

14. A 99° si ha a $2^h 35^m$ una piccola eruzione con magnesio vivo e molto idrogeno. Un getto vicino a 92° era sensibile dal mattino.

15. Al luogo dell'eruzione di ieri è una facola viva : a destra e sinistra due getti di H. Le macchie 31 e 32 sono presso all'orlo evanescenti senza getti : nella 29 si pronunziano sempre più altri nuclei.

16. Nata la m.ª 35 al luogo de'getti di ieri: la 34 vicina all'orlo orientale con getti vivi: altri getti sulla 32 tramontata : la 30 è nucleare tonda con corona di fori: nella 29 si sono decise 3 nucleari comparse in mezzo le 36 e 37.

17. Fiamme sulle facole all'Est, il resto al solito. Bella la 30 nucleare: 2 gruppi di puntini in 29 e 33: nate macchie 39 e 40 sotto le fiammelle di ieri.

19. Grandi fiammoni di H a lat. 35 circa nei due emisferi diam. opposti a NE. e SO. Macchie al solito: la 29 s'impiccolisce. Segue la 30.

20. La macchia 29 è all' orlo, e attorno ad essa nelle facole sono grandi fiamme, e divergenti, che occupano tutta la regione delle facole. A 79° alle $3^h \frac{1}{2}$ piccola eruzione.

21. La coda della 29 è sull'orlo, ed ha pennacchi di H., e crom. viva. La 30 è vicina all'orlo, ma non ha che crom. un poco più alta.

22. Grandi pennacchi a SO, uno sulla m.a 29 uscita. Eruzione viva a levante a 102°, che sono sulla macchia visibile domani. Appare macchia sull'eruzione orientale del 20, ieri vi era facola sola.

23. Comparsa la macchia a 105° ove ieri era eruzione. Grandissimo fiammone di H. a SO. alto 160″ e più. Molte macchie, ma tutte piccole.

26. Fiammoni a NE. al luogo solito.

MARZO – 1. A 92° piccolo getto vivo dove nasce la m.a il dì appresso – a 255° massa viva sulla 35 che tramonta.

2. Entra la m.a 48 sul getto di ieri a 91°.

4. Getto vivo ed eruzione a 72°: il dì appresso nasce la m.a 50 nelle vicinanze. La 44 è tutta punti e la 47 è confusa.

5. Fiammoni sulle facole della 50. Le 44, 49, 47 tutte masse di punti.

6. Getto vivo a 96° a destra del luogo dove nasce la m.a 51, il dì seguente, con fiammoni a 102°, cioè a sinistra della medesima. La 49 è fatta di moltissimi punti disposti a modo di S. La 45 svanisce ridotta a un punto. La 47 e 47 bis pure sono di punti.

7. La 51 è accompagnata da fiammoni a destra e sinistra, non sul nucleo: comparsa in mezzo al disco delle nucleari 52 e 53. La 44 è all' orlo di ponente, e ha fili vivi alti sotto nube viva a 263°. Nella 49 si pronunziano due centri nucleari.

12. La 52 è all'orlo, e da un lato ha cumulo vivo di sfilacci.

15. Sempre più definiti, i nuclei della 55 pare che siano spirali.

16. Le nucleari del gruppo 55 sono ben decise.

21. Si forma di puntini la 55 bis, ma si scioglie subito.

22. La 55 è vicina all'orlo, e sulle facole ha de'fili dritti.

23. A 95° grande eruzione a tre piani alta 200″. Viene la m.a il dì seguente.

24. Nata la m.a 62 al posto dell'eruzione di ieri. Vi sono fili dritti e getti accanto, e una bella massa a 105° dove vengono poi nuclei posteriori. A 253° è un getto alto dritto vivo, ma non si può sapere se vi sia macchia perchè tramonta: ieri eranvi facole. La 59 si divide con 3 ponti paralleli. Cóme spiegare ciò coi vortici ?

28. A 73° getto vivo a corno. Vi nasce macchia il dì appresso. Si divide la m.ª 62, diminuite molto la 60 e 59.

29. Eruzione viva accanto alla m.ª 64 comparsa a 73°. Il più vivo è a 70° dove domani comparisce altro nucleo. Vi è rovesciato il magnesio, il ferro la B–C, ecc. Continuano i fiammoni di ieri da 117 a 140°. La 64 ha più nuclei; e le 62 si allargano.

30. Le 62 si separano ancora.

31. Massa di getti idrogenici sulle facole del gruppo 60. Le 62 si sono riunite di nuovo.

APRILE – 1. Macchia 64 molto grande, con correnti interne: la 62 è divisa: a 63° due getti H. dove domani vengono facole.

2. La m. 64 segue grande : le 62 si sono unite: a 35° eruzione viva, ma di solo H. con bei getti e facole vicine, continua domani.

3. La m. 64 ha il nucleo diviso da una corrente, le 62 sono quasi una. 4 belle nucleari 64 , 67, 66, 62. A 232° nube altissima di solo idrogeno che si alza e si spinge con velocità di 90, 5 chilometri per secondo, e diventa una specie di cirro dritto ramificato a $9^h\ 15^m$. Vedi la memoria nei *Comptes Rendus*. A 56° getto d'idrogeno sulle facole.

4. Segue grande la 64 e divisa. Crom. viva e gettarelli a 82° presso dove domani è una macchia. Grande sfiammata a 293°. visibile da ieri : solo H. sospeso.

5. Nasce la 69 un poco più al N delle fiamme di ieri: vi è facola al luogo delle fiamme. A 107° getti vivissimi ed archi lucidi dove domani nasce la 68. Getti variabili. La 92 è presso all'orlo, ed ha grandi fiammoni sulle facole.

6. Entrata la 68, e non è seguita da altro. La 66 sta presso all'orlo e non vi è nulla di particolare. Sulla 67 all'orlo è un pennacchio vivo.

8. Facole vivissime dove tramonta la 67; piccoli pennacchi sopra esse. A 108° punte vive assai, alte il doppio della cromosfera: in basso vi è la B–C., la C storta e a pezzi; rovesciate le b, b' e l'intervallo tra b' e b''. Il sodio sparisce per largo tratto, ma non si rovescia.

9. Visibile la 73 al luogo delle punte di ieri. Fiocchi vivi di H. dove si accosta all'orlo la 64.

11. Nata la 74, ma non potuta osservare; sulla facola che la segue sono baffi idrogenici. Sulla 64 che è tramontata forti baffi.

14. Magnifico gruppo di fiamme alla pos. 58°, ma benchè vivissimo è analizzato, e non ha che H e D_3. La forma del pennacchio in D_3 è diversa da quella di C ed F. La m.ª 73 è formata da una catena di punti che durano

più giorni. A 100° baffo vivo con archi volanti, il dì seguente si vedono facole vive in posto.

16. Nella 73 si dichiarano macchie nucleari al principio, mezzo, e fine della catena di punti.

19. Baffo vivo dove è tramontana la 71. Massa viva, alta, bellissima a fiore colossale di 96″ a 101°.

21. Il gruppo 75 si accosta all'orlo, e uno de'suoi nuclei è sull'orlo stesso Superba eruzione su di esso a 255° con fili dritti altissimi 64″ trasparenti, vaghi e davanti nubi: paiono un sole nascente! Variano molto. Vi è la BC, la 1474, il magnesio, ecc. Si ammira più volte, il getto è ravvivato a $1^h\ 35^m$. — A 100° è un altro getto in forma di corno con basse fiammelle variabili in ebollizione, da cui nascono getti, ecc. Esso sta sul 3° nucleo del gruppo 76.

22. Entrata la m. 77 senza niente. L' ultimo nucleo della 73 al tramonto ha solo qualche baffo. Seguono giorni cattivi fino al 26 in cui si trova entrata l'80 con qualche fiamma vicina, ma che non gli appartiene.

28. Fiamme sfumate a 94° sopra una facola: solo H. Svanisce presto.

MAGGIO — 2. La 79 è sull'orlo, ed è sormontata da piccoli getti; uno è attivo ed eruttante metallico a 258°, e ripetutamente si vede rinnovato a $1^h\ 30^m$. Grandi fiammoni a NO senza macchie. La 80 seguita rotonda, ed ha un arco al N di piccoli fori.

3. La 84 all'est non si è potuta osservare.

5. Comparisce ad E la 85, ed ha pennacchi vivi con strascico lungo. La 80 resta circolare con 2 punti al N e facola viva. Poca roba di fiamme.

6. Sviluppata la 85 con molti nuclei, ma piccoli.

8. La 80 è all'orlo ed ha deboli fiammoni sopra di sè a 110°, pennello alto sfumato: senza macchia. Pochissime protuberanze.

11. Sta per venire la 88, ed ha facole con pennacchi all'orlo. Le altre sono ridotte piccolissime.

12. Entrata la 88, ed è seguita da fiammoni. È presso l'orlo la 83, ed ha comitiva di getti di H.

13. Progredisce la 88 con doppio nucleo. Fiammoni sulle zona delle medesime a SO.

22. Sole senza macchie: pochissime facole e pochissime fiamme, e queste deboli e lanose. Pochi sfilacci vivi e variabili a NE dove domani entra la macchia 90.

23. Entra la macchia stracciata 90, ove ieri erano gettarelli all'orlo. Appa-

iono i punti 91. L'aria è cattiva, ma non si vede all'orlo nulla di forte, forse qualche debole.

25. Avanza, e si mostra con 3 nuclei la 90. La 93 e 92 comparse improvvisamente. Le protuberanze sono cresciute. Si vede rianimata l'attività. Magneti agitati da ieri!

27. Aumentano di grandezza le macchie. Pennacchio vivo fino a NE dove il dì appresso apparisce la macchia 94. Svanisce la 92.

28. Comparsa della macchia 94 al luogo dell'eruzione di ieri. Svanita la 92. Si pronuncia la 91. Ma tutte sono poco precise, e sembrano sfumate.

29. Eruzione a levante a 85° dove poi viene domani la macchia 95. Tutte le medesime sono con molti piccoli nuclei evanescenti.

30. Entrata la 95 con molti getti e punte sull' orlo Est a 85°. Le altre macchie sono tutte piene di piccoli punti e svaniscono.

GIUGNO — 1. La 91 è tramontata: a 9^h vi è solo l'orlo vivo della cromosfera metallica, che pare depressa, ma mezz'ora dopo si ravviva tutta e mette getti metallici con B–C, magnesio e ferro fra *b'* e *b''*. Lingue acute a punte di spade sulla macchia che sta all'orlo. Si giudicherebbe da ciò mancare la la cromosfera, ma mancano solo i baffi, e vi è forte strato metallico e H.

2. La m. 95 è molto allargata a nucleo nero diviso da un filo; a 130°. getto vivo arrovesciato non metallico.

4. Svanita all'orlo, non tramontata la 93. Nulla si vede per l'aria cattiva.

6. Eruzione viva a 261° (O. 25° S.) metallica, e variabile assai. Si osserva fino presso sera, e ai 20 si ha la macchia corrispondente di ritorno a Est. La macchia 95 visibile ad occhio nudo.

7. Nella 95 sparisce la C dentro il nucleo, ma non sulle facole. Essa è molto tormentata. Impicciolita la 94.

8. Eruzione piccola a ponente a 253°, bassa e viva (O. 30° N.) La m. 95 è divisa.

13. Nessuna macchia. Con una facola viva si prende il moto diurno. Pochissime protuberanze.

14. Cresciute le protuberanze, ma senza macchie. Eruzione a 290° debole con magnesio solo.

15. Nessuna macchia. Protuberanze idrogeniche ove erano le facole vive ieri. Crom. di direzione incerta.

18. Nessuna macchia, nè puntino. Soliti pennacchi a ponente a 255°, che durano dal 14 al 20.

19. Macchia 100 e 101: a 106° dietro la m.ª vi è la cromosfera, che si solleva diffusa, e pare un'aurora lontana a raggi fini dritti divergenti con nubecole.

Eruzione viva e bassa. A 282° (O. 12° N.) è un gruppetto di getti bassi, dritti, vivi, che corrispondono alla viva facola che si vedeva ieri. (Questi sono importanti, e mostrano da che derivino queste facole sì vive). Non si esaminò se vi erano metalli.

20. Ritorno della macchia dell' eruzione del 6. Macchie 101 e 102. La 103 dovuta all'eruzione del 6 era preceduta da un baffo ed è seguita da molti fiammoni (che sono le facole).

23. Allungata la m. 103. nasce la piccola 104 senza precedenti. Nella gran macchia 103 il sodio è fortissimo e sfumato colla nebulosità a grande distanza.

25. Ritorno della m. 94 senza fiammella 105. Eruzione al punto Ovest cioè D_3 e magnesio obliquo per camb. di refrang. Continua a $4^h\ 25^m$. Altra fiamma viva a 71° che dura fino al 29. Macchie 100, 102 e 103 nucleare.

26. La gran macchia 103 ha forma *di torpedine* con coda. Nasce la 106 con puntini verso ponente. Eruz. di idrog. a 71° molto viva.

27. La macchia 103 conserva la forma di ieri: ha rotato un poco. Le altre si chiudono e si dividono. Sole granulato. Grande eruz. di H. a 70°.

28. La gran macchia 103 è visibile da ieri a occhio nudo, diam° circa 64″. Oggi è senza la coda.

29. Eruzione immensa alta 112″ al solito luogo di 20° si estende oltre 15.° Non si vedono metalli, ma nel giallo avanti alla D_2 vi sono delle righe lucide che vanno colla D_3. Bellissima nella riga F.

LUGLIO — 2. La 103 all' orlo coronata sulle facole di molti getti di H: nella 110 si svolgono due nucleari. Tra la D e la C si vedono bene due zone del vapore d'acqua: confrontato colle nubi che girano.

3. Continuano i getti di H sulle facole della 103: fili corti e vivi sul luogo del nucleo della m.ª, poca roba nel resto. Le 110 ha formato un forte nucleo precedente con ponte vivo, o lingua curva.

4. La 110 si sviluppa in una grande nucleare in testa, con 2 piccole e punti appresso: una catena di punti li unisce. Nel nucleo si vedono sodio, cromo, magnesio e ferro. Comparso un gruppo di puntini 111.

5. La m.ª 110 è assai aumentata pel nucleo principale, gli altri sono ridotti a puntini: la 111 pure mostra una nucleare davanti: poche protuberanze e nessuna eruzione.

8. Resta visibile solo la coda della 110: eruzione sulle facole intorno al nucleo in forma di zigzag: nube sulla 105. Cresciuta la 109: l'orlo solare è incavato sulla 110 di oltre 8″. La 109 è dichiaratamente vorticosa; gira dextrorsum (sta nell'Em. N.). L'eruzione sulla m.ª 103 dura poco da $9^h\ 5^m$ a $9^h\ 10^m$;

poscia ripiglia a $10^h \frac{1}{4}$ e $10^h \frac{1}{2}$ si ravviva a $11^h 15^m$, e si spande su tutta la regione della m.ª benchè bassa, ma viva (figurata) con getti alti a fiore e strati diversi con metalli.

9. La 109 è ridotta e sparita la spirale: la 111 quasi tutta svanita. Figura fatta a $4\frac{1}{2}$ pom. con nebbia, e pure dura l'eruzione visibile sulla 110, e nelle sue vicinanze telegrafata dal Tacchini; si vede male ma pur si vede fra i vapori densi.

10. La 109 è molto mutata, sparita la spirale, la 111 andata, nè resta che due puntini. A 107° raggera di fili fini, vivi, alti, dritti divergenti, come visti in lontananza.

12. La 109 è vicinissima all'orlo e ha un getto arcuato con vivo cumulo sotto. Bei getti idrogenici a fiore a SO e uno di essi colla base non tocca l'orlo del Sole.

13. Seguono le eruzioni sulla 109 occultata. A NO gran catena di getti filosi.

14. Pochi punti, nessuna bella m.ª La catena di fiamme a NO va sempre salendo verso il polo N Anche qui qualche piede non tocca l'orlo. *All'Est* (90°) vi è una eruzione in cui si vedono varie righe vive simili alla D_3 poco prima del sodio tra 950 e 980 K. Sono state vedute altra volta quando la D_3 era assai viva. Mancano gli altri metalli.

16. Nasce la 118 con facola vivissima intorno.

17. Eruzione grande a levante (a 100°) con getti vivi e variabili sulle facole della macchia comparsa all'orlo. Soliti metalli, e vive le righe del giallo a $10^h 10^m$ punte diritte. Eruzione sulla m.ª 119 entrata oggi, molto variabile. (V. disegni). Vi è la B–C vivissima, magnesio e molte vive nel giallo tra 950 e 980 di K, l'eruzione è sulle facole che coronano la macchia e sono all'orlo.

18. A 67° e 73°, sono un getto e punte vivissime: precedono la facola e la macchia (Vedi domani).

19. Al luogo delle eruzioni di ieri si vede la facola viva con una regione oscura di semplice penombra.

20. Si sviluppa la m.ª 120: vivi fili e getto a 96, ove domani è facola, e dopodimani macchia, pochissime protuberanze, solo tre piccole!

21. Venuti all'improviso i due gruppi di punti 121, poche protuberanze.

22. Comparisce la m.ª 122 sulla facola di jeri, quivi entra la m.ª 133 presso le eruzioni di ieri. Si pronunzia un nucleo nella 121. – Nota – In questi giorni la direzione delle protuberanze è assai variabile, e con poca legge.

24. Macchia 125 comparsa senza getti nè avviso, salvo crom. alta il 23 precedente. Colonna curiosa alta 168″.

29. La 123 ritorna con nucleo solo. Parecchi fiammoni, ma tutti deboli.

30. Le fiamme sono poche e sempre in quest'epoca sono distribuite presso i 45° dal polo.

31. La 120 è all'orlo, ed ha una bella eruzione. Solite poche fiamme a 45 circa.

AGOSTO = 1. Seguono i getti sulla 120 ora tramontata: altri ne nascono più boreali sulla regione delle sue facole (V. l'eruzione notata ieri 31 luglio).

2. Getto di fili vivi e densi, ma bassi vicino al luogo della facola di ieri a 283° eruzione metallica.

3. A 99° fili vivi metallici precedono la facola di domani; altro simile debole a 216°.

4. La macchia 123 nucleare quieta, sta in mezzo da due pennacchi convergenti verso di essa, sopra essa la crom. è perfettamente quieta.

5. La 125 è presso all'orlo, e non ha nulla sopra di agitato, fili vivi bassi sull'equatore Est.

6. A 292° vi è sempre il getto da 3 giorni assai vivo e bello, che oggi ricasca a pioggia; nessuna macchia, nè facola in vicinanza. Nube sulla 125 tramontata.

7. Facola viva al luogo di un getto vivo di ieri a 79°.

8. Piccolo cumulo a 79° dove domani è macchia. Eruzione vivissima a 255° dove tramonta la 127. Catena di nubecole e filetti sulla 128, che tramonta. Crom. varia direzione a 45°.

9. La 2ª parte della m.ª 127 è all'orlo, e vi è eruzione viva, variabile e mobile a 260°. A 76° nube e fiammelle sopra la facola di domani.

10. Nuvoloso. Sole macchie. Facola ad E. ove erano i gettarelli.

11. A 360° una massa idrogenica filosa a pioggia.

14. Eruzione viva piccola a 77° dove vengono poi molte facole. La 131 era ieri vorticosa; oggi è divisa in due.

15. Eruzione vivissima, ma bassa e piccola sulle facole granulari all'orlo.

16 e 17. Poca roba, e gran quiete.

18. Piccoli getti a 96° che precedono la macchia.

20. Nubi e getti sulle macchie vedute in un lucido intervallo fra le nubi.

21. Sulle macchie 131 e 136 getti e fiammoni ed eruzione viva sull'ultima.

22. Eruzione sulla 137, piccola ed intermittente, ma viva a levante.

23 e 24. Altra piccola eruzione sulla 138 nuova e levante.

25. La 135 si trasforma in una massa di punti grandissima.

26. Le facole granulari del 15 riappariscono; a ponente vivo fiammone a 300°.

27. Poche protuberanze e macchie tutte piccole ed agglomeramenti di punti.

28, 29, 30. Giornate velate, sole macchie sempre di piccoli punti.

SETTEMBRE – 1. Massa cumuliforme a ponente sulle facole del tritume di macchie, che è all'orlo.

5. Velato: tra le nubi si vedono fili vivi sulla macchia 138 all'orlo con facole.

6. Fili vivi sulle facole (a 295°) che si vedevano ieri. Vera eruzione.

8. Massa viva assai, ma bassa a 102°. Le altre lanose tutte. A 263° fili a pioggia sospesi, sulla macchia 139 bis. Cresciuta assai la 140.

9. A 102° eruzione viva, variabile, ma non alta molto.

10. Compariscono sole facole al luogo dell' eruzione di ieri. Fiamma viva a 330°; ma idrogenica.

11. Protuberanze lanose e nubi sulla macchia 140 all'orlo di ponente.

12. Eruzione bella sulla macchia 140 all'orlo. A 275° massa alta diametralmente opposta. Facola viva a 72° ove erano fili vivi. Macchia al luogo della protuberanza di ieri a 93° che avea code.

14. Fiammone alto $24^{mm} = 192''$ ad Est. Sparisce in mezz'ora. Facola circolare con foro centrale a 73° circa.

18. Eruzione viva veduta con Tacchini a 73°. Ad $8^h 20^m$ non vi era nulla; verso mezzodì riosservato il sole col Tacchini si trovò una violenta eruzione. Il getto formava un arco con massa viva in cima da cui visibilmente cadeva una pioggia filosa. Vi erano i soliti metalli, sodio, magnesio, ferro, ecc. durò più di un'ora rinnovandosi, e mutando i disegni. Così egli restò soddisfatto della bontà dello spettroscopio, e della cascata della materia. Moltissimi punti nati al luogo della 145. La 143 è un punto contornato da facole.

19. Aria velata. Si vede però nata una macchia al luogo dell'eruzione di ieri. La 145 diviene nucleare.

20. Getto filoso vivo a 270° sulle facole che tramontano.

23. Nata la macchia 150 ove ieri erano gettarelli, e oggi vi sono fili e nubi sospese. La 145 all' orlo finora non ha nulla. A 315° continua il gran fiammone da 3 giorni.

24. La 145 tramonta senza altro che pochi sfili di sopra a sè. La 150 mostra molti nuclei.

25. Ad 83° fili vivi e mobili: macchia il dì seguente.

26. La macchia comparisce vicino all'eruzione che dura ancora. Ad 87° starebbe nella direzione della corrente. La 150 ha 3 nuclei separati con vivi archi di fotosfera o facole.

27. La 152 si sviluppa con 2 nuclei. Eruzione di fili vivi sull'orlo vicino. La 150 ha 3 nuclei allineati con penombra confusa.

28. La 150 si sparpaglia in 3 macchie. La 152 ha tre nuclei, ed è piuttosto di 3 macchie separate formanti un solo gruppo. Fiammoni sulle facole della 149.

29. A 245° sulle facole della 149 ricompare una macchietta: al mattino all'orlo erano soli fiammoni con piccolo getto. Ma alla sera dalle 3 alle 5 pom. eruzione superba ed importante assai: deve esser rincrudita la macchia, ma sta sull'orlo e tramonta.

30. Massa viva e getti sulla 149 al tramonto a 250°, la 150 si è trasformata in vorticosa spirale. Bellissime forme a palma da 270 a 290.

OTTOBRE – 1. Bel ventaglio di fili a ponente sulle facole.

5. Fili dritti acuti sulla m.ª 150 che è all'orlo. Altro riccio di fili a 98° dove nasce domani una m.ª Segue la catena di pennacchi da 50 a 73°. Svanisce il 2° nucleo del gruppo 152.

6. Comparisce la m.ª 155 dove ieri era il riccio. Sparisce la 153.

7. La n.° 152 s'accosta all'orlo con fiamme e nubi leggere. Formasi oggi la 156 in un masso di facole, e domani non c'è più quasi nulla.

8. Nasce la 157 e tramonta la 152 amendue hanno fili e fiammelle sopra di sè.

18. Aria cattiva. Vi è però qualche cosa, ma incompleta. Pennacchietti sulla m.ª 161 che si chiude 2 giorni dopo.

20. Comparisce la m.ª 162 con piccole fiammelle sopra; ma stanno per chiudersi. Continuano i fiorami da 300 a 315. Le macchie sono tutti punti.

22. La 161 è nata presso all'orlo occidentale su di una facola.

25. Fiammelle vive ove ieri era una facola a 262° e dove tramonta la macchietta 165.

NOVEMBRE – 18. Eruzione viva, ma piccola sulla 174 all'orlo.

19. Si condensa la 175: fiammoni sulle facole della 173.

25. Eruzione a 266, ma piccola, dove era facola viva ieri.

27. Nuvoloso, comparisce la nucleare 182 all'orlo.

28. Fiamme vive sulle facole della 181 e 182.

29. Nasce la 183 vicino all'orlo di ponente fra la facole: la 182 è bella tonda.

30. La 182 pare spirale; ma ciò è illusione per un piccolo getto laterale: vedremo, i fili non sono giranti.

DECEMBRE – 2. Tre belle macchie nucleari: la 182 che era spirale è ridotta a semplici raggi convergenti: la 184 a ponente e la 185 a levante.

5. Sfilacci sulla 184 sparita, comparisce la 186 fatta di molti puntini.

6. La 185 ha una lingua, ma non ruota, e domani è divisa in due. Albore a 79°.

7. Nella 186 si pronunziano 3 nuclei. Viva eruzione ove domani spunta una facola viva, e macchietta 187.

8. Sulla facola viva della 187 compaiono due punti neri ove ieri vi era l' eruzione. La 182 si accosta al tramonto preceduta da nubecole. Nella 186 si sono agglomerati i punti in due nuclei.

9. Eruzione intermittente sulla 182; da 9^h a 10^h nulla, poi da 12^h a $12\frac{1}{2}$ viva eruzione proprio al punto della macchia ancora visibile. La 186 ha due nuclei ben formati.

12. Eruzione viva ma bassa a punte a 257 sulle facole della 189. Grossi fiammoni d'idrogeno in più siti, e specialmente da 285° a 310.°

13. Seguono i fiammoni di ieri, ed è altissimo quello da 289° a 307°. la 186 al tramónto dà sfilacci.

14. Seguono i fiammoni al luogo di ieri: gran catena di getti a fiore da 100° a 128° e da 300° a 320°. La 186 è sull'orlo senza mostrare nulla. Però domani ha una nube: è intermittente.

17. Getto idrogenico vivo a levante. Macchia quasi nulla.

24. Tre belle macchie nucleari. La 192 ha due superbi nuclei variabili, ma non v'è traccia di spira.

27, 28, 29. La 192 ha dentro grande agitazione, la 191 è tonda e mostra una lingua che si sposta come se ruotasse un poco.

30. La macchia 192 essendo all' orlo si vede con un getto sovrapposto in un lucido intervallo.

31. La 192 all'orlo è piena di piccole fiamme e getti variabili da un momento all' altro. Eruzione frastagliata come la macchia stessa. La 194 ha la forma sempre nucleare colla lingua girante, ma ora sembra ritornare indietro. Infatti il 1° gennaio 1874 è tornata indietro, e ai 2 comincia la divisione in più nuclei. Non è dunque vera rotazione, ma sono fasi di movimento accidentali.

In tutto l'anno sono gruppi di macchie 200 giuste.

Tavola degli angoli di posizione
dell' equatore solare.

A facilitare le riduzioni delle osservazioni delle protuberanze per riferirle al polo solare diamo la seguente tavola, che non è altro che una espansione di quella già pubblicata alcuni anni sono.

CONTATI DA N. VERO PER L'EST.

GENNARO			FEBBRARO			MARZO			APRILE			MAGGIO			GIUGNO		
1	91	36	1	77	26	1	68	15	1	63	42	1	65	51	1	74	40
2	91	7	2	77	01	2	68	01	2	63	41	2	66	02	2	75	03
3	90	38	3	76	37	3	67	48	3	63	40	3	66	14	3	75	27
4	90	9	4	76	13	4	67	35	4	63	89	4	66	25	4	75	51
5	90	40	5	75	51	5	67	20	5	63	39	5	66	37	5	76	15
6	89	9	6	75	29	6	67	07	6	63	40	6	66	49	6	76	39
7	88	40	7	75	07	7	66	54	7	63	40	7	67	02	7	77	03
8	88	11	8	74	45	8	66	42	8	63	41	8	67	15	8	77	27
9	87	43	9	74	23	9	66	30	9	63	42	9	67	29	9	77	51
10	87	15	10	74	00	10	66	18	10	63	43	10	67	44	10	78	16
11	86	47	11	73	39	11	66	07	11	63	44	11	67	59	11	78	42
12	86	18	12	73	18	12	65	56	12	63	46	12	68	15	12	79	08
13	85	50	13	72	58	13	65	46	13	63	49	13	68	31	13	79	34
14	85	22	14	72	38	14	65	37	14	63	52	14	68	47	14	80	00
15	84	54	15	72	19	15	65	28	15	63	55	15	69	04	15	80	26
16	84	26	16	72	00	16	65	19	16	63	59	16	69	21	16	80	52
17	83	58	17	71	40	17	65	10	17	64	04	17	69	38	17	81	18
18	83	31	18	71	21	18	65	01	18	64	08	18	69	56	18	81	45
19	83	04	19	71	02	19	64	52	19	64	13	19	70	14	19	82	11
20	82	37	20	70	43	20	64	44	20	64	18	20	70	33	20	82	37
21	82	10	21	70	24	21	64	36	21	64	24	21	70	52	21	83	02
22	81	43	22	70	07	22	64	28	22	64	31	22	71	11	22	83	28
23	81	17	23	69	50	23	64	21	23	64	39	23	71	30	23	83	54
24	80	51	24	69	35	24	64	14	24	64	47	24	71	50	24	84	21
25	80	25	25	69	16	25	64	08	25	64	56	25	72	10	25	84	49
26	79	59	26	69	00	26	64	03	26	65	04	26	72	30	26	85	17
27	79	33	27	68	44	27	63	59	27	65	13	27	72	51	27	85	44
28	79	07	28	68	29	28	63	54	28	65	21	28	73	12	28	86	11
29	78	42				29	63	50	29	65	30	29	73	33	29	86	38
30	78	17				30	63	47	30	65	40	30	73	55	30	87	06
31	77	52				31	63	44				31	74	17			

LUGLIO			AGOSTO			SETTEMBRE			OTTOBRE			NOVEMBRE			DECEMBRE		
1	87	35	1	101	06	1	111	14	1	116	02	1	114	29	1	105	56
2	88	04	2	101	29	2	111	29	2	116	06	2	114	18	2	105	31
3	88	32	3	101	52	3	111	43	3	116	09	3	114	07	3	105	07
4	85	58	4	102	15	4	111	56	4	116	12	4	113	55	4	104	43
5	89	26	5	102	38	5	112	11	5	116	14	5	113	43	5	104	18
6	89	54	6	103	02	6	112	24	6	116	16	6	113	31	6	103	54
7	90	22	7	103	26	7	112	37	7	116	17	7	113	18	7	103	29
8	90	50	8	103	49	8	112	50	8	116	19	8	113	05	8	103	04
9	91	17	9	104	10	9	113	03	9	116	20	9	112	52	9	102	38
10	91	44	10	104	31	10	113	16	10	116	21	10	112	36	10	102	11
11	92	10	11	104	52	11	113	29	11	116	21	11	112	22	11	101	44
12	92	37	12	105	13	12	113	40	12	116	20	12	112	08	12	101	17
13	93	04	13	105	34	13	113	50	13	116	19	13	111	53	13	100	50
14	93	30	14	105	54	14	114	00	14	116	17	14	111	37	14	100	22
15	93	57	15	106	14	15	114	10	15	116	15	15	111	20	15	99	55
16	94	24	16	106	35	16	114	20	16	116	12	16	111	02	16	99	27
17	94	50	17	106	55	17	114	29	17	116	09	17	110	44	17	98	59
18	95	16	18	107	16	18	114	38	18	116	06	18	110	25	18	98	30
19	95	42	19	107	34	19	114	47	19	116	02	19	110	07	19	98	01
20	96	08	20	107	52	20	114	56	20	115	57	20	109	49	20	98	32
21	96	34	21	108	10	21	115	05	21	115	52	21	109	31	21	97	04
22	97	00	22	108	28	22	115	13	22	115	47	22	109	11	22	96	36
23	97	26	23	108	46	23	115	21	23	115	42	23	108	50	23	96	08
24	97	51	24	109	03	24	115	28	24	115	36	24	108	30	24	95	40
25	98	17	25	109	20	25	115	34	25	115	29	25	108	10	25	95	10
26	98	42	26	109	37	26	115	40	26	115	22	26	107	49	26	94	40
27	99	07	27	109	54	27	115	45	27	115	14	27	107	28	27	94	11
28	99	32	28	110	10	28	115	50	27	115	06	28	107	05	28	93	41
29	99	57	29	110	26	29	115	54	29	114	57	29	106	42	29	93	10
30	100	22	30	110	43	30	115	58	30	114	48	30	106	20	30	92	39
31	100	48	31	110	59				31	114	39				31	92	08

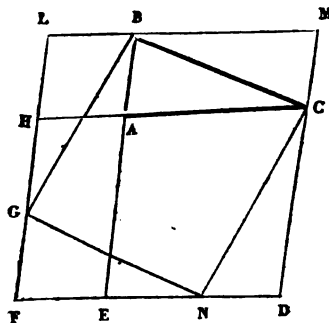
UN TEOREMA DI GEOMETRIA ELEMENTARE

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI.

Tra i differenti ragionamenti impiegati per dimostrare il celebre teorema di Pittagora uno dei più semplici è quello esposto dal Simpson negli = *Élemens de Géometrie traduits de l'anglais* = stampati in Parigi da M. Vincent 1755, e riprodotto dal Prof. Mazzani di chiara memoria nei suoi elementi di matematica pubblicati in Roma pei tipi delle Belle Arti, edizione seconda, 1859: seguendo questo medesimo metodo di ragionare può dimostrarsi con tutta facilità il seguente teorema, il quale non è altro che una generalizzazione di quello di Pittagora.

Teor. Se con un dato triangolo si compie il parallelogrammo e si conduce l'altra diagonale, la somma dei rombi costruiti sopra due lati del triangolo è uguale al parallelogrammo costruito colle diagonali.

Sia ABC il triangolo proposto, ed ABCM il parallelogrammo di cui il triangolo dato è metà. Prolungando i lati BA, CA si prendano AE = AC, AH = AB, e vengano formati i rombi ACDE, BAHL, e si prolunghino i lati DE, LH fino al loro incontro in F.

Il quadrilatero risultante è un rombo perchè tutti i lati sono eguali, essendo formati di parti eguali, e gli angoli opposti sono pure eguali.

Si prendano ora DN = FG = CM e si congiungano i punti B, G, N, C: la figura risultante è un parallelogrammo perchè alla eguaglianza dei triangoli

BLG = NDE; BMC = GFN

corrispondono i lati opposti eguali.

Ora il triangolo ACM è coincidente col triangolo. NDC, perchè i due lati AC, CM dell'uno sono eguali ai due lati DC, DN dell'altro e l'angolo compreso è uguale: dunque CN = AM; e così pure il triangolo BLG è coincidente con DCN, onde CN = BG: in fine anche i due triangoli GFN, BMC sono eguali, e perciò BC = GN: dunque il quadrilatero è un parallelogrammo formato colle diagonali AM, BC.

I due parallelogrammi BACM, AEFH sono eguali, perchè hanno lati ed angoli eguali: ora ognuno di essi parallelogrammi è uguale alla somma di due dei quattro triangoli all' intorno: dunque tanto è togliere. dall'intera figura MLFD i quattro triangoli quanto i due parallelogrammi; ma togliendo i due parallelogrammi restano i due rombi AD, AL, e togliendo i quattro triangoli resta il parallelogrammo BN: dunque il teorema proposto.

Cor. Se il triangolo ABC è rettangolo le due diagonali AM, BC divengono eguali, i tre rombi AD, AL, DL si mutano in tre quadrati, ed il parallelogrammo BN esso pure diventa un quadrato: dunque il quadrato fatto sulla ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati costruiti sopra i due cateti.

LE DIATOMEE IN RELAZIONE ALLA GEOLOGIA A PROPOSITO DI SCOPERTA FATTANE IN UNA LIGNITE DEL TERRITORIO DI URBINO.

MEMORIA

DEL SIG. CONTE ABATE FRANCESCO CASTRACANE.

È una dannevole tendenza dell'epoca, nella quale viviamo, quella per la quale, non apprezzandosi altro che la sodisfazione dei sensi e il provvedere ai materiali bisogni, non ad altra stregua si misura l'utilità di uno studio che dai risultati pratici che immediatamente se ne ottengono, o da quelli che se ne possono attendere. Contro una tale riprovevole tendenza però nobilmente protestano coloro, i quali quantunque senza fallo non trascurino alcuna pratica applicazione dei loro studi, che possa condurre ad utili risultati a rendere la vita più agiata e sopratutto a rendere questa più economica a prò della classe povera, si adoperano a tutt'uomo alla ricerca di qualunque vero, sia pur questo tale, che per la sua condizione e per la natura del suo subietto non sembri promettere altro che la cognizione di alcun nuovo fatto o di alcuna nuova verità astratta e sterile di verun pratico risultato.

Fra i diversi ordini di idee e di verità intorno alle quali si adopera chi nello studio mira alla sodisfazione dell'intelletto e non a quello dei sensi, non ultimo fuori di alcun dubbio è quanto riguarda la storia. Non essendo dato all'uomo spingere lo sguardo nel futuro, con tanta maggiore ansia esso si rivolge a considerare il passato per trarne da quello alcun insegnamento a procacciarsi un migliore avvenire. Quindi è che chiunque (sollevandosi dalla condizione del bruto, per il quale non esiste che il presente) si sente portato a ricercare la propria origine e a conoscere le vicende trascorse nella successione dei secoli dalla propria nazione, patria, famiglia, non che dal genere umano, quanto più lontano spinge lo sguardo curioso a traverso il bujo dei secoli, tanto più sente stimolata la sua bramosia di sapere.

Tale sconfinata curiosità neppure si arresta alla ricerca degli avvenimenti fra i quali si svolse la storia del genere umano, dei quali nel silenzio delle memorie scritte se ne rintraccia ogni più lieve indizio in una scheggia di selce in un misero rottame di rozza argilla, che menomamente attestino un'opera

intelligente. Quella smania incessante di sapere tenta spingere lo sguardo più oltre, quando ragionando su la natura delle roccie e su la loro successione in ordine ai diversi organismi, che vi si rinvengono o vi lasciarono impressa la loro orma, cerca con nobile sforzo ricostruire la storia della terra, che lo sostiene. Non vi sarà pertanto chi osi chiamare oziosa cura e futile occupazione quella di chi con paziente studio và ricercando, e riunendo diligentemente anche con notevole dispendio ogni più piccola traccia di forma organica, che possa venire dissepellita, come qualunque più rozza traccia di manifattura, la quale venga da terreno vergine ricondotta alla luce, che sia tale da rivelare in qualche modo l'intelligenza del primitivo artefice.

Che se farebbe grave torto a se stesso chi come inutile e vano sprezzasse il compito, che quelli studiosi indagatori della storia del mondo si assunsero, con pari titolo per lo meno dovrà respingersi l'accusa di futilità, che si volesse dare allo studio delle Diatomee, quando si rifletta come le loro spoglie dalla indestruttibilità della silice conservate, anche esse ci ragionino della formazione del banco su cui giacquero e sul quale un dì vegetarono. Cosi anche delle Diatomee, che fra uno strato e l'altro si rinvengono, può dirsi essere quelle i caratteri scolpiti nel libro della Natura che a note indelebili ci narrano la storia delle prime epoche della terra. Dall'esame microscopico delle loro forme sarà di leggieri dato a quelli, che in qualche modo si famigliarizzarono con il loro studio, il riconoscere se quelle dovettero vivere in seno ad acque dolci o salmastre o se vegetarono fra le salse onde del mare. Oltre di che dalle ricerche da me iniziate a riconoscere se siavi alcuna legge dalla quale dipenda la distribuzione geografica delle Diatomee in ordine alle altitudini dei paesi e dei terreni e alla condizione geologica e chimica di quelli e in rapporto alle circostanze climatologiche e alle linee isotermiche, mi fanno già intravedere che dai generi diversi o dalle specie delle Diatomee riscontrate in condizione fossile in un dato strato o formazione geologica potrò dedurre delle prove a determinare le circostanze nelle quali esse vissero. E per quanto sia prematuro lo stabilire dei principj certi su l'*habitat* delle Diatomee posso sin d'ora stabilire come quantunque io creda dover riconoscere fra quelle alcune specie di universale diffusione e quasi cosmopolitiche, pure molte sono proprie o di alcune determinate altezze sul livello del mare o di certi determinati climi.

Dal sin qui detto emerge spontaneamente quanto debba essere raccomandato alla attenzione di un geologo il porre tutto quanto lo studio nel notare e raccogliere saggi di terreni che racchiudano forme organiche minutis-

sime o anche microscopiche; e quindi risulta la necessità per il geologo stesso di adoperare il microscopio quale validissimo istromento di ricerche e di utilissime deduzioni ad indagare la storia fisica di una data formazione.

Che se taluno non si sia ancora reso famigliare l' uso del microscopio o se la meno buona condizione dei suoi occhi non gli permetta l' impiego di quel prezioso mezzo di ricerche, gli rimarrà soltanto l'indirizzarsi a chi abitualmente adopera il microscopio e specialmente a chi si sia dedicato allo studio speciale delle Diatomee. In quanto a me nulla certamente mi può riescire più gradito che l'avere occasione di esaminare e conoscere alcun nuovo deposito di Diatomee fossili, non meno che alcuna interessante raccolta di Diatomee viventi. In tale caso però non occorre che io insista su la necessità di notare diligentemente ogni circostanza di tempo e di luogo per le raccolte viventi, non meno che la disposizione dello strato e la successione e l'ordine dei banchi ai quali si frappone, e l'associazione di altri organismi in quanto alle Diatomee fossili.

Così mi professo veramente grato al distinto geologo Professore Federico Mici, il quale datosi a studiare la condizione geologica e stratigrafica della provincia di Urbino, nello scorso autunno nella occasione che io lo intrattenevo su la scoperta di Diatomee in un leggero strato di lignite da me estratta fra il sal gemma delle celebri miniere di Wieliczka (della quale terrò in altra volta discorso), mi propose di istituire delle ricerche su di taluni sottilissimi straterelli di lignite, che Esso per l' appunto nell' istesso giorno aveva visitato nelle vicinanze di Urbino. La natura della intera formazione incontrastabilmente marina, alla quale appartenevano quelli strati, lo spessore dei quali non sorpassava una linea, escludeva l' idea che detta lignite potesse constare di resti di piante superiori dalla lentissima azione dei secoli carbonizzate. In quella vece sorgeva in mente il pensiero che analogamente a quanto ho dovuto riconoscere per la lignite di Wieliczka, quella di Urbino fosse risultata dalla agglomerazione di alghe marine.

Il risolvere tal dubbio e il riconoscere la giustezza di tale ipotesi fatta su la formazione e natura di quella lignite dipendeva unicamente dalla indagine microscopica. Altri molti si sono serviti del microscopio per riconoscere la natura e la struttura del carbone fossile. Questo materiale quantunque presentisi a prima vista assolutamente opaco, pure quando venga segato e ridotto in lamina tenuissima, e cementato con balsamo di Canadà sopra un'ordinario porta-oggetti venga ricoperto di un vetro sottile, lascia passare alquanto di luce in modo che si può riconoscere ogni più minuta particolarità di struttura. Quindi è che da esame microscopico sopra tali sotti-

lissime laminette istituito replicatamente il Professore Huxley, è arrivato a dire che forse tutto il carbon fossile dell'Inghilterra o per lo meno alcuno come quello conosciuto sotto il nome di Better-Bed di Lowmoor non è composto di altro che di sporangi e di spore, che ne costituiscono l'intera massa (1). Checchè vogliasi dire della ardita generalizzazione del Ch. Professore, bensì rammento che nell'ultima volta che io fui a Londra l'illustre Direttore del dipartimento della Botanica al Museo Britannico il Sig. Carruthers ebbe la gentilezza di mostrarmi alcune superbe preparazioni di finissime laminette di carbon fossile, nelle quali perfettamente si vedeva la struttura della fibra lignosa in modo che di alcune ne ha potuto esattamente determinare i caratteri generici e specifici, riconoscendo ancora un nuovo Lepidendroide, che ha nominato *Flemingites gracilis*.

Tale processo io non potevo seguire a determinare la struttura e la composizione della lignite Urbinate, la quale si presentava sotto aspetto piceo e vitroso ed a frattura concoide. Nè avrei ritrovato artista capace a fare tagli di tanta delicatezza e per la novità della cosa e per la mancanza di ordegni o macchine convenienti a tale lavoro. Perciò non mi rimaneva altro mezzo da tentare che il distruggere con l'azione degli acidi azotico e cloroidrico aiutata da addizzioni di clorato di potassa e da prolungata digestione al calore di una lampada fino a distruggere completamente tutta la sostanza carboniosa. Con tale processo potevo tentare di isolare e rendere manifesta la presenza di qualche Diatomea, che suole sempre accompagnare le alghe, cosicchè se di queste non potevo ottenere una prova diretta, me ne fosse attestata la presenza in quella lignite dalle Diatomee che sole avrebbero potuto resistere alla azione solvente dei sunnominati agenti chimici.

Il risultato da me in tale modo ottenuto fù pienamente sodisfacente e tale che ho creduto non fosse per riescire inutile il farne memoria; dando per tal modo una indicazione di un ordine di ricerche forse nuovo da riescire di luce nelle indagini del geologo o di conferma alle preconcette sue opinioni intorno alla origine di un terreno. L'ultimo residuo lasciato dalla azione dei diversi agenti di ossidazione su il campione di lignite da me preso ad esaminare fù sommamente scarso e unicamente composto di piccoli frantumi silicei. Però per quanto questo risultato possa sembrare scarso e poco rispondente alla lunga operazione che lo dovette precedere non fù tale da non chiamarmene sodisfatto. Il potere con certezza constatare e rendere evidente in

(1) Vedi - On the formation of Coal. Critiques and Addresses. By Thomas Henry Huxley LL. D. F. R. S. London, Macmillan and Co. 1873.

quel residuo la presenza delle Diatomee come positivamente mi è stato dato di fare, è quanto di meglio io potevo desiderare. Nè mi è permesso ritenere alcun benchè minimo dubbio su il risultato ottenuto. Conoscendo a prova trattandosi di corpi organici di così squisita minutezza come sono le Diatomee, quanto sia difficile l'assicurarsi della perfetta nettezza ed assenza assoluta di qualsiasi minima Diatomea nei tubi di vetro o provini che si siano adoperati in una precedente operazione su altro materiale; nella premura, che nulla potesse affacciarsi ad impugnare il mio risultato, ebbi l'attenzione, di adoperare nella presente ricerca ed analisi soltanto un tubetto di vetro interamente nuovo in modo da non lasciarmi alcun scrupolo.

Delle Diatomee che in tale circostanza mi si sono presentate e che ho potuto determinare, molte appartengono alla Flora marina, mentre alcune sono abitatrici delle acque dolci; queste però sono in minor numero. Fra le forme marine da me determinate ricorderò le seguenti:

Cocconeis Scutellum, Ehrbg.
» *Mediterranea*. Kz.
» *inconspicua*, Grev.
Isthmia nervosa, Kz.
Rhabdomma minutum, Kz.
Grammatophora hamulifera, Kz.
» *angulosa*, Ehrbg.
Rhoicosphenia (species)
Chetoceros (species)

Fra le specie di acqua dolce riconobbi le seguenti:

Epithemia ocellata. Ehrbg. Kz.
Gomphonema apiculatum. Ehrbg.
Synedra Ulna. Ehrbg.
Cymbella (species)
Nitzschia (species)
Melosira (species)

La presenza pertanto di Diatomee marine in quel sottile strato di lignite giacente fra sabbie e argille di formazione marina, dal quale banco proviene il materiale da me cimentato, mi dimostra che quello non poteva non constare di alghe e detriti marini. Però la mescolanza rinvenuta nel residuo risultante dalla scomposizione di quella lignite, attesta che la formazione di quella fù in pari tempo soggetta ad influenza palustre e che nella stessa lignite siano rimasti imprigionati detriti di piante terrestri e acquatiche, i

quali furono convogliati dalle fiumare che si scaricarono in quel seno di mare dove o vegetarono o furono trasportate dal fluttuare delle onde quelle alghe marine, le spoglie delle quali seppellite sotto l'arena o fango contribuirono per la maggior parte alla formazione di quella lignite.

Su i generi e le specie di Diatomee rinvenute in quel materiale nulla potrei dire di particolare, mentre e generi e specie sono press'a poco le stesse che noi ritroviamo vegetanti al dì d'oggi. Se non che alcune delle Diatomee marine surriferite come la *Grammatophora hamulifera* sogliono rinvenirsi a mare profondo; inoltre la *Grammatophora angulosa* e il *Rhabdonema minutum* se non le ho sinora riscontrate nel Mediterraneo e nell'Adriatico le sò frequentanti in Europa paraggi più settentrionali ed acque più fredde. Però se anche si dovesse confermare l' attuale assenza di queste due forme dai nostri mari temperati, potrebbe sempre invocarsi a spiegare tale anomalia di specie, che in altri tempi vegetarono nelle nostre acque marine mentre ora ne sono assenti, il riflesso all' altezza batimetrica propria di quelle specie; mentre non sappiamo la profondità di quell' antico mare e la possibilmente cangiata condizione delle correnti, le quali dovettero essere profondamente modificate dal sollevamento Apennino. Così potè accadere di quel mare quanto dalle ultime ricerche fatte su la temperatura delle acque del mare del Nord e dell' Atlantico si è riconosciuto accadere; che mentre alla superficie la temperatura varia con il succedersi delle stagioni rimanendo abbastanza moderata, nelle maggiori profondità, al contrario le acque si mantengono costantemente ad una temperatura molto bassa e appena di qualche frazione di grado superiore allo zero del termometro centigrado (2). Quindi non farebbe maraviglia che nella stessa lignite formata in pari tempo da alghe e da detriti vari dalla violenza delle tempeste o da altre cause accidentali strappate dal fondo e da altre che vissero su gli scogli e a lieve profondità vi si rinvengano mescolate Diatomee, delle quali alcune si piacciono di moderata temperatura ed altre tollerano o anche preferiscono l'influenza del freddo; mentre se ne conoscono alcune, il rigoglio delle quali non si riscontra altrove che fra i ghiacci dei mari polari.

Ci rimane ora a ragionare della età alla quale la lignite Urbinate dovette appartenere, e da questa noi avremo la dimostrazione più ineluttabile e convincente della contemporanea esistenza delle Diatomee. Non credo potere in mi-

(1) Report on deep-sea researches carried on during the Months of July, August, and September 1870 in H. M. Surveyng-Ship' Porcupine', by W. B. Carpenter M. D. F. R. S., and J. Gwyn Jeffreys. F. R. S.

glior modo determinare l'età di quella lignite che con riportare testualmente le espressioni della breve Nota, con la quale il Professore Federico **Mici** ne accompagnava i piccoli campioni. In detta Nota il Mici diceva: « Questa li-
» gnite in sottili straterelli giace nelle argille e sabbie presso il casino del
» Collegio di Urbino, appartenenti senza dubbio al terreno *miocenico* (ter-
» ziario medio) e di questo assai probabilmente alla parte inferiore. Fossili
» vi mancano, ma essi strati si trovano assai inferiori alla zona *salina*, e
» quella alla sua volta alla zona *a zolfi e gessi*, la quale ultima è certa-
» mente *miocene superiore*, come la *salina* probabilmente *miocene medio*.
» La formazione a sabbie e argille prosegue assai inferiormente agli strati
» di lignite, e và in fine ad appoggiarsi sopra marne calcaree a nummuliti
» (*Eocene*) ». Quindi rimane provato che all' epoca terziaria appartiene la lignite del territorio di Urbino la quale abbiamo preso ad esame; e più precisamente la sua formazione è *miocenica* cioè del *terziario medio*, nella quale antichissima epoca e di quella in una delle più lontane età già esistevano le Diatomee e queste erano in un aspetto identico a quelle dell'età nostra.

Nè d' altronde io sapeva piegarmi alla sentenza, che nello scorso Agosto in Austria mi veniva enunciata da persona la quale però in tale materia ha la maggiore autorità ; che cioè la comparsa delle Diatomee debbasi riguardare avvenuta soltanto nell'epoca quaternaria. Per non ricordare altrochè quanto ho da me stesso osservato su i depositi di Diatomee, quantunque io mi sia quasi interamente estraneo alla stratigrafia geologica parevami che i depositi di Mondaino e gl'identici scisti ittiolitici di Monte Fiore e Monte Fabbri dovessero fuori di alcun dubbio attribuirsi al terreno *pliocenico* come la formazione dei depositi di Diatomee, che ho riconosciuti accompagnanti i gessi delle cave di S. Angelo presso Senigallia, certamente appartengono al *miocene superiore*; e quindi rimaneva già provata l'esistenza delle Diatomee nell'epoca terziaria. Oltre di che avendo riconosciuto e stabilito che le Diatomee sono specialmente ordinate allo scopo di fornire l'ossigeno necessario alla respirazione degli animali abitatori delle acque e a rendere sane le stesse acque assorbendo i gaz ammoniacali risultanti dalla decomposizione degli organismi animali (1), ne seguiva come necessaria e spontanea deduzione, che dal momento, che le acque furono popolate da esseri viventi come i pesci e i molluschi, non poterono mancare le Diatomee. Da questo principio ne

(1) Vedi - Nuovo sistema di ricerche su le Diatomee, e risultati ottenuti da quelle nel 1869 dall'Ab. Francesco Castracane. Atti dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei. Anno XXII, Sessione 2ª del 2 Gennajo 1870.

segue, che con il progredire delle ricerche su materiali diversi, che si potranno rinvenire, non mancheremo di arrivare a conoscere con la maggior certezza e a comprovare che *le Diatomee dovettero vegetare almeno fin dall'epoca paleozoica.*

Così mentre è ovvio a chiunque abbia attinto anche le più leggiere cognizioni su la storia delle vicende subite dalla crosta terrestre e dagli animali e dalle piante che nelle prime epoche l' abitarono, che per le grandi vicissitudini che in quella ebbero luogo di sollevamenti di terreni e di cambiamenti di clima altri emigrarono in più lontane regioni, mentre il maggior numero forse dovette soccombere con l'estinzione della razza, le sole Diatomee poterono sopravivere a così universale eccidio. Dei principali tipi di quella antichissima Flora e Fauna ne è spesso perduta la specie, e le uniche memorie, che ce ne vennero serbate, sono le pietrificazioni o le impronte di quei giganteschi organismi. Intanto le microscopiche Diatomee non ci lasciarono soltanto la memoria di quella remotissima epoca nei loro resti silicei, ma abbiamo tuttora viventi e sotto identiche forme quelle che in retta linea per miriadi di generazioni ne discesero.

Che se (come in altra circostanza ebbi l'opportunità di dimostrare) la vita di queste interessantissime creature dipende da minime eventualità, cosicchè il mescolarsi di pochissima acqua dolce alla salsa per le Diatomee marine e viceversa con le forme di acqua dolce basta ad ucciderle al momento (1), la provvida natura ha supplito con la persistenza di vitalità nei germi alla estrema caducità della Diatomea. Nè altrimenti poteva attendersi dalla Sapienza Creatrice dal momento che a così piccolo organismo si piacque affidare uno scopo di tanta importanza quanto si è quella di mantenere la vita in seno alle acque.

E si vorrà dire essere una cura vana ed una inutile occupazione lo studio delle Diatomee?

---

(1) Vedi la succitata Memoria.

PERIODO SISMICO ITALIANO DEL 1873

OSSIA QUADRO STATISTICO TOPOGRAFICO GIORNALIERO DEL NUMERO E DELLA INTENSITÀ DEI TERREMOTI AVVENUTI IN ITALIA NELL'ANNO METEORICO 1873 CON IL CONFRONTO DI ALCUNI ALTRI FENOMENI. (V. Tav. II).

MEMORIA

DEL PROF. CAV. MICHELE STEFANO DE ROSSI

La statistica dei terremoti che percossero l'Italia nell'anno 1873, giunge alla cifra di 725 distribuiti variamente nelle varie regioni della penisola ed in diversi periodi. Sarebbe argomento di una quasi operetta lo svolgere i molti insegnamenti che ci vengono da una serie così copiosa, raccolta in un solo anno. Toccando però i punti principali sarò pago d'aver mostrato se non tutta la messe raccolta almeno la ubertosità del campo impreso a coltivare (1).

E primieramente voglio notare che è già un passo di qualche importanza nelle nostre ricerche l'esser riuscito a disporre in una tavola grafica secondo l'odierno metodo degli studi statistici, i terremoti predetti. Questo fenomeno più degli altri era difficile a rappresentare con segni convenzionali a cagione che la sua specificazione non si riassume solo nel numero, nella intensità, nella qualità ed ora delle scosse, i quali dati non mostrerebbero difficoltà veruna; ma per questi fenomeni sommamente debbono esser eloquenti i vicendevoli loro rapporti topografici, la varietà delle regioni percosse dallo stesso terremoto e finalmente l'estenzione di suolo che oscillò. Anche l'ora precisa del fenomeno dovrebbe esser soggetto di speciale attenzione. Tutti questi dati, eccetto quello delle ore, ho riuniti nella tavola II per ciascun giorno dell'anno. Veggasi in fine la dichiarazione speciale del quadro grafico per apprendere il modo di leggere le indicazioni, le quali sono già abbastanza ovvie di per sè a chi è uso alla lettura di tavole statistiche. Per ciascun giorno procedendo dal basso in alto nella linea dei quadratini allineati verticalmente sulla data, si incontrano prima coperti di nero tanti di essi,

(1) Questo medesimo argomento tratterò nel primo fascicolo del Bullettino del vulcanismo italiano: ma in più ristretti termini. Quindi quantunque breve anche questo discorso, sarà sempre assai più di quello completo, massime nella esposizione dei fatti che servono di base ai ragionamenti.

quante sono state le scosse avvenute, in ciascun giorno; poscia se ne conosce la intensità massima cui giunse la più forte; e quindi quale e quanto terreno fu percosso in longitudine ed in latitudine; finalmente la curva barometrica dell'Osservatorio del Collegio Romano come punto circa medio d'Italia, rappresenta approssimativamente per ciascun giorno lo stato ascendente o discendente del barometro che tanto importa paragonare coi terremoti. Fra la linea del numero e quella della forza ho collocato le fasi della luna, acciò anche questo confronto che è tanto discusso nelle ricerche sui terremoti sia agevolato dallo specchio.

Ponendo l'occhio cumulativamente a tutte le linee che dimostrano nell'anno intiero il numero, l'intensità ed i luoghi delle scosse, vedesi che i suddetti 725 terremoti agitarono l'Italia col loro massimo d'intensità, di numero e di estenzione dalla fine di Giugno alla metà di Ottobre. In questi mesi percossero regolarmente e contemporaneamente due regioni lontanissime fra loro della penisola nell'alta e nella media Italia. Tali regioni furono il Veneto e la Valle del Liri con la Valle Comina. Novantacinque scosse si contarono nel Veneto, e circa centodieci nel bacino del Liri (1). Dentro questo periodo di continua oscillazione i massimi avvennero nel fine di Giugno a Belluno, ai 12 Luglio a Sora ed Alvito presso il Liri nella terra di lavoro ed il 17 Settembre nel Lucchese e nel Genovesato.

Merita speciale attenzione questo fatto singolare di vedere cioè che uno dei massimi della intensità sismica siasi trasportato a percuotere una terza regione fuori delle due nelle quali erasi diremo cosi annidata la causa del terremoto.

Nel rimanente dell'anno meteorico cioè dal Decembre 1872 al Novembre 1873 in ogni mese vi sono stati giorni di massimo numero e forza di terremoto e questi giorni sia per caso fortuito sia per legge di periodicità, sono stati intorno alla metà del mese, ma senza costanza di luogo speciale. Quindi nel Decembre 1872 il terremoto percosse il Monte Cassino col suo massimo ai 12. Scomparso o almeno diminuito in quel punto lo vediamo nei primi di Gennaio agitare la riviera ligure e contemporaneamente l'appennino bolognese. Ma il massimo del Gennaio non percosse nè Genova nè Bologna. Venne bensì fra noi sui Monti Albani nella notte e nella mattina del giorno 18 e 19. Una

(1) Le 95 scosse venete sono nel quadro grafico, numero dedotto dalle notizie da me raccolte. Poscia per cortesia del R. P. Bertelli mi giunse una nota manoscritta redatta in Belluno dal Ch. Sig. D. A. Fulcis nella quale trovo registrate molte altre scosse a me prima ignote. Per la valle del Liri ho avuta una bella relazione manoscritta del Sig. Prof. Potito Santoro di Alvito la quale registra 106 terremoti. Altri però ne ho conosciuto da altre informazioni.

quasi tregua seguiva le scosse del 19 avvenendone poche e leggere in vari punti durante circa venticinque giorni. Ma alla metà di Febraio e precisamente ai 14, 15, 16 e 17, ecco un gruppo di 15 scosse con una di mediocre intensità agitare il suolo Toscano di Siena. Dopo ciò seguì calma puossi dire perfetta nel resto del Febraio e nel principio di Marzo. Ma ai 12 di questo mese più di mezza Italia dalle Alpi al Monte Cassino e dal Mediterraneo all'Adriatico un violento terremoto sconvolse e danneggiò nel centro del suo movimento che fu nelle Marche a Fabriano.

L'Aprile passò quasi tranquillo con rari e leggeri scuotimenti il massimo dei quali toccò a Cosenza il giorno 19. Quindi nuova calma non perfetta da per tutto fino ai 16 di Maggio, quando più forti scosse con una piccola eruzione nella Salsa di Nirano misero non poco spavento nell'Emilia, sopratutto nel Modenese. Dopo ciò fu tanta la calma che sembrava il periodo sismico voler cessare, quando sopraggiunse la notissima e dolorosa catastrofe della festa di San Pietro nel Bellunese.

Con quella scossa tremenda cominciò un periodo di massimo può dirsi continuo. Ma dentro questo la più terribile giornata fu certamente la prima, quella cioè del 29 Giugno che è forse l'unica in quest'anno di grandissima agitazione sismica collocata fuori della decade media del mese. Ma il periodo prima verificato riprende subito il suo posto perchè ai 12 Luglio, senza abbandonare il Bellunese, le oscillazioni sismiche si trasportano nella Terra di Lavoro, come sopra ho accennato. Osservo però che in questo tempo di massima agitazione sembrano pure ristringersi ed avvicinarsi i periodi di massima forza ed abbandonando quasi il periodo mensile prender circa il decadico. Dal 29 al 12 Luglio corse poco più di dieci giorni; altro massimo seguì ai 20 del medesimo mese. Quindi il primo e poi l'8 di Agosto furono giorni l'uno funesto alla Terra di Lavoro insieme ed al Bellunese, l'altro massimamente agitato nel Bellunese. Dopo questi giorni scema generalmente alquanto il numero e la forza dei terremoti; ma ai 20 riprende vita se non nella frequenza almeno nella intensità. La fine dell'Agosto ed i primi di Settembre passarono piuttosto tranquilli o, come io sospetto, ci mancarono le notizie del luogo (forse anche non Italiano ma prossimo all'Italia) dove i terremoti si fecero sentire coll'usata energia decadica. Intorno poi al 10 Settembre ecco ricomparire l'attività endogena italiana. Ai 7 Settembre una eruzione copiosa avvenne a Lipari ed agli 11 una fortissima scossa minacciò seriamente la regione di Cosenza. Ed eccoci giunti all'ultimo grande terremoto dell'anno a quello cioè del 17 Settembre. Questa giornata fù piena di scosse leggere nel Piemonte e nel Ferrarese preludendo all'esteso terremoto

che ebbe centro più in basso nel Lucchese e nel Genovesato. Quanto al periodo questa scossa dista 10 giorni dall'eruzione di Lipari ed è nella decade media del Settembre, riprendendo così il posto regolare del massimo mensile verificato nell'anno.

Alla fine del Settembre ed al principio dell' Ottobre il suolo disponevasi alla calma la quale però fu disturbata appunto verso la fine della prima decade, dapprima con molte leggerissime scosse a Rocca di Papa, e poscia ai 9 con una forte scossa a Belluno. Il rimanente dell'Ottobre per quanto sappiamo fu piuttosto tranquillo in Italia. Non così però in Grecia dove possiamo dire che si trasportò l'attività sismica colà spiegatasi ai 25 col grande terremoto di Zante. Circa dieci giorni dopo, la quasi calma italiana fu rotta da una scossa molto forte avvenuta a Belluno nel giorno 6. Quindi ai 14, 15 e 16 frequenti e forti scosse agitarono i colli Albani presso Roma e sopra tutti il cratere di Velletri. Cosi il massimo sismico italiano del Novembre si è trovato nella metà del mese come nella maggior parte dei precedenti. Ma anche il periodo decadico mantenne la sua presenza perchè appunto ai 26 di Novembre si manifestò la numerosa serie di terremoti nei Pirenei col centro a Bagneres dove 35 scosse, alcune delle quali assai forti fecero traballare il suolo in soli tre giorni.

Questo periodo decadico che si manifestò più chiaro durante i mesi della massima agitazione sismica, sembra meritare qualche considerazione speciale. Primieramente si osservi nel quadro grafico come il periodo decadico apparisca alquanto anche nei mesi più tranquilli antecedenti al Luglio. Il 30 Decembre 1872 col 10 e 19 Gennaio 1873: quindi il 30 Gennaio agitato dopo molti giorni di quiete perfetta; parimenti il 28 Febraio dopo lunga tregua seguente il massimo sismico del mese avvenuto ai 17, ne sono traccia abbastanza evidente. Nel Marzo poi dopo le scosse del 10, 11 e 12, ricominciano le oscillazioni appunto ai 22; nell'Aprile corsero 11 giorni fra i due terremoti di maggior forza che avvennero nell'8 e nel 19. E finalmente nel Maggio e nel Giugno quantunque non trasparisca chiaro il periodo decadico, nel corso delle prime decadi, si manifesta poi evidente nell'ultima del Giugno, perchè la più forte scossa antecedente la celeberrima del 29, avvenne appunto a Casteldelfino ai 19 del medesimo mese. Dunque sembra chiaro che nelle scosse del suolo italiano e dei paesi limitrofi abbia dominato in questo anno il periodo decadico con un massimo fra le decadi stesse nella media di ciascun mese. Parrebbe quindi che il focolare del parosismo, intorno ad ogni dieci giorni abbia acquistata la sua massima forza attiva per reagire

contro la resistenza del suolo. Ma qui taluno potrebbe pensare questi periodi esser soltanto apparenti e fortuiti, perchè sono basati sopra una serie di terremoti i quali per esser considerati tutti insieme suppongono dimostrata la connessione intima e la dipendenza di tutti da una causa unica, qualunque sia stata la regione scossa e per qualsivoglia estenzione; lo che appunto è uno dei quesiti che la scienza si è proposta.

Quanto ogni dì più si moltiplichino i fatti dimostranti questa unità di causa e perciò quanta connessione esista fra i vari fenomeni endogeni, ho io stesso più volte dimostrato. Anche il periodo che oggi ci si manifesta nella statistica annuale della sismica italiana, potrebbe esser considerato come un argomento di più. Ma senza valutarlo subito come tale, volgiamo l'occhio agli altri dati che ce ne fornisce il quadro grafico e la statistica dei terremoti. Nulla è più direttamente opportuno a studiare le relazioni dei terremoti vari fra loro, quanto l'esame delle loro coincidenze di tempo e di luogo. In cotesto esame guardiamo prima i gruppi ossia i periodi varii di oscillazione del suolo, poscia l'estenzione e le ore delle scosse nei singoli giorni. Cominciando dai gruppi, sarà difficile a mio credere il persuadersi che non vi sia stata relazione di causa fra il periodo sismico Bellunese e quello della Valle del Liri mentre contemporanea fu la loro vita. Oltre a ciò si noti come durante quel periodo il sismografo Vesuviano sorvegliato dal Palmieri agitavasi continuamente, ed il centro del sistema vulcanico laziale spento, subiva frequentissime piccole scosse da me registrate esattamente. Che se osserviamo più da vicino questo periodo sismico coll'ajuto del quadro nella sua parte topografica, immantinente noi vedremo che quantunque questi quattro punti, Belluno, Sora, Vesuvio, Rocca di Papa siano stati scossi nel medesimo corso di tempo, pure nei parziali gruppi sismici si sostituiscono a vicenda; ossia soggiorna il terremoto di preferenza in uno dei quattro punti senza però scomparire del tutto negli altri tre. E qui merita speciale considerazione il fatto spessissimo avveratosi, che cioè nel giorno e nei giorni nei quali divenivano frequenti e forti le scosse in un luogo, le altre regioni le subivano in minor numero e leggere. Intorno a questo punto è poi eloquentissimo il fatto già sopra notato del massimo avvenuto ai 17 Settembre; il quale quantunque evidentemente legato nella scala del periodo coi terremoti di Belluno e di Sora, pure elesse a centro del parosismo una regione lontana cioè la Liguria e la Toscana scuotendo solo leggermente le contrade allora abituali. È dunque evidente che l'imperversare del fenomeno in un punto rendevane più miti gli effetti nell'altro. Lo che non sarebbe parmi avvenuto se più cause fra loro indipendenti avessero prodotto il fenomeno nelle regioni diverse.

Prendendo poi ad esame la estenzione e la distribuzione topografica delle scosse nel medesimo giorno, ne resta parimenti chiarita la unità della causa agente nell'intiera penisola. È un fatto generalmente verificato tranne rarissime eccezioni che nei giorni nei quali avvennero terremoti, questi non si fecero sentire in un solo luogo, ma in molti punti sotto diverse latitudini e longitudini. Facendo il computo esatto di questo dato nel mio quadro grafico topografico, veggo che dei 224 giorni dell'anno per i quali ho avuto notizia di terremoto, in soli 40 esso agitò una sola contrada. Che se aggiungiamo a queste cifre la considerazione che moltissime notizie debbono necessariamente essermi mancate, troveremo dover anche diminuire e la somma dei giorni privi di scosse e molto più l'altra somma dei giorni occupati da moti sismici in un solo punto localizzati. Anche questo dato adunque pare additarci l'esistenza di relazione per le oscillazioni avvertite in contrade diverse.

Ma per completare questa ricerca intorno alla connessione fra i terremoti dei vari luoghi conviene esaminare anche l'elemento delle ore. Vedere cioè quante scosse furono sentite contemporaneamente in punti diversi e lontani. Dell' immenso numero di terremoti dell' anno 1872 di soli 24 sappiamo esser stati avvertiti nell'ora medesima in due o tre punti lontani l'un dall' altro. Questo numero io credo fondatamente esser così basso per difetto di notizie precise e di osservazioni regolari. Perchè di molte scosse distanti fra loro per lo spazio non maggiore di 10 o 20 minuti, molto probabilmente la differenza non è reale ma cagionata dalla inesattezza della notizia. Oltre a ciò di molte altre scosse non si potè punto registrare l'ora neanche approssimativa, e perciò anche queste potrebbero esser avvenute in coincidenza con altre registrate altrove nel medesimo giorno. Ma malgrado queste riflessioni sulla probabile inesattezza della cifra suddetta, essa non è senza valore nel caso nostro, imperocchè non può essere avvenuto fortuitamente che mentre già nel medesimo giorno o gruppo di giorni, si verificava uno spesseggiare del terremoto in due o tre regioni diverse, taluna delle scosse poi abbia coinciso esattamente eziandio nell' ora. Ecco lo specchio dei 24 terremoti avvertiti nell'ora medesima in parecchi punti della penisola nell'anno meteorico 1873.

DECEMBRE	**1872**	**2**	**Ore**	**2.30**	**ant.**	**Roma, Pisa**
»		**12**	»	**7.00**	**pom.**	**Cassino, Mele**
GENNAIO	**1873**	**19**	»	**5.00**	**ant.**	**Cassino, Isola di Sora, Mondovì**
»		**20**	»	**11.30**	**pom.**	**Moncalieri, Piccolo San Bernardo, Roma**
»		**21**	»	**10.00**	**pom.**	**Mondovì, Roma**
MARZO		**12**	»	**9.00**	**pom.**	**Italia media, Cosenza**
»		**18**	»	**7.48**	**ant.**	**Moncalieri, Mondovì**
»		**29**	»	**11.43**	**pom.**	**Roma, Penna**

GIUGNO	**29**	**»**	**5.00 ant.**	**Veneto, Perugia, Cosenza**
LUGLIO	**6**	**»**	**3.00 ant.**	**Rocca di Papa, Udine**
»	**13**	**»**	**2.00 ant.**	**Belluno, Alvito**
»	**18**	**»**	**2.30 ant.**	**Belluno, Alvito**
»	**26**	**»**	**11.55 pom.**	**Velletri, Sora**
»	**28**	**»**	**12.00 notte**	**Rocca di Papa, Alvito**
AGOSTO	**2**	**»**	**2.00 ant.**	**Rocca di Papa, Sora**
»	**»**	**»**	**6.00 ant.**	**Rocca di Papa, Alvito**
»	**15**	**»**	**11.30 pom.**	**Velletri, Cosenza**
»	**21**	**»**	**3.23 pom.**	**Moncalieri, Belluno**
»	**22**	**»**	**5.30 pom.**	**Rocca di Papa, Ivrea**
»	**23**	**»**	**10.30 pom.**	**Rocca di Papa, Alvito**
SETTEMBRE	**17**	**»**	**8.30 ant.**	**Alessandria, Belluno**
»	**»**	**»**	**9.30 ant.**	**Rocca di Papa, Belluno**
»	**»**	**»**	**8.30 pom.**	**Toscana, Perugia, Rocca di Papa, Velletri**
»	**27**	**»**	**11.30 pom.**	**Rocca di Papa, Cosenza**
NOVEMBRE	**8**	**»**	**11.55 pom.**	**Rocca di Papa, Roma**
»	**9—10**	**»**	**(ora incerta della notte)**	**Velletri, Moncalieri**

La rarità della esatta coincidenza dell' ora nelle scosse di diversi luoghi considerata insieme coll'altro dato che sembra contraddittorio cioè della verificata abbondante coincidenza dei gruppi delle scosse nel corso delle 24 o 48 ore o più giorni, mi intromette invece il sospetto che solo per difetto di osservazione e per leggerezza di scuotimenti non si avvertano da per tutto i moti sismici i quali in realtà urtano l'intiera regione compresa fra i punti estremi scossi apparentemente in ore diverse del medesimo giorno. La diversità delle ore dipenderebbe soltanto dalla varia intensità delle singole scosse nei singoli luoghi, ciascuno dei quali sentirebbe più l' uno che l' altro dei moti del medesimo giorno. Parmi cioè che la causa produttrice del terremoto agisca mai sempre sopra una vastissima estenzione, e si renda soltanto più o meno sensibile alla superficie in ragione composta della forza colla quale agisce e della disposizione del suolo nelle singole regioni a risentirne l'effetto sismico. Quindi secondo questo modo di vedere, ciascuna scossa dovrebbe agire non solo sopra tutta l'estenzione del suolo compresa fra i punti estremi nei quali fu avvertita, ma anche assai al di la di questo perimetro.

Nè questa teoria io propongo come semplice congettura fondata sulle cose sopra ragionate; essa discende eziandio da altri indizi dei quali raccomando l'esame più ampio e la verifica esatta alle future osservazioni dei cultori di questi studi. Primieramente osservo che non solo in quest'anno ma anche in quasi tutti i grandi terremoti dei tempi passati al di la dei confini della vasta regione scossa unitamente senza interruzione, si citano mai sempre alcuni luoghi più o meno lontani od anche lontanissimi i quali furono isolatamente e contemporaneamente agitati. Luminosi esempi ne avemmo in Ita-

lia in quest'anno nel terremoto del 19 Gennaio del 12 Marzo e del 29 Giugno e del 17 Settembre. Nei quali terremoti fu massime la città di Cosenza che mostrò la sensibilità del suolo isolata e simultanea con i grandi terremoti delle parti superiori dell'Italia. Questo fenomeno in sostanza si risolve nel conosciutissimo del terremoto detto *a Ponti* il quale può appunto nella presente teoria trovare anche una chiara spiegazione. Ognuno intende che il terremoto *a Ponti*, il fatto ora accennato come verificato nei grandi terremoti, e la coincidenza delle 24 piccole scosse italiane del 1873 in lontane contrade, sono tre fatti analoghi che esiggono anche una analogia nella causa loro commune. Dunque se tanto i grandi quanto i piccoli terremoti urtano talvolta sensibilmente regioni lontane l'una dall'altra, sembrami probabile che un moto più o meno microsismico debba avvenire nella zona di suolo intermedia fra i punti estremi dello seuotimento. Vista l'esistenza e l'analogia dei suddetti fenomeni tanto nelle grandi come nelle piccole oscillazioni del suolo, diviene assai verosimile il pensare che anche i terremoti dei quali non sappiamo aver scosso più che una limitata regione possano aver percosso leggermente regioni estesissime.

Di ciò appunto io veggo un luminosissimo indizio nei molti casi nei quali contemporaneamente ad un terremoto piccolo ovvero grande avvenuto in un luogo si verificano pure avvallamenti e rovine in regioni lontane senza punto avvertire scuotimento sismico veruno. Ciò avvenne molte volte in Italia nel 1873. Queste frane sogliono essere attribuite alle pioggie ed alla disposizione particolare del terreno; nè io voglio negare che l'una e l'altra causa preparino il fenomeno la cui cagione meccanica immediata, credo spessissimo essere le leggere e quasi insensibili ondulazioni sismiche, eco dei lontani scuotimenti coi quali quelle frane coincidono nel tempo. Vorrei poter svolgere ampiamente gli esempi di questo fatto ricercandoli anche negli anni decorsi, ma i limiti dell'articolo mi impediscono di troppo dilungarmi. I quadri sinottici che intraprenderò a publicare nel mio Bullettino del Vulcanismo italiano, li verranno esponendo ed i primi si vedranno nelle frane Liguri e Venete indicate negli specchi compresi nei primi fascicoli di prossima publicazione. Oltre gli esempi indicati del 1873 mentre erano già poste a stampa queste mie parole, un nuovo esempio ne avvenne la sera del 23 Febraio 1874. Nel detto giorno parecchie piccolissime scosse furono avvertite preludenti alla estesissima avvenuta alle 8 ant. del 24; fra quelle una più marcata fu sentita in Roma alle 9,18 della sera. In quell'ora medesima incirca cioè intorno alle 9 pom. franava un tratto di monte sulla via Sorrentina presso Napoli senza che si sappia esser stata ivi avvertita scossa veruna in quel giorno ed ora.

Gli esposti argomenti mi sembrano indicare abbastanza che ogni terremoto scuotendo sensibilmente od insensibilmente regioni estesissime della nostra penisola, ne discende ancora esser una sola la causa loro commune. E qui sorge spontanea un altra quistione. L'universalità d'una causa unica fa tosto pensare al vulcanismo; ed è da notare che di tutti i luoghi maggiormente visitati in quest' anno dal terremoto una sola volta abbiamo veduto scosso un centro vulcanico cioè i monti Albani, ed in questa regione si è verificato il minimo fra tutti i massimi sismici dell'anno. Dunque parrebbe che non il vulcanismo ma altra fosse la causa del fenomeno. Eppure gli accurati studi statistici indicano il contrario e designano i vulcani tanto attivi quanto spenti dell'Italia in stretto legame colle tempeste sismiche avvenute. Oltrechè tanto l'Etna quanto il Vesuvio sono stati tutto l'anno in continua abbondante emissione di vapore, ed anche nelle isole di Lipari si è avuta una forte eruzione agli 11 di Settembre, il sismografo vesuviano unico collocato sopra un vulcano attivo, si è sempre mostrato agitato d'accordo con i movimenti sismici di tutta l'Italia. Sulla cima poi del vulcano spento laziale, come sopra ho detto, ho io fatto le osservazioni nella estate decorsa. Ivi pure molte delle scosse Bellunesi e del Liri furono avvertite generalmente anche dagli abitanti. Oltre a ciò il mio sismografo agitavasi nei giorni e nelle ore medesime nelle quali avvenivano i terremoti nelle altre regioni dell'Italia. Dunque i vulcani spenti ed attivi sentivano un eco delle scosse anche lontane mostrandoci così una intima relazione fra il suolo vulcanico italiano ed il montuoso apennino ad alpino. Quindi è da ripetere con sempre maggiore evidenza ciò che altre volte ho detto che cioè considerati complessivamente i fenomeni e classificati nell'ordine topografico e cronologico non possiamo non riconoscere come tutt'uno il vulcanismo italiano e quel che è più come collegato e conseguente in scala diminuita coi fenomeni del sollevamento apennino. Essere insomma le presenti eruzioni vulcaniche ed i terremoti l'odierna fase e complemento dei fenomeni spettanti all'emersione e formazione della penisola italiana, e perciò vere manifestazioni dell'attuali forze telluriche nella nostra regione.

Questa ultima proposizione che collega i fenomeni del vulcanismo a quello della emerzione del continente italiano potrà sembrare a taluno ardita e prematura. Sia pur l'uno e l'altro, io non pretendo oggi di farla accettare senza altre prove che le implicite risultanti dall'insieme dei fatti esposti. Lo svolgimento delle osservazioni degli studi porterà a suo tempo la trattazione speciale di questo tema e si giudicherà allora del valore della mia proposizione.

Intanto non nuoce alla scienza l'averla slanciata ed in qualche modo sottoposta all'esame dei dotti.

Ritornando all'esame del quadro grafico dopo averne svolto ciò che si riferisce al numero, alla intensità ed alla distribuzione topografica delle oscillazioni sismiche italiane, debbo dire qualche parola sugli altri fenomeni dei quali ho dato grafica esposizione. Fra essi primo ci si presenta il corso delle fasi della luna. Niuno ignora gli studi e le teorie del Perrey antico e grandemente benemerito cultore degli studi sismici. Questi intravvide una relazione fra le fasi lunari e l'imperversare del terremoto nel globo. Quindi in un quadro statistico non potea essere ommesso questo dato importantissimo. E veramente il verificato periodo mensile nella massima forza del fenomeno nel corso di quest' anno, spontaneamente offre al pensiero la verificazione dell' idea del Perrey. Ma tranne il giorno 12 Maggio, l'1 ed 8 Agosto, il 6 Ottobre ed il 27 Novembre, nessun altro giorno di massima intensità sismica si è incontrato col giorno della fase lunare. Talvolta però è avvenuta una coincidenza soltanto d'approssimazione fra un massimo o quasi massimo sismico, ovvero un ritorno del terremoto dopo una calma temporanea, ed una fase lunare. Ciò vedemmo p. e. ai 30 Decembre 1872, ai 28 Febraio 1873, ai 12 Marzo, ai 19 Aprile, ai 21 Agosto, ai 17 Settembre. Questi giorni distano di 24 o 48 ore dalla fase lunare e furono contradistinti da un numero più considerevole di terremoti, ovvero da maggiore forza di uno solo. Malgrado queste poche coincidenze grandissimo è il numero degli altri massimi i quali non sembrano coincidere con veruna fase, anzi la massima parte dei medesimi trovansi più o meno ad ugual distanza dalle due fasi. Non perciò io oserei negar fede alla teoria proposta dal Perrey. Male mi apporrei sopra un solo anno di osservazione e sopra una sola regione dell'intiero globo terraqueo, ed anno e regione nella quale pure avvennero quattro esatte coincidenze e sei approssimative. Parrebbe piuttosto poter sospettare nelle fasi lunari una influenza favorevole alla determinazione del fenomeno già preparato da altre cagioni.

Oltre le fasi della luna, nella parte superiore del quadro grafico ho delineato la curva barometrica verificatasi in Roma all'Osservatorio del Collegio Romano. Le note discussioni che si agitano sulle relazioni fra i terremoti e l' oscillazione barometrica non permettevano di trascurare questo dato. Il quale però io credo dovrebbe avere la sua massima importanza se fosse studiato nel luogo ove avvenne il terremoto. Ma non potendo ciò raccogliere in un quadro ristretto, ho scelto la stazione di Roma come luogo circa me-

dio dell'Italia ed acconcio a rappresentare l'insieme dello stato barometrico, cioè se esso nel giorno della scossa era in cammino ascendente ovvero discendente. Fatto alquanto esame con questo punto di vista sembrami vedere che le forti variazioni sia d'ascenzione sia di depressione sono state condizioni favorevoli al terremoto, il quale spesso è avvenuto in coincidenza esatta od approssimativa con questi squilibri. Sembra però più strettamente legato alla depressione barometrica il grado d'intensità delle scosse. Infatti confrontando la curva barometrica colla curva della forza delle oscillazioni sismiche si troverà che quasi sempre le scosse di qualche intensità coincidono con una depressione del barometro. E viceversa che quante volte una depressione notevole di barometro coincide con qualche scossa di terremoto questa non è leggerissima.

Ma nello studio delle relazioni barometriche l' esame più importante a mio credere sta , come ho detto , nel paragone della pressione verificatasi sul luogo del terremoto con la pressione varia sperimentata nel rimanente della penisola nel medesimo giorno indipendentemente dall' osservare se il barometro è in ascensione, ovvero in discesa. Per eseguire questo confronto, negli specchi sinottici dei fenomeni endogeni italiani che mi propongo pubblicare nel Bullettino del vulcanismo italiano, ho disposto una sezione speciale nella quale registrerò la pressione locale cui soggiacque il fenomeno, e la massima, media, e minima verificatasi nell' Italia intiera. Questo confronto importantissimo esige un lunghissimo e paziente lavoro, perchè debbonsi ridurre al livello del mare le singole osservazioni diurne di tutti gli osservatorii meteorologici italiani. Questo lavoro essendo appena iniziato non posso ancora indicarne i risultamenti definitivi i quali mi riserbo presentare all'Accademia appena saranno conosciuti. Ma intanto i saggi sperimentati per parecchi mesi intieri e per i giorni di straordinaria commozione nel 1873 mi hanno mostrato non avere avuto le scosse giammai il loro centro nel luogo ove verificavasi la massima pressione diurna barometrica. Inoltre ho notato che quando la massima pressione soggiornava per alcun tempo in luogo assai soggetto ordinariamente al terremoto , durante quei giorni niuna scossa eleggeva il suo centro in quel luogo. Questo barlume di legge barosismica appena comparso, è forse prematuro a stabilirsi perchè non abbastanza reiteratamente verificato; ma intanto il suo primo apparire era troppo interessante perchè io potessi tacerlo e non proporlo allo studio dei dotti. Appena avrò allargato questo esame alquanto spinoso, non mancherò di tornare sopra questo importantissimo tema.

Rimane da spiegare nel nostro quadro la parte intitolata: *Variazioni del livello dell'acqua in un pozzo di Porretta.* È al signor Demetrio Lorenzini Farmacista che dobbiamo quella importantissima serie di osservazioni le quali hanno strettissima relazione colla sismica terrestre. Questi essendo amatore degli studi di ogni genere, si è fatto diligente osservatore dei terremoti, che spesso agitano il suolo appennino della regione bolognese, e non manca giammai in quelle occasioni di esaminare il livello dell'acqua nel pozzo del suo laboratorio. Esso trova mai sempre alterato questo livello ad ogni scossa di terremoto. Nè strano è il fenomeno; perchè mille volte osservato nei grandi terremoti, dei quali sappiamo aver talvolta asciugato, talvolta accresciuto, talvolta intorbidato, colorito, mineralizzato l' acqua dei pozzi. Ciò vedendo io pensai consigliare al Lorenzini di intraprendere una serie di osservazioni giornaliere indipendentemente dai terremoti, per vedere se solo all'apparire di essi avvenissero variazioni di livello, e se le variazioni ordinarie fossero collegate col regime generale delle acque sorgenti in ragione delle stagioni. Intraprese assai volentieri le osservazioni dal Lorenzini, ne risultò una nuova fonte di indagini, perchè il livello del pozzo muta giornalmente senza relazione veruna colle piene e colle magre delle sorgenti, ma solo con qualche rapporto coi periodi sismici. Ecco ciò che il lodato Lorenzini mi scrisse in data del 14 Luglio, cioè dopo soli 18 giorni di osservazione. Ho già intrapresa » l'osservazione giornaliera sul livello dell'acqua del mio pozzo. Questo viene » per ora misurato in tutte le mattine con uno scandaglio circa alla me- » desima ora prima di incominciare ad attingerne l'acqua. La ristrettezza del » diametro della tromba ed il dovere ogni momento prendere acqua col sec- » chio, rende impossibile l'applicazione di un meccanismo. Le trasmetto in- » tanto il quadro delle osservazioni fatte a tutt'oggi, dal quale rileverà gli » strani e repentini movimenti del livello del liquido. Ed è da notare, che » neppure basterebbe l'osservazione unica mattutina per tutte cogliere le va- » riazioni. Di ciò Le sia prova che quantunque il consumo d'acqua nella » nostra casa sia grandissimo; pur tuttavia talvolta fra giorno invece di de- » crescere essa aumenta. Ciò verificai p. e. nei giorni 30 Giugno e 7 Luglio, » nel primo dei quali trovai, che l'acqua da m. 1,74 trovati nella osserva- » zione della mattina era salita a m. 2,12 per poi riscendere dopo il riposo » della notte, avendola trovata nella mattina dei 1 Luglio a m. 1,82. A dì » 7 Luglio poi, nel qual giorno era già cresciuto di m. 0,55 in paragone del » giorno antecedente, da m. 2,03 verificati la mattina, giunse a 2,21 dopo » avervi molte volte attinto l'acqua nel corso della giornata. »

Dopo queste prime osservazioni il Lorenzini continuò le osservazioni, che regolarmente mi trasmise fino alla fine del decorso Novembre. Esse sono graficamente delineate nel quadro ed esattamente riferite in fine della presente memoria come l'Autore me le ha inviate, congiunte cioè ad osservazioni meteorologiche, fra le dichiarazioni della tavola. Da queste osservazioni risulta all'evidenza, che non la legge dell'affluire le acque a seconda delle stagioni, ma altra misteriosa cagione fa salire e scendere stranamente l' acqua di questo sensibile pozzo. Se altri osservatori moltiplicassero una simile ricerca in varie parti d'Italia, sono certo che ne risulterebbe qualche dato assai importante. Infatti osservando la curva risultante dalle misure di livello trasmessemi dal Lorenzini dal 27 Giugno al 30 Novembre 1873 nel qual periodo di tempo con assiduità mirabile esso fece giornalmente e personalmente il suo scandaglio (mancando due sole volte all' osservazione), trovasi quella curva meritevole di speciale considerazione e sopratutto meritevole di confronto colle altre parti del nostro quadro sismico.

Non possiamo certamente trascurare in questo esame l'elemento della stagione perciò che riguarda l' afflusso delle acque circolanti sotterra. Quindi il vedere nel generale dell'andamento della curva, le acque basse nell'Agosto Settembre ed Ottobre corrisponderebbe alla magra estiva delle sorgenti. Ma il rapido salto del Novembre non corrisponde in tempo col ritorno delle acque di pioggia ai serbatoi ai quali non giunge si presto la infiltrazione. Studiando piuttosto parzialmente le variazioni, veggo che dal principio delle osservazioni fino al 10 Settembre sembra coincidere con piccolo precedere la curva barometrica e la puteale di Porretta. Dopo quel giorno si diparte del tutto dall'andamento della pressione atmosferica colla quale perciò sembra esser stata forse fortuita la coincidenza prima verificata. Dunque per quanto si può giudicare da un così breve periodo di osservazione, la pressione barometrica ed il solito regime delle sorgenti sembrano cause estranee alle variazioni verificate dal Lorenzini nel pozzo del suo laboratorio. Volgendo l'occhio invece alla distribuzione topografica dei terremoti, troviamo che allorquando il periodo sismico soggiornava con maggior frequenza ed intensità in regioni non lontanissime dalla Porretta, il pozzo del Lorenzini si mostrava in magra e viceversa allorchè dipartivansi i terremoti dal Veneto o da altre regioni prossime, l'acqua risaliva. Infatti la massima magra del semestre precedette di due giorni la più forte tempesta sismica che colpì più da vicino di ogni altra la regione di quella città, la scossa cioè del 17 Settembre. L'esperienza generica del passato avuta dal Lorenzini nelle sue diligenti osserva-

zioni è pure costantemente l'abbassarsi dell'acqua ad ogni scossa di terremoto. Basti per ora l'aver constatato il fatto lasciando lo studio della interpretazione della causa e del suo legame colle fasi sismiche al tempo nel quale avendo raccolto maggior numero di dati i ragionamenti potranno svolgersi più sicuramente.

E qui cessano le osservazioni che possiamo fare sul quadro grafico da me compilato, non cesserebbero però se noi volessimo i punti di analisi nei quali scoprire nuovi elementi per la indagine delle leggi sismiche. Ma per talune ricerche le osservazioni fatte non sono abbastanza esatte come per esempio se volessi ragionare sulla statistica delle ore nelle quali il terremoto si fece sentire. Il Perrey ed altri trovarono o piuttosto tentarono alcuni studi su questo punto, ma i nostri elementi mi sembrano finora poco utili a ciò.

Molto vi sarebbe a dire se imprendessi a ragionare delle direzioni delle scosse e della loro qualità sussultoria od ondulatoria, e della alternanza di queste due specie. Ma quest'argomento facilmente assorbirebbe grande parte dell'intiero fascicolo svolgendone l'esame sui settecento e più terremoti italiani dell' anno. Su questo argomento dovrò tornare io credo esclusivamente per ciò qui lo tralascio solo contentandomi di asserire che in ogni terremoto si è sempre più confermata la teoria da me proposta, di trovare cioè la causa meccanica della direzione delle scosse nell'oscillare del suolo secondo l' asse delle fratture e normalmente al medesimo, quando per lo spostato equilibrio i labri della fenditura vibrano per ritornare al loro posto di quiete (1). A questa teoria fece plauso il Serpieri e ne confermò la verità cogli studi da esso fatti sul grande terremoto del 12 Marzo 1873 (2).

Da ultimo sembrami meritare qualche considerazione relativamente alle ricerche da fare sulle leggi dei terremoti, la teoria proposta dal Poëy sulle relazioni fra le tempeste sismiche e le macchie solari, perchè appunto in quest'anno si è osservata una quasi minima frequenza di quel fenomeno nel grande astro.

Il Poëy presentò all'Accademia delle scienze di Parigi nel principio di Gennaio passato il suo lavoro (3). L'autore di questo lavoro avea già ricercato in altre communicazioni fatte all'Acc. delle scienze (4), se gli uragani, i tem-

(1) Le fratture vulcaniche laziali ed i terremoti del Gennaio 1873. Atti dell'Acc. Pont. de'Nuovi Lincei. Gennaio 1873.

(2) Serpieri. Rapporto sul terremoto avvenuto in Italia ai 12 Marzo 1873. Estratto dal Supplemento alla Meteorologia Italiana 1872 del Ministero di Agricoltura e Commercio.

(3) A. Poëy — *Rapports entre les taches solaires, les tremblements de terre aux Antilles et au Mexique et les eruptions volcaniques sur tout le globe.* Comptes Rendus de l' Acc. des Sciences T. LXXVIII p. 51 (n. 1, 5 Janvier 1874).

(4) Comptes Rendus T. LXXVII, p. 1222 et 1343; ann. 1873.

porali e le tempeste di vento abbiano una periodicità, e se i loro periodi siano in relazione coi periodi delle macchie solari. In seguito di siffatte ricerche esso dice di esser giunto ai risultati seguenti. « 1.° Che i fenomeni della atmosfera e della crosta terrestre generalmente si aggruppano in periodi decennali ed in pari tempo intorno ai massimi e ai minimi delle macchie solari: 2.° che di questi fenomeni gli atmosferici sogliono esser più energici intorno ai massimi delle macchie, ed i tellurici sembrano esserlo intorno ai minimi; 3.° che tutti i fenomeni derivanti direttamente od indirettamente dal calore si avvicinano ai minimi e quelli che provengono dal freddo si collegano ai massimi; 4.° che questa influenza delle macchie solari riducesi in fine a quistione di temperatura dalla quale discende per via di evoluzioni e di trasformazioni equivalenti l'insieme dei fenomeni terrestri; 5.° che i terremoti alle Antille ed in America sembrano essere altrettanto frequenti e forti nei periodi di massimo come in quei di minimo delle macchie solari ». L'A. ricorda dapprima che il Wolf avea accennata la coincidenza delle aurore boreali e dei terremoti frequenti negli anni ricchi di macchie solari. La quale coincidenza fu negata poi dal Kluge dimostrando che gli anni ricchi di macchie solari e di variazioni magnetiche erano poi più liberi dalle eruzioni e dai terremoti. Questi anzi dice d'aver ravvisato in questi fenomeni un periodo di undici anni ed un $\frac{1}{9}$ simile a quello osservato nelle macchie solari. Le conclusioni del Kluge sembrarono poi ammesse anche dal Wolf. Poscia l'Autore osserva che i grandi terremoti non sono nè locali nè indipendenti l'uno dall'altro, ma si estendono come gli uragani talvolta a grandi distanze dall' equatore verso i poli o da un emisfero all' altro, generalmente lungo l'asse delle regioni vulcaniche. Sono dunque esso dice vere tempeste sismiche.

Il quadro sinottico congiunto all'articolo comprende 786 eruzioni vulcaniche dal 1749 al 1861 poste a confronto con le macchie solari e vi si vede come la massima delle eruzioni coincida colla minima delle macchie. Relativamente ai terremoti a cagione della difficoltà di conoscere il numero reale delle scosse nei grandi gruppi delle medesime e della poca importanza delle scosse isolate, l'A. ha rappresentato i soli gruppi di commozioni importanti per durata o per intensità. Il risultato è che di 38 tempeste sismiche alle Antille 17 si avvicinano al massimo, e 17 al minimo delle macchie e 4 rimangono ad uguale distanza dai predetti due estremi. Nel Messico poi di 32 tempeste sismiche 16 vanno col massimo e 13 col minimo delle macchie rimanendo sole 3 fra i due estremi. È notabile finalmente che i periodi di tempeste mancanti nelle Antille compariscono invece nel Messico. L' autore

dopo aver esaminato particolareggiatamente i confronti vari del suo quadro, conclude che « teoreticamente si può pensare che il massimo dei terremoti » e di eruzioni dovrebbe corrispondere coi minimi delle macchie solari, ma » secondo i numerosi dati americani da esso analizzati, le convulsioni sismi- » che sembrano accumularsi approssimativamente in uguale proporzione sui » massimi e sui minimi delle macchie del sole. »

Il moltiplicarsi degli studi e sopratutto dei dati statistici dimostreranno al tribunale della scienza quanta relazione veramente esista fra i varii fenomeni solari e terrestri che l'autore qui pone a confronto. Anche la legge del periodo circa decennale nei terremoti vuol essere profondamente analizzata e discussa. Perciò appunto credo opportuno qui riportare un brano di dissertazione tuttora inedita da me letta all' Acc. d' Archeologia nell' anno 1871. In quella dissertazione io ragionava delle antiche eruzioni vulcaniche le quali nel Lazio aveano sepolto i manufatti dei popoli primitivi e delle tracce rimaste dell'antica attività di quel vulcano. Il brano che qui riporto contiene fatti ed idee che meritano di esser confrontati con lo specchio e con le dottrine messe in luce dal Poëy. Ecco le mie parole.

Dal 1700 in poi ho trovato memorie di ben più che 500 terremoti ed altri fenomeni avvenuti nel Lazio vulcanico, lo che quantunque certo non sia tutto l'avvenuto, rappresenta però i fatti principali de' quali rimasero scritte memorie....... I predetti terremoti compaiono in gruppi dentro certi periodi e con un corso ascendente e decrescente di intensità. Approssimativamente in ogni decennio si ha un corso di tre o quattro anni più soggetti al terremoto. Spesso nel periodo medio di questo ciclo di anni trovo il *maximum* dell' intensità , talvolta nel primo..... Non è poi raro anzi è commune il caso che i nostri parosismi laziali coincidano con terremoti o con eruzioni di altri vulcani della serie medesima italiana, ovvero manchino del tutto in qualche decennio. In questo caso , lungi da noi in altre regioni vulcaniche del globo sappiamo talvolta essersi manifestata l'attività mancata fortunatamente presso di noi.

Nel 1867, 68, 69 e 70 ho verificato benchè non molto gagliardamente uno di questi massimi decennali che coincideva con terremoti a Siena ed eruzione del Vesuvio. Altro massimo di scosse avvenne a distanza poco maggiore del decennio cioè nel 1855 e 1856 a Frascati, e negli altri colli Albani nello stesso periodo di scuotimenti che agitavano altri punti della penisola e perfino avveniva una piccola eruzione nello spento sistema vulcanico Cimino. Nel 1848, 49, 50 il cratere Albano tremò molto e muggì fortemente ed il cratere di

Val di Cona presso Subiaco si sconvolse eruttando copioso gas. Nel 1838, 39 il lago di Nemi diè scosse frequenti ai colli vicini mentre eruttava il Vesuvio. Nel 1827, 28, 29 tremarono i monti Albani con un massimo nel 1829 di 248 scosse nel corso di tre mesi in Albano stesso. Durante questo massimo Laziale eruttava il Vesuvio e tremava la terra a Genova, e quietavasi il Lazio col trasportarsi la forza eruttiva all'Etna nel 1830. Gli anni del decennio antecedente passarono quieti per il sistema latino ma nel 1819 furono fortemente agitati i vulcani Cimini, ed in pochi giorni parecchi terremoti cagionarono grandi frane crateriformi nel territorio di Viterbo. Nel 1809, 10, 11 era tormentato il Lazio dai terremoti che nel 1809 uniti a gettiti di vapori si fecero sentire per lungo tempo nel cratere di Montecompatri e poscia in Roma ed Ariccia terminando il tutto coll' eruzione vesuviana del 1810. Nei monti Albani durante il primo decennio del nostro secolo quantunque avvenissero alcuni terremoti rimase però il massimo all'epoca che abbiamo citata circa del 1809. Non fu così però in altri punti della penisola ed in particolare della Valle del Liri; dove per un intiero mese e più furono tormentate le popolazioni dal terremoto nel 1805. Altro massimo di scosse laziali cadde regolarmente secondo il periodo decennale in Ariccia l'anno 1799. Ci mancano dipoi finora notizie per parecchi anni antecedenti. Sappiamo però che nel 1773 e 1774 non solo per più settimane continue scosse avvennero a Frascati ed alla Ariccia ma in questo secondo luogo avvennero esplosioni di gas idrogeno solforato entro cavità e cunicoli praticati nell'interno dello spento cratere Aricino. Nel decennio antecedente, e precisamente nel 1762 trentaquattro giorni durò l'oscillazione del suolo in Ariccia e muggiva il cratere centrale latino presso il monte Cavo. Ma lo sfogo dell'attività avvenne lungi dal Lazio in Aquila che ne fu rovinata. Otto anni prima cioè nel 1754 esplose pure l'idrogeno solforato nei sotterranei d'Ariccia anzi questo si manifestò anche in forma di piccola eruzione notte tempo nel mezzo del cratere formando una colonna alta circa palmi trenta ossia intorno ad otto metri. Per la prima metà del secolo decimottavo le memorie non sono abbastanza continue per fondarvi sopra un esame statistico e d'altronde anche nello specchio del Sig. Poëy cessa la medesima continuità che è utile al paragone. Nella dissertazione citata io non pensava alla coincidenza coi massimi e minimi delle macchie solari, ma solo m'avvidi del periodo decennale. Ora però parmi interessante il notare che gli anni dei massimi italo-latini da me designati, sono precisamente i medesimi trovati massimi nelle Antille e nel Messico dal Sig. Poëy, e che sono prossimi ai massimi ed ai minimi delle macchie solari. Ma un

fatto di maggior rilievo risulta dalla collazione della statistica italiana colla americana. Il Poëy notava le scosse del Messico supplire alle mancanze delle oscillazioni nelle Antille in alcuni dei periodi di massimo e di minimo di macchie. Malgrado questo scambievole supplemento d'una regione verso l'altra parecchi massimi e parecchi minimi delle macchie solari rimangono privi nel quadro del Poëy della corrispondente tempesta sismica negli anni prossimi antecedenti o susseguenti. Ma quei vuoti appunto restano colmati dai miei periodi sismici italiani, i quali cadono precisamente presso gli anni di massimo o di minimo di macchie solari cui non corrisposero terremoti nè nelle Antille nè nel Messico. Ciò apparisce chiaramente dal seguente quadro del Poëy perciò che riguarda i confronti delle macchie coi periodi sismici, aggiungendovi i dati italo-latini.

Ma non ostante tanto bei confronti e singolari coincidenze credo che dobbiamo molto guardarci dal formulare le teorie che sembrano discenderne. Perchè il moltiplicarsi delle osservazioni ci dimostra ogni giorno più quanto poco sappiamo di ciò che avviene nel nostro pianeta, di modo che sempre più sembra verosimile ciò che il grande Humboldt sospettò, che cioè ogni giorno molti terremoti e molte eruzioni forse avvengono nel mondo, delle quali la scienza non giunge ad avere notizia veruna. Se ciò pur fosse però, rimarrebbe alle scoperte leggi per lo meno un valore topografico o perimetrico, non poco interessante.

Anni	Macchie	Terremoti	Anni	Macchie	Terremoti	Anni	Macchie	Terremoti
1750	+	Antille	1791			1832		
1751	...	id.	1792			1833	—	
1752			1793			1834	...	Messico
1753			1794			1835	...	Messico
1754	...	Italia	1795			1836		
1755	—	. . . . . .	1796			1837	+	Ant. Mess.
1756			1797	...	Antille	1838	...	Mess. It.
1757	...	Antille	1798	—		1839	...	Ant. Mess. It.
1758			1799	...	Italia	1840		
1759	...	Messico	1800			1841		
1760			1801			1842	...	Antille
1761	+	. . . . . .	1802	...	Antille	1843	...	Antille
1762	...	Italia	1803			1844	—	Antille
1763			1804	+		1845	...	Messico
1764			1805	...	Italia	1846	...	Antille
1764	...	Antille	1806	...	Messico	1847	...	Messico
1765	—	id.	1807			1848	+	Ant. It.
1767	...	id.	1808			1849	...	Ant. It.
1768			1809	...	Ant. It.	1850	...	Italia
1769	+	. . . . . .	1810	—	Italia	1851	...	Ant. Mess.
1770	...	Antille	1811	...	Ant. Mess. It.	1852	...	Ant. Mess.
1771	...	id.	1812	...	Antille	1853	...	Antille
1772			1813			1854	...	Antil. Mess.
1773	...	Italia	1814			1855	...	Antil. Mess. It.
1774	...	id.	1815			1856	—	Italia
1775	—	. . . . . .	1816	+		1857	...	
1776			1817	...	Antille	1858		
1778			1818			1859		
1778			1819	...	Iialia	1860	+	Messico
1779	+	. . . . . .	1820			1861		
1780	...	Antille	1821			1862	...	Guatimala
1781	...	Antille	1822			1863	...	Guatimala
1782			1823	—		1864		
1783			1824	...	Antille	1865		
1784	—	Antille	1825	...	id.	1866		
1785			1826			1867	—	Antil. In.
1786			1827			1868	...	Ant. Mess. It.
1787			1828			1869	...	Italia
1788			1829	+	Ant. Mess. It.	1870	...	Mess. It.
1789	+	Antille	1830					
1790			1831					

Dichiarazione della tavola dei terremoti italiani dell'anno meteorico 1873.

Lo scopo di questo quadro è il sottoporre ad un colpo d'occhio il numero, l'intensità, la vastità e la distribuzione topografica nel suolo d'Italia dei terremoti per ciascun giorno dell'anno, ponendovi a confronto le fasi della luna, la curva barometrica e le variazioni di livello in un pozzo di Porretta riconosciuto sensibile alle oscillazioni sismiche.

Numero delle scosse – Per ogni scossa conosciuta in Italia in ciascun giorno è tinto un quadratino; così il numero dei quadratini coperti rappresenta la somma delle scosse verificate in Italia in ciascun giorno. I terremoti notturni ad ora incerta, attribuisco al giorno che segue la notte. Perchè quando l'ora è incerta nella notte, è sempre presumibile il fatto avvenuto in un ora posteriore alla mezza notte, fino al qual tempo il numero dei vigilanti è mai sempre piuttosto considerevole. Allorchè dalle notizie ricevute ricavavasi un numero indeterminato di scosse, ho valutato dall'insieme delle parole descrittive quale poteva essere il numero minimo delle medesime e così l'ho collocate nel quadro. Ciò però è avvenuto rare volte in tutto l'anno.

Intensità delle scosse – Ho immaginato una scala convenzionale composta di 10 gradi d'intensità che qui sotto descrivo. Essa corrisponde nella tavola grafica a 10 quadratini. Sono coperti di tinta tanti quadratini quanti sono i gradi che spettano alla scossa più forte avvenuta in Italia in ciascun giorno.

Scala della forza delle scosse – Descrivendo terremoti acciò i molti epiteti che sogliono esser dati a quel fenomeno non sieno applicati dall' arbitrio degli osservatori, senza potervi fondare un criterio scientifico, ecco i termini che io adopero corrispondenti ad un grado speciale della intensità sismica rivelata dagli effetti della scossa.

1	Scossa	leggerissima	— Avvertita soltanto dai sismografi o da un sismologo.
2	»	debole	— Avvertita da più d'uno.
3	»	leggera	— Avvertita da molti.
4	»	sensibile	— Scossa seguita da tremolio di infissi, cristalli e soprammobili.
5	»	mediocre	— Avvertita generalmente da moltissimi.
6	»	forte	— Con suono di campanelli, oscillazioni di lampade, arresto di orologi.
7	»	molto forte	— Con caduta di calcinacci, suono di campane da torre, strepito.
8	»	fortissima	— Con caduta di fumaiuoli e lesioni nei fabbricati.
9	»	rovinosa	— Con caduta totale o parziale di qualche edificio.
10	»	disastrosa	— Con grandi rovine e vittime.

Terremoti secondo le latitudini e le longitudini – Ciascun quadratino corrisponde a 10 minuti di grado in latitudine od in longitudine, presa dal meridiano di Roma. Ommetto le frazioni inferiori ai 10′ e pel difetto di spazio, e per la poca loro importanza nello scopo della tavola grafica. Nella quale i quadrati tinti esprimono soltanto approssimativamente l'estenzione di ogni terremoto nella latitudine e nella longitudine. Queste per i luoghi nei quali non sono conosciute dagli Osservatori meteorologici, sono prese in circa sulla carta geografica. Per mezzo dell'indice seguente si possono anche riconoscere i punti indicati, perchè essi vengono determinati dalla combinazione della longitudine e della latitudine. Potrà soltanto rimanere incerta la designazione di due luoghi i quali si trovino tanto vicini da stare compresi nelle frazioni trascurate. In questo caso però l'indice seguente determinerà i due o tre luoghi fra i quali rimane l'incertezza; mentre indica tutti i luoghi che hanno subito qualche scossa di terremoto.

LOMBARDIA e VENETO

	Latit.	Long.
Trento	46.04	1.22 O
Lugano	46.00	3.29 O
Pordenone	45.57	0.12 E
Maniago	46.08	0.15 E
Perarolo	46.22	0.07 O
Padova	45.24	0.36 O
Desenzano	45.28	2.56 O
Farra d'Alpago	46.06	0.01 O
Belluno	46.07	0.14 O
Tambre d'Alpago	46.07	0.01 E
Udine	46.03	0.45 E
Puos d'Alpago	46.08	0.04 O
Vittorio	45.57	0.09 O
Fadalto	46.05	0.09 O
Cavasso	46.11	0.19 E
Longarone	46.16	0.10 O
Sacile	45.57	0.02 E
Sarmede	45.57	0.00
Milano	45.28	3.18 O
Verona	45.26	1.20 O
Rovigo	45.04	0.34 O
Venezia	45.25	0.08 O
Lodi	45.18	2.58 O
Vicenza	45.32	0.55 O
Monza	45.35	3.13 O
Bergamo	45.41	2.53 O
Treviso	45.40	0.12 O
Mantova	45.09	1.42 O

PIEMONTE

	Latit.	Long.
Piccolo S. Bernardo	45.38	5.37 O
Domodossola	46.06	4.12 O
Ivrea	45.28	4.37 O
Cogne	45.36	5.06 O
Vercelli	45.19	4.30 O
Torino	45.04	4.47 O
Sempione	46.13	4.26 O
Moncalieri	44.59	4.48 O
Oneglia	43.53	4.28 O
Tortona	44.54	3.33 O
Asti	44.54	4.17 O
Aosta	45.44	5.10 O
Alessandria	44.54	3.51 O
Melazzo	44.37	4.00 O
Castel delfino	44.35	5.26 O
Varallo	45.46	4.14 O
Riva Valdobbia	45.49	4.33 O
Barga	44.45	5.08 O
Monte Calvo	45.03	4.14 O
Casale Monfer.	45.09	4.01 O
Bagnone	44.19	2.23 O
Susa	45.07	5.24 O
Chialamberto	45.19	5.16 O
Lanzo	45.16	5.00 O

GENOVESATO e LUNIGIANA

	Latit.	Long.
Mondovì	44.22	4.41 O
Ventimiglia	43.48	4.51 O
Genova	44.25	3.34 O
Busalla	44.34	3.33 O
Dova	44.40	3.25 O
Bavari	44.26	3.28 O
Rocchetta Ligure	44.43	3.28 O
Bobbio	44.46	2.06 O
Pregola	44.46	3.11 O
Fivizzano	44.13	2.19 O
Mele) Voltri)	44.27	3.45 O

	Latit.	Long.
Chiavari	44.19	3.08 O
Montobbio	44.30	3.26 O
Sarzana	44.07	2.31 O

EMILIA e ROMAGNE

	Latit.	Long.
Ferrara	44.50	0.52 O
Cento	44.42	1.10 O
Parma	44.48	2.08 O
Borgotaro	44.28	2.43 O
Polesine	45.01	2.19 O
Piacenza	45.01	2.47 O
Reggio	44.42	1.51 O
Modena	44.39	1.34 O
Bologna	44.30	1.00 O
Porretta	44.09	1.31 O
Castiglion Pepoli	44.08	1.20 O
Rimini	44.04	0.07 O
Forlì	44.13	0.27 O
Imola	44.22	0,46 O

TOSCANA

	Latit.	Long.
Porto ferrajo	42.49	2.11 O
Massa	44.02	2.20 O
Pescia	43.54	1.48 O
Pisa	43.42	2.04 O
Valle di Versiglia	43.42	2.04 O
Livorno	43.32	2.11 O
S. Romano	43.51	1.44 O
Grassina	43.42	1.13 O
Siena	43.18	1.10 O
Lucca	43.51	1.58 O
Viareggio	43.52	2.14 O
Firenze	43.46	1.15 O
Montopoli	43.40	1.44 O
Monte morello	43.51	1.19 O

UMBRIA e MARCHE

	Latit.	Long.
Perugia	43.08	0.06 O
Campello	42.48	0.19 E
Orte	42.27	0.04 O
Narni	42.31	0.03 E
Trevi	42.52	0.19 E
Camerino	43.06	0.35 E
Fabriano	43.20	0.29 E
Ancona	43.38	1.09 E
Penna	43.04	0.54 E
Urbino	43.43	0.09 E

PROVINCIE ROMANE

	Latit.	Long.
Roma	41.54	0.0
Frascati	41.48	0.13 E
Castel Gandolfo	41.44	0.11 E
Genzano	41.42	0.12 E
Marino	41.47	0.10 E
Albano	41.43	0.11 E
Ariccia	41.43	0.11 E
Subiaco	41.56	0.37 E
Tivoli	41.58	0.20 E
Rocca di Papa	41.46	0.13 E
Rocca giovane	42.04	0.28 E
Cicliano	41.58	0.25 E
Campagnano	42.11	0.04 O
Viterbo	42.24	0.22 O
Palestrina	41.50	0.26 E
Zagarolo	41.50	0.22 E
Grottaferrata	41.47	0.11 E
Velletri	41.41	0.18 E
Anagni	41.45	0.41 E

ABBRUZZI, TERRA DI LAVORO BASILICATA, CALABRIA, NAPOLI, SICILIA

	Latit.	Long.
Aquila	42.21	0.55 E
Torre Mileto	41.56	3.11 E
Cassino e Mon. Cass.	41.30	1.21 E
Arpino	41.40	1.08 E
Molo di Gaeta	41.16	1.08 E
Atina	41.38	1.22 E
S. Donato	41.43	1.21 E
Isola di Sora	41.40	1.05 E
Sora	41.44	1.08 E
Alvito	41.41	1.16 E
Sette frati	41.41	1.25 E
Castro Villari	39.47	3.42 E
Picinisco	41.40	1.25 E
Cosenza	39.18	3.49 E
Piaggine	40.19	2.56 E
Altamura	40.49	4.03 E
Potenza	40.38	3.17 E
Marsico Nuovo	40.22	3.14 E
Vesuvio	40.52	1.41 E
Lipari	38.29	2.30 E
Palermo	38.07	0.53 E
Etna	37.30	2.31 E

N. B. — Nel quadro grafico dove ho detto esser trascurate le frazioni inferiori a 10', allorchè la frazione è precisamente sul 10', 20' etc., ho tinto il quadratino che comprende dall' 1 al 10' o dall'11 al 20 e così di seguito.

Pressione barometrica. – La curva barometrica rappresenta la ottenuta all' Osservatorio del Collegio Romano al mezzodì e ridotte a 0 ed al livello del mare.

Variazioni di livello in un pozzo di Porretta esaminate dal Sig. Demetrio Lorenzini. – Aggiungo qui per comodo degli studiosi e per onore del

Lorenzini il diligente ed esatto registro delle osservazioni sulle quali formai la curva grafica del quadro, dove per solo comodo delle proporzioni ho soppresso la rappresentazione degli ultimi 60 centimetri d'acqua nel fondo.

Mesi		Livello dell'acqua	Colonna Baromet. diminuita di 700 m.	Altri Fenomeni
Ore	Giorni			
GIUG. 1873				
5	27	170	42	
»	28	»	»	
»	29	»	»	
»	30	174	41	
LUGLIO				
5	1	182	»	
»	2	163	»	
»	3	158	»	
»	4	155	»	
»	5	150	40	
»	0	148	»	
»	7	203	41	
»	8	188	41 ½	
»	9	184	41	
»	10	170	»	
»	11	173	»	
»	12	170	40 ½	
»	13	157	39	Pioggia
»	14	165	39	
»	15	245	37	
»	16	225	39	
»	17	193	43 ½	
»	18	213	44	
»	19	212	41	Turbine
»	20	186	39	
»	21	182	40	
»	22	170	42 ½	
»	23	189	42 ½	
»	24	190	15	
»	25	185	40	
»	26	184	41	
»	27	204	»	
»	28	204	»	
»	29	194	»	
»	30	182	42 ½	
»	31	174	43	Pioggia, piccolo uragano
AGOSTO				
»	1	167	42 ½	Poco vento
5	2	174	40 ½	Pioggia, grandine, tuoni
»	2	153	40 ½	
»	4	136	42	
»	5	145	40	
»	6	167	40	
»	7	201	42	
»	8	182	43	
»	9	172	42	

Mesi		Livello dell'acqua	Colonna Baromet. diminuita di 700 m.	Altri fenomeni
Ore	Giorni			
5	10	165	37	Pioggia e vento
»	11	142	40	
»	12	122	41	
»	13	138	42 ½	
»	14	125	43	
»	15	115	42 ½	
»	16	115	42 ½	
»	17	115	42 ½	
»	18	115	42	
»	19	132	40	
»	20	115	37	Pioggia
»	21	192	40	
»	22	177	42	
»	23	170	42	
»	24	168	41	
»	25	168	41	
»	26	148	41 ½	
»	27	156	42	
»	28	157	41 ½	Vento
»	29	156	39	Vento
»	30	147	36	Vento
»	31	153	36	
SETTEMBRE				
6	1	150	39 ½	Sereno
»	2	164	40	
»	3	159	40	
»	4	147	40	
»	5	159	40	
»	6	161	36 ½	
»	7	163	35	
»	8	155	37	
»	9	140	39	
»	10	135	40	
»	11	124	41	
»	12	122	42	
»	13	117	42	
»	14	112	42	Pioggia e Vento
»	15	112	37	Vento e Pioggia
»	16	127	34	Molto Vento
»	17	124	36	
»	18	120	40	
»	19	120	41	
»	20	125	41	
»	21	127	45	
»	22	127	43	Pioggia e Tempesta
»	23	128	42 ½	
»	24	132	41	
»	25	137	42	
»	26	137	43	

Mesi		Livello dell'acqua	Colonna Barom. diminuita di 700 m.	Altri fenomeni
Ore	Giorni			
SETT.				
6	27	135	42	
»	28	135	42	
»	29	137	41 ½	
»	30	148	41 ½	
OTTOBRE				
6	1	138	42	Scosse di terr. 11.30 a 8.30 p.
»	2	136	43	
»	3	137	42 ½	
»	4	138	42 ½	
»	5	139	42	
»	6	141	42	
»	7			
»	8	141	42	
»	9	149	56	
»	10	150	36	
»	11	140	43	
»	12	135	44	
»	13			
»	14	125	40	
»	15	120	39	
»	16	117	38 ½	
»	17	122	38 ½	
»	18	123	40	
»	19	125	40	
»	20	132	40	
»	21	113	35	
»	22	121	36	
»	23	132	37	
»	24	130	36 ½	
»	25	128	28	Pioggia e vento
»	26	169	32	
»	27	165	40	
»	28	169	42	Pioggia continua
»	29	182	41	Pioggia interrotta

Mesi		Livello dell'acqua	Colonna Barom. diminuita di 700 m.	Altri fenomeni
Ore	Giorni			
OTTOB.				
6	30	206	36	Pioggia
»	31	246	30	Pioggia continua
NOVEMBRE				
6	1	261	35	
»	2	265	35	
»	3	276	32	
»	4	285	33	
»	5	284	38	
»	6	277	34	
»	7	273	36 ½	
»	8	274	41	Pioggia continua
»	9	285	40 ½	» »
»	10	317	39	Pioggia interotta
»	11	325	38	» »
»	12	315	42	
»	13	295	41	
»	14	282	40	
»	15	290	40	
»	16	290	36	
»	17	280	41	
»	18	274	42	Sereno
»	19	260	41	
»	20	243	41	
»	21	230	40	
»	22	222	35	Scilocco
»	23	213	27	
»	24	204	32	
»	25	196	41	
»	26	195	45 ½	
»	27	188	40	Vento
»	28	226	31	Sereno
»	29	225	36 ½	Sereno
»	30	225	34	Vento alto

Ho spiegato nella memoria a pagina 87 le ragioni ed i risultati delle osservazioni qui sopra riferite del Lorenzini, delle quali risulta che il pozzo della sua Farmacia in Porretta è soggetto a variazioni collegate colle oscillazioni sismiche. Cotesti legami veggonsi nel quadro grafico paragonando la curva del livello dell' acqua con la distribuzione topografica dei terremoti. Due giorni mancano della tinta turchina perchè furono i soli due giorni del semestre nel quale il Lorenzini dovette astenersi dalla sua diligente osservazione. Ho voluto qui riferire il registro originale del Lorenzini oltre d'averlo graficamente rappresentato nel quadro, anche perchè vi siano utilizzate le altre osservazioni locali meteoriche e sismiche massime le barometriche da esso accuratamente registrate.

COMUNICAZIONE

Il Segretario diè lettura di una lettera dell'Emo Card. Filippo De Angelis, Camerlengo di S. R. Chiesa e Protettore dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei, colla quale la prelodata Eminenza Sua ringrazia l'intiero Corpo Accademico per le felicitazioni ricevute dal medesimo in occasione delle SS. Feste Natalizie.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. A. Secchi – Contessa E. Fiorini-Mazzanti – Comm. Alessandro Cialdi – Prof. Olivieri – Prof. Cav. Mattia Azzarelli – Conte Ab. F. Castracane – Prof. Cav. Michele Stefano De Rossi – Prof. P. Stanislao Ferrari – Prof. Tito Armellini – R. P. F. S. Provenzali – D. B. Boncompagni – Monsignor F. Nardi – Monsignor F. Regnani – Prof. Cav. Vincenzo Diorio.

L'adunanza aperta legalmente alle ore $3\frac{1}{2}$ pom., fu chiusa alle ore $5\frac{1}{2}$.

OPERE VENUTE IN DONO

1. AVEZAC (M. D'). — *Le livre de Ferdinand Colomb. Revue critique des allégations proposées contre son authenticité, lue en communication à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres dans ses séances des* 8, 13 *et* 22 août 1873. *Par M. D'Avezac, Membre de l'Institut de France, Président honoraire de la Commission centrale de la Société de géographie de Paris*, etc. Paris, imprimerie de E. Martinet, rue et hôtel Mignon, 2 1873. Opuscolo in 8.°, composto di 56 pagine, nella 2ª delle quali (lin. 1—2) si legge: « EXTRAIT DU BULLETIN » DE LA SOCIÉTÉ DE GÉOGRAPHIE DE PARIS (OCTOBRE 1873) ».
2. BONCOMPAGNI (B.) — *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni* — Tomo VI. Giugno 1873. Roma, tipografia delle scienze matematiche e fisiche, Via Lata, Num. 211 A. 1873. In 4.°
3. —— *Question*. Opuscolo in 8°, di 4 pagine, nella 2ª delle quali (lin. 5—9) si legge: « (BAL- » THAZAR BONCOMPAGNI.) (Extrait des *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, t. XII; » 1873.) — PARIS, IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS, SUCCESSEUR DE MALLET-BACHE- » LIER, quai des Augustins, 55. »
4. DENZA (P. FRANCESCO). — *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri con corrispondenza degli Osservatorii di Piacenza e di Lodi e delle altre stazioni meteoriche del Piemonte. Direttore P. Francesco Denza Barnabita*. Vol. VIII, n.i 5, 6, 7. 31 Maggio; 11 e 31 Luglio 1873. In 4.°
5. DIORIO (V.) — *Il lavoro dei giorni festivi sotto il rapporto fisico, morale e religioso. Lettura popolare del D. V. Diorio, tenuta il dì* 8 *decembre* 1873 *alla società artistica ed operaia*. Roma, tipografia della S. C. di Propaganda 1874. In 12.°
6. —— *Cenni biografici intorno al Duca D. Mario Massimo*. (Estratto dagli *Atti dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei*. — Tomo XXVI, Sessione VI.ª del 25 Maggio 1873). Roma Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche, Via Lata, N.° 211 A. In 4.°
7. GENOCCHI (ANGELO). — *Académie Royale de Belgique* (Extrait des *Bulletins*, 2.me série, t. XXXVI, n° 11; novembre 1873.) *Sur quelques développements de la fonction* log. $\Gamma(x)$;

Seconde lettre à M. Adolphe Quetelet, Secrétaire perpétuel de l'Académie Par M. Angelo Genocchi, professeur à l'Université de Turin. Bruxelles, imprimerie de F. Hayez. In 8.°

8. —— *Observations relatives à une Note précédente de M. Menabrea, concernant la série de Lagrange; Par M. A. Genocchi.* Paris Gauthier-Villars, imprimeur-libraire des Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences, Quai des Augustins 55. In 4.°

9. GILBERT (Ph.) — *Recherches sur le développement de la fonction Γ et sur certaines intégrales définies qui en dépendent; Par Ph. Gilbert, associé de l'Académie, professeur à l'Université de Louvain.* Bruxelles, F. Hayez, imprimeur de l'Académie Royale de Belgique. 1873. In 4.° di pagine 64, nella 2.ª delle quali si legge: « (Extrait du tome XLI des *Mé» moires de l'Académie royale des sciences, des lettres, et des beaux-arts de Belgique.* — » 1873). ».

10. —— *Sur une propriété des déterminants fonctionnels et son application au développement des fonctions implicites; par Ph. Gilbert, professeur à l'université de Louvain, associé de l'Académie royale de Belgique (Présenté à l'Académie royale de Belgique, le 9 octobre 1869)* In 4.° di 12 pagine, nella 2.ª delle quali si legge: « (Extrait du tome XXXVIII des *Mé» moires de l'Académie royale des sciences, des lettres, et des beaux-arts de Belgique.* — » 1870). Bruxelles, impr. de F. HAYEZ. »

11. —— *Académie Royale de Belgique* (Extrait du T. XXX. des *Mémoires couronné et Mémoires des Savants étrangers*). *Recherches sur les propriétés géométriques des mouvements plans par M. P. Gilbert, professeur à l'Université de Louvain. (Mémoire presenté à l'Académie royale de Belgique, le 7 novembre 1857).* In 4.°

12. —— *Recherches analytiques sur la diffraction de la lumière; par Ph. Gilbert, professeur à l'Université de Louvain.* Bruxelles, M. Hayez, imprimeur de l'Académie Royale de Belgique 1862. In 4.° di 56 pagine, nella 2.ª delle quali si legge: « Extrait du tome XXXI » des *Mémoires couronnées et des savants étrangers de l'Académie royale de Belgique* ».

13. —— *Sur les fonctions de Sturm par M. Ph. Gilbert, Professeur à l'Université de Louvain.* In 4.°, di 11 pagine, nella 11.ª delle quali (lin. 27—29) si legge: « Extrait du *Journal de » Mathématiques pures et appliquées*, 2.e série, tome XII, 1867). PARIS — IMPRIMERIE DE » GAUTHIER-VILLARS, SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER, rue de Seine-Saint-Germain, 10, » près l'Institut. »

14. —— *Mémoire sur la théorie générale des lignes tracées sur une surface quelconque; par Ph. Gilbert, professeur à l'Université de Louvain, associé de l'Académie royale de Belgique, Correspondant de la Société Philomatique de Paris. (Présenté à la classe des sciences de l'Académie royale de Belgique, le 4 janvier 1868).* Bruxelles, M. Hayez, imprimeur de l'Académie Royale. 1868. In 4.° di 54 pagine, nella 2.ª delle quali si legge: « Extrait du » tome XXXVII des *Mémoires de l'Académie royale, des sciences, des lettres et des beaux» arts de Belgique* ».

15. LAIS (GIUSEPPE). — *Prolegomeni allo studio delle burrasche del clima di Roma per Giuseppe Lais D. O., Assistente all'Osservatorio Pontificio del Collegio Romano.* Roma, tipografia e libreria di Roma del Cav. Alessandro Befani, Via delle Stimate, N.° 23. 1873. In 4.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE III^a DEL 22 FEBBRAIO 1874

PRESIDENZA DEL R. P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

SOVRA DUE NUOVE SPECIE CRITTOGAMICHE

NOTA

DELLA SIG.^RA CONTESSA E. FIORINI–MAZZANTI

Amblystegium Formianum: Fior. Mazz. Gregarium; cespites compacte implexi nunc late rotundati, nunc longe extensi; a surculis rami surgunt erectiusculi 8–10 cent. longitudine, alternatim crebre pinnati, apicem versus attenuati, elongati, simplices, interdum radiculigeri; extremo decolorato-incurvi; axis cum foliolis pinnarum undique confertim imbricatis, patenti-erectis, subconcavis, nervo valido praeditis, e cordata basi oblongo-attenuato-acuminatis, marginibus vix remote serratis; facies per incumbentibus cocconeidis, particulisque calcareis scabra: propria textura membranacea, sed satis firma; cellulis ovali-oblongis, quadratisve, acutatis, dorso saepe convexis, quandoque fusiformibus. Fructificatio ignota.

Obscure viride, in senectute flavescit, nec non in stratis inferioribus.

Cum cocconeis placentula, quae supra paginam superiorem foliorum transversim adhaeret, *Gomphonema dichotomum, Nitzchia linearis, Synedra ulna* interdum sociatur.

Hab. in *Formia*, terra di Lavoro nella provincia di Napoli, nella 1^a sorgente *passato ponte*, onde derivan l'acque i molini. Trae origine dai vicini

monti cretacei, donde si estrae l'argilla per le fabbriche quivi stabilite di laterizia. È riposta nel centro di un masso rivestito all'intorno di amena verdura nella quale primeggia l'elegante *Adianthum capillus veneris*. Il nostro musco sommerso ne ricopre il fondo in tanti gruppi distinti, ed in sè fitti e compatti a modo di guanciali.

La forma ora è allungata, ed ora orbicolare. In questa il diametro è di circa due decimetri, ed in quella di circa sei in lunghezza.

Quantunque il suo *habitat* sia in acqua di sorgente, nullameno il suo odore è quasichè di pianta palustre.

I molti esemplari da me raccolti nell'Agosto, e sottoposti all'osservazione mi han presentato infra le ascelle delle foglioline glomeruli di corpuscoli ovali, e collegati da una materia viscida con qualche minutissima conchiglia frammista. Ne mostrai al chiarissimo Sig. Cav. prof. Diorio, il quale ne ha fatto oggetto di bello studio, e dal quale derivo il nome del piccolo Mollusco in *Valvata minuta* Draparnaud e Moquin. L'ammasso poi dei corpuscoli oscuri di natura, e di ufficio, a mio debole parere non doveano essere estranei alla riproduzione di quello, quando la vista di un fenomeno me ne diè lume. Quantunque fuori di vegetazione la pianta, con sorpresa veggo un giorno in uno dei glomeruli un tremolio con l'uscita di qualche breve filamento, su cui sospeso in uno si dibatteva il gasteropodo piccino, mentre altri adulti e tranquilli posavano intorno al gruppo. Dopo vari minuti si rimise in quiete; e di là a qualche ora tornando all'osservazione si ripetè il fenomeno, indi non più. Debbo anche aggiungere che tenendo per più dì in macerazione un ramo del musco col il glomerulo, ho veduto rigonfiarsi i corpuscoli con piccole protuberanze mammillari e biancastre, che sottoposte al microscopio, alcuna mi ha presentato il rudimento del gasteropodo nella sua apertura. In altre osservazioni mi si sono presentate le ova in lunga serie, e ripiegandosi sovra se stesse formare una massa spugnosa. Questa massa assoggettata a leggiera azione dell'acido nitrico, essa si risolve in tante ova che presentano la superficie e il profilo squammoso, che sottoposte all'osservazione non mi han presentato che le *Cocconeis*.

Il fatto che le *Cocconeis* ricoprono completamente le ova di questo Mollusco è prova evidente della estremamente celere riproduzione di questa forma organica, la quale è destinata nella economia della natura ad uno scopo tanto importante quale si è quello di fornire l'ossigeno necessario alla respirazione degli abitatori delle acque, come più volte ha dichiarato il chiarissimo collega sig. Conte Castracane.

Da quanto emmi occorso di vedere, io non dubito che i menzionati glomeruli altro non sieno che un aggregato di ova; ed al tutto estranea in malacologia, lascio ai dotti della scienza più minute investigazioni intorno la riproduzione di siffatti esseri.

Mi è duopo notare che altre masse del musco raccolte in Ottobre eran libere di tanto ospite, forse perchè già compiuto l'importante atto della riproduzione.

La pianta abbonda di mucillaggine , la quale probabilmente determinerà l'*habitat* di cotali organismi.

Infra le ascelle delle foglioline ho pur veduto qualche minutissimo Nostoc.

Oss. Questa specie presenta qualche somiglianza con l'*Amblystegium irriguum*, e l'*Amblystegium fluviatile* della Flora Europea. Ma per il portamento, e particolari caratteri se ne discosta d'assai.

Beggiatoa foetida Fior. Mazz. Stratum caespitosum sordide cretaceum; trichomatibus longissime fluctuantibus, dense intrigatis , flexuoso-angulato–geniculatis, secundum aetatem a 0^{mm} 0010 ad 0^{mm} 0040 diam. metiens; cytioplasma paulum in violaceum *vergente*; punctis, cellulis, annulis disposito, vel continuo, aut interrupto.

Hab. Cajetae ut plurimum parasitica *Enteromorphae intestinalis*, et *Cladophore utriculosae*, dum in ipsam insident Diatomaceae variae.

Hormospora ramosa , et *Bangia atro-purpurea* in consortio passim occurrunt.

Sulle pietre e scogli nel principio della parte posteriore del porto , ove sboccano e mettono in mare le acque immonde delle latrine della città , di che emana disgustosissimo e fetidissimo odore.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE (Tav. III.)

1.ª Piccolo cespo del Musco staccato dalla massa in grandezza naturale.
2.ª Ramo alquanto ingrandito con glomerulo delle ova della *Valvata minuta*.
3.ª Brano indicante la disposizione delle penne e foglioline, ingrandito 100 volte.
4.ª Foglia con sua tessitura interna, dell'ingrandimento di 350 volte.
5.ª La *Beggiatoa fœtida* viene di molto impiccolita a cagione de'suoi lunghissimi filamenti fluttuanti; e cespitosi in largo strato.

LE DIATOMEE NELLA ETA' DEL CARBONE

MEMORIA

DEL SIG. ABATE CONTE FRANCESCO CASTRACANE

Tale e tanta è l'importanza del carbone fossile, il quale costituisce la precipua ricchezza di alcuni paesi privilegiati, e la principale leva della potenza dell' Inghilterra , che non vi sarà alcuno il quale maraviglierà se la natura di quello la sua costituzione mineralogica e la storia della sua formazione ha richiamato l' attenzione degli scienziati. Questo prezioso materiale , nel quale la natura ha provvidamente riservato alla febrile attività del nostro secolo il primo alimento dell'industria metallurgica delle arti e del commercio, fù il soggetto delle dotte ricerche di distintissimi naturalisti e geologi. Questi presero ad esaminarne le impronte dei molti vegetali ed altri corpi organici , che vi si rinvengono e ne determinarono i generi e le specie , e tagliando nel carbone stesso delle sottilissime laminette traslucide con l'ajuto del microscopio ne poterono studiare la tessitura ed i minimi elementi.

In tale via però non era sperabile che si potesse riconoscere e constatare la presenza di alcuna piccolissima Diatomea, che per avventura vi si rinvenisse; e cosi si è ignorato se le Diatomee fossero contemporanee al carbone, di modo che un distintissimo naturalista micrografo Tedesco nella scorsa estate ricisamente me lo negava, rimandando anzi la prima comparsa delle Diatomee ad epoca infinitamente più recente. La sola indicazione di presenza di Diatomee nel carbon fossile, che giungesse a mia notizia fu una citazione della *Accadian Geology* dell'illustre naturalista americano D.r Dawson riferita dal Ch. Professore Huxley (*On the formation of Coal*). A provare l'assunto, che il carbon fossile non è una formazione subacquea ma semplicemente subaerea, fra gli altri argomenti dice il Dawson che « with the exception perhaps of » some Pinnulariae and Asterophyllites, there is a remarcable absence from » the coal measures of any form of properly acquatic vegetation ».

La lettura per l'appunto di quella citazione risvegliò al maggior grado la mia curiosità, mentre coltivatore passionato dello studio delle Diatomee mi stava sommamente a cuore il rinvenire prove non dubbie della loro remotissima comparsa nel mondo. Nè tale mio desiderio era mosso da alcun sentimento vano, ma invece io sentiva l'opportunità di tale argomento a confer-

mare un principio da me in replicate occasioni stabilito. Nell'avere io riconosciuto che nelle acque marine dolci e salmastre le Diatomee a preferenza delle alghe e dei vegetali di ordine superiore sotto l'azione dei raggi solari decompongono l' acido carbonico ed assimilando il carbonio pongono in libertà l'ossigeno elemento primo ed indispensabile della respirazione animale, ed avendo sperimentalmente riconosciuto, che le Diatomee lungi dal provar nocumento dalla presenza di sostanze animali in stato di corruzione piuttosto se ne giovavano con ricondurre in breve l'acqua stessa alla condizione della primitiva purezza; ne dedussi la conseguenza che in natura la prima comparsa delle Diatomee dovette coincidere (se non anche precedere) ai primi momenti dell'esistenza dei primitivi abitatori delle acque.

L' ultima volta , che io formulava questa mia opinione , aggiungevo che presto o tardi non si sarebbe mancato di riscontrare qualche materiale dell'epoca paleozoica, il quale ci avrebbe fornito non dubbia prova della presenza delle Diatomee contemporanee ai primi animali che vissero nelle acque. Ma io era ben lontano dal credere che soltanto qualche giorno dopo che io avevo formulato quel prognostico, per l'appunto sarebbe completamente avverato. In un piccolo residuo avuto dalla incinerazione di una scheggia di carbone fossile, che mi fù data come proveniente da Liverpool, trattato convenientemente e montato in stabile preparazione microscopica, con sodisfazione ben facile ad immaginarsi mi presentò nel campo del microscopio diverse Diatomee perfettamente riconoscibili. Per tal modo mi fù con tutta certezza provato quanto io aveva previsto , che cioè le Diatomee vegetarono nell'epoca del carbone, vale a dire fin dai primordj della vita animale, che perciò appunto dicesi *epoca paleozoica*.

Però un così felice risultato ad onta che fosse ottenuto con tutte le più scrupolose attenzioni e cautele ad allontanare la benchè minima possibilità di errore , confesso che forse per soverchia timidezza io esitavo a renderlo di publica ragione. Così risolvetti rimettermi al risultato di una controprova, che avrei potuto avere dal cimentare di nuovo un piccolo resto dell'istesso carbone fossile, non omettendo di adoperare anche in questa volta un provino non usato in altre occasioni. Non dirò quale fu la mia compiacenza nel vedere nuovamente nel campo del microscopio alcune Diatomee , risultando per tal modo confermata l' esattezza del primo esperimento. E ad ulteriore convincimento vuolsi aggiungere che le forme, che io riconobbi e determinai nel secondo esperimento, erano nè più nè meno identiche a quelle del primo, per guisa che non può rimanere menomamente dubbia la presenza delle Diatomee in quel carbone. Quindi rimane ad evidenza dimostrato che quelle do-

vettero vegetare contemporanee alle piante , le spoglie delle quali servono come combustibile nei forni fusorj e danno vita e moto alle infinite macchine a vapore, le quali fecero sparire le distanze a grande prò del commercio.

Le Diatomee, che in quel carbone ho riscontrato, sono generalmente appartenenti a generi e specie di acqua dolce, se pure se ne eccettui una *Grammatophora* un piccolo *Coscinodiscus* e forse un'*Amphipleura*, la quale parvemi la *A. Danica*. Fra le Diatomee di acqua dolce ho riconosciuto le seguenti:

Fragilaria Harrisonii, Sm. - *Odontidium Harrisonii.*
Ephithemia gibba, Ehrbg. Kz.
Sphenella glacialis, Kz.
Gomphonema capitatum, Ehrbg.
Nitzschia curvula, Kz.
Cymbella Scorticà, Sm.
Synedra vitrea, Kz.
Diatoma vulgare, Bory.

L'influenza marina, che viene dimostrata dalle forme diverse di Diatomee di acqua salsa, quantunque offertesi in unici esemplari fra le molte altre di acqua dolce nei residui del carbone di Liverpool, ci offre non dubbia prova che fra le spoglie di quella antichissima vegetazione dovette penetrare l'onda del mare. Questo potè aver luogo in seguito ad avvallamenti e depressioni di terreno e di tali vicissitudini furono ovunque incontrate prove evidenti, che ci attestano come nelle prime epoche del mondo la terra fù soggetta a terribili e replicate commozioni per le quali un endogeno agente arcano e prepotente sollevò la crosta terrestre ora con moto subitaneo ed ora con azione lenta e graduata, variando la giacitura degli strati e completamente travolgendoli in modo che ne dovette seguire, che il mare spesso cangiasse i suoi confini. Ma il ragionare di questo spetta al geologo , il quale dalla conoscenza dei diversi strati e della loro successione e specialmente dalla attenta ispezione delle svariate forme organiche , che per avventura vi si trovano disseminate, o che per lo meno vi lasciarono le loro orme, può osservare i diversi rivolgimenti, che una data formazione dovette successivamente subire. Nè a spiegare la presenza di quelle pochissime forme marine fra le Diatomee di acqua dolce crederei potersi ammettere l'ipotesi che quelle vi fossero semplicemente avventizie come trasportate dal vento. Per quanto nulla ripugni a riconoscere che quel trasporto possa aver luogo, non parmi possibile persuadermi che delle valve di Diatomee marine, che a quando a quando si fossero potute riconoscere fra il polviscolo atmosferico, si siano per l'appunto incontrate fra uno scarso numero di Diatomee di acqua dolce. Si ag-

giunge poi che io non ricordo aver mai incontrato menzione di Diatomee marine rinvenute nel polviscolo atmosferico, ma soltanto parlasi di forme di acqua dolce. Difatti agevole cosa è l'intendere come al diseccare di uno stagno il vento possa spazzare la superficie dalle morte spoglie delle Diatomee, che per più generazioni vi vegetarono, mentre non si saprebbe intendere come lo stesso potesse arrivare per le Diatomee del mare.

Ma il fatto che la remotissima epoca del carbone e la formazione di questo abbia avuto contemporanee le Diatomee ci porge a mio modo di vedere la occasione più opportuna a fare una osservazione di ben maggiore rilievo. Per quanto poco alcuno sia abituato alla contemplazione del grandioso spettacolo della natura ha di legieri riconosciuto come i diversi tipi organici possono fino ad un certo punto essere modificati dall' influenza del clima e dalle altre circostanze fra le quali vivono. Però l'effetto di tali influenze è tanto meno sensibile e la conseguente modificazione è tanto minore quanto lo stesso tipo occupa una posizione più elevata nella scala organica. Ora quantunque io nello scorso anno ragionando della struttura delle Diatomee e delle diverse parti e sostanze che le compongono oltre al mirabile magistero che ammirasi nelle loro valve mi lasciassi trasportare dall' entusiasmo per quelle maravigliose creature fino a dire (1), che « le Diatomee lungi da » essere quelle così umili pianticelle da venire rilegate fra i più bassi or- » ganismi del regno vegetale, hanno ogni migliore titolo ad essere riguar- » date come forme tanto più nobili nella loro struttura e complessa dispo- » sizione, quanto esse sono più maravigliose per la loro picciolezza »; non è però men vero che *organicamente* considerate devono riconoscersi più semplici e quindi inferiori agli umili muschi ed alle piante vascolari. E pure chi si sarebbe potuto attendere che, nella ipotesi che le Diatomee avessero vegetato fin dai primi albori della vita, su la terra, in così enormemente lunga evoluzione di secoli e nella successione delle ognora nuove condizioni di clima e temperatura, per lo meno non dovessero ritrovarsi grandemente modificate? Tutte le forme che io ho potuto osservare fra le poche ceneri di detto carbone presentano tale aspetto da non fare scorgere all' occhio più esercitato ed acuto la benchè minima differenza con le Diatomee attualmente viventi. Profilo, dettagli strutturali, forma e numero delle strie, tutte insomma le particolarità, che distinguono le specie, che noi incontriamo in stato di attuale vegetazione, combinano esattamente con le Diatomee della età del car-

(1) Vedi la mia memoria - Su la struttura delle Diatomee. Atti dell'Accademia Pontificia dei Lincei. Anno 26° Sessione 2ª del 19 Gennaro 1873.

bone e della epoca paleozoica. In tale forse incommensurabile successione di secoli la vita organica sotto questa semplicissima e primordiale forma dalla sua apparizione sul globo non ostante le tremende catastrofi, che profondamente modificarono le condizioni delle superficie, non ne ha riportato il più lieve cambiamento, e fino a noi mantiensi inalterata: tanto è vero che ad ogni tipo organico la natura ha imposto una legge immutabile che lo determina nei suoi propri confini.

Ma il felice risultato ottenuto dall'esame microscopico istituito sul carbone di Liverpool e il rinvenimento di Diatomee alla formazione di quello contemporanee, rimanendo per tal modo ad evidenza provata l'esistenza delle Diatomee nell'epoca paleozoica, mi suscitò il desiderio di istituire l'istessa ricerca sopra carbone fossile di altre provenienze. Senza di che potrebbesi da taluno dubitare che le Diatomee rinvenute unite alla scheggia del carbone di Liverpool vi fossero aderenti semplicemente ed avventizie, ma non contemporanee alla sua formazione: come può facilmente accadere che alla superficie del granito o di altra più antica roccia vengano riconosciute delle Diatomee senza che con questo pretendasi che quelle vegetarono nell'epoca della formazione del granito. Tale obbiezione io feci a me stesso: però questa perde ogni valore dal riflesso che quella scheggia di carbone su la quale si portò il mio esame proveniva dalla massa di quel combustibile e non dalla superficie: inoltre il pezzo dal quale quella fu staccata conservasi nel Gabinetto mineralogico della Sapienza in Roma, e così la scoperta da me fatta può in ogni tempo essere da altri confrontata. Però devo fare osservare a chiunque volesse accingersi a tale esame che non è certamente da attendersi di ritrovare fra i pochi residui di quel carbone fossile una ricca raccolta di Diatomee, la quale anzi riescirà molto scarsa. Ma se alcuno prenderà con pazienza a percorrere diligentemente e sistematicamente ogni parte della preparazione, sarà certo di poter notare alcuni rari esemplari di Diatomee come è accaduto a me costantemente. Tale esame mi è agevolato dalla speciale disposizione del mio microscopio, la quale è tale che mi pone in grado di assicurare di avere successivamente esaminato qualunque punto dell'intera preparazione, dandomi inoltre agio di marcare la posizione di qualunque minima forma per poterla poi quando che sia al momento ritrovare.

Dopo avere pertanto riconosciuto il fatto della presenza delle Diatomee nel carbone fossile di Liverpool mi accinsi a ricercare se lo stesso potesse per avventura aver luogo in carboni di altre provenienze. A tale intento ho sino ad ora istituito analoghe indagini su tre altri saggi ottenuti dal sunnominato Gabinetto mineralogico. L'uno apparteneva alle miniere di Saint Etienne, al-

tro proveniva da Newcastle, ed il terzo era un frammento del cosidetto Cannel Coal di Scozia. Non uno solo di questi diversi materiali ha mancato di presentarmi in maggiore o minore numero delle Diatomee. Di queste non ho notato alcuna la quale non fosse di acqua dolce; però le specie erano in ciascuna svariate. Le forme rinvenute non mi presentarono l'occasione a notare qualsiasi novità, mentre non v'era alcuna per la quale si sarebbe menomamente esitato a ritenere che non avesse vegetato a noi contemporanea. Così la presenza delle Diatomee, che mi sembrò gran fatto poter constatare nel carbone di Liverpool, si è mostrata costantemente nelle tre altre differenti provenienze in modo che comincio a sospettare che *forse* le Diatomee accompagnano ogni strato di carbone.

Dalla presenza delle Diatomee nei Carboni non solamente rimane confermato il principio da me stabilito della necessità delle Diatomee nelle acque a mantenervi la vita animale, ma si ha nuovo argomento a riconoscere la parte importantissima, che su la terra hanno ognora avuto le Diatomee e la vita microscopica. Da tutto questo spontanea ne segue la necessità al geologo di portare la maggiore attenzione a qualunque traccia rimastaci di quei minutissimi esseri, che ebbero tanta parte nella storia del globo. Così riportando il pensiero alla importantissima formazione dei carboni, è stata più volte dibattuta la questione della origine di quelli, e se siensi formati fra le acque, come vediamo accadere delle torbe, o se tale accumulazione siasi effettuata all'asciutto e sotto l'influenza dell'aria. L'illustre geologo americano D.r Principal Dawson sostiene che la formazione di quelli sia stata interamente subaerea; e fra gli altri argomenti si appoggia a provare il suo assunto su la « remarcable absence from the coal measure of any form of pro- » perly acquatic vegetation » con l'eccezione come esso dice « *perhaps* of » some Pinnulariae and Asterophyllites ». Così esso ammette che gli strati del carbone possano essere stati talvolta sommersi, ma secondo la sua opinione l'accumulazione di quello ha avuto luogo per vegetazione subaerea di piante crescenti su terreno umido e paludoso. Il Ch. Professore Huxley nel sottoscriversi nel modo più assoluto su tale questione al parere del Dott. Dawson, riguarda però come una soverchia concessione il dire che la vegetazione delle piante, che diedero origine al carbone, sia accaduta « on soils wet and swampy ». Ma l'argomento dell'assenza di qualunque propria vegetazione acquatica nel carbone fossile è contradetta e viene ad essere completamente distrutta dalla mia osservazione della presenza fino ad ora *costantemente* verificata delle Diatomee nelli diversi carboni da me esaminati.

Mi giova sperare che queste mie riflessioni o almeno il fatto da me co-

statato della presenza delle Diatomee nei carboni non sia riguardata di tanto poco momento da non meritare che la cosa sia presa in esame da alcun geologo o micrografo. Per me sarà cosa gratissima che le mie osservazioni ed esperienze vengano a vantaggio della scienza controllate da persona più autorevole. Per tale caso, a facilitare il compito ancora a chiunque meno pratico che volesse accingersi a tale indagine, aggiungerò un cenno su il processo da me seguito a compiere queste ricerche. Traendo partito dalla natura silicea delle valve delle Diatomee, ad isolar quelle dalla mescolanza di materie calcari o organiche, alle quali trovansi unite, si suole trattare il tutto in provino di vetro con acido azotico, o cloroidrico, ed anche con successive aggiunte di clorato di potassa, e mantenendo il tutto in prolungata digestione al calore al fine di isolare la silice, distruggendo il rimanente. Ma nel Litantrace il carbonio è troppo difficile ad essere spostato, e gli acidi azotico e cloroidrico hanno pochissima azione su di esso. Si è dovuto pertanto ricorrere alla combustione, la quale ho operato con triturare da prima il materiale e quindi collocato in una navicella di porcellana l'ho posto in un cannello di vetro a combustione sopra apposito fornello, sottoponendo il tutto alla azione del calore nel mentre che una leggera corrente di ossigeno traversando il cannello andava combinandosi con il carbonio costituendo dell'acido carbonico. Però ho dovuto a prova riconoscere la necessità di condurre l'operazione con la temperatura meno elevata ad evitare che le basi alcaline o terrose e gli ossidi metallici, che possono ritrovarsi nelle ceneri non abbiano da costituire dei silicati vetrosi combinandosi e fondendosi con le valve delle Diatomee. È pertanto opportuno lasciare scoperta la canna di vetro nella quale operasi l'abbruciamento per seguire con l'occhio il progredire di quello. Il piccolo residuo ottenuto da tale operazione và trattato in un provino non mai adoperato, aggiungendo acido azotico e cloroidrico e clorato di potassa aiutandosi con il calore di una lampada ad eliminare qualunque base alcalina o terrosa ed ogni traccia di ossidi metallici. Cessata ogni ulteriore azione non rimane che lavare replicatamente con acqua distillata il lievissimo pulviscolo rimanente, lasciandolo ad ogni volta posare per qualche ora ad accertarsi di non perderne la minima parte nelle decantazioni.

Nè il felice successo potrà mancare a chi avrà esattamente seguito tal metodo; mentre montando qualche preparazione al balsamo di Canadà o con altro cemento non tarderà, nel percorrere diligentemente e minutamente la stessa, di vedere nel campo del microscopio qualche valva di Diatomea intera o frantumata. Che se alcuno potesse desiderare qualche ulteriore schiarimento con molto piacere sarò per sodisfarlo, e mi terrò onorato quando vogliamisi all'uopo indirizzare.

DELL'ATTUALE VALORE DELLE AREE IN ROMA

MEMORIA

DEL PROF. TITO ARMELLINI

Le eccessive ed inaudite pretensioni dei proprietari delle case in Roma per le pigioni mi hanno determinato ad indagare una conseguenza economica, che ho l'onore di presentare all'Accademia; dalla quale sarà principalmente messo in evidenza il valore assurdo che ne risulta per le aree. M' è d' uopo però premettere alcune brevi riflessioni sul miglior criterio, col quale proporrei di stabilire il valore di un fondo urbano.

Non v' è dubbio che un tal valore sia in primo luogo dipendente dalla ubicazione del fondo, e dalla qualità e stato de'suoi materiali: come pure non può prescindersi dalla rendita: dalla quale con somma sapienza la Sacra Rota stabilì per massima, che non dovesse prescindersi nella stima delle case. Chiamando quindi coi simboli (V), (M), (A), (R) il valore venale del fondo, quello dei materiali, dell' area, e del reddito, è ineccezionabile tra queste quantità la equazione

$$V = f\,(M, A, R).$$

Non così facile è poi la determinazione d'una tale funzione; tanto in ordine ai valori delle quantità (M), ed (A), in pratica spesso arbitrarie; quanto in ordine alle molte eccezioni che l'equazione adottata $V = \frac{M + A + 20\,R}{2}$ può subire; con la quale si è creduto potersi stabilire il valore venale di un fondo. A me sembra che tali quantità assai diversamente debbano porsi in relazione tra loro, movendo da più razionali principii.

Infatti egli è certo che con l'acquisto di un fondo urbano, di fatto si raggiunge il possesso di una certa rendita annua: non perpetua, ma limitata nella sua durata da un determinato numero d'anni, dipendenti dalla vita del fondo. Quindi per questo lato il capitale rappresentante il valore del fondo deve essere equipollente all'aggregato di quella serie di redditi annui che potrà produrre il fondo medesimo nella sua vita: decorsa la quale, al possessore del fondo non rimarrà che un area, ed un ammasso di materiali da doversi disfare;

dei quali potrà solo utilizzare una tenue frazione : e che di fatto sono assorbiti dalla demolizione: onde non credo che debbasene tener conto.

Ciò premesso, se (C) rappresenti all'epoca attuale l'aggregato di un reddito netto (R) godibile per un lasso di (n) anni; la dottrina degli interessi determina la relazione tra queste quantità, con la nota formola

$$(1) \qquad C = R\,\frac{[(1+q)^n - 1]}{q(1+q)^n}.$$

Nella quale (q) esprime il saggio dell'interesse annuo del denaro.

È poi il valore (A') dell' area (A) retraibile al termine del tempo di (n) anni, rappresentato all'epoca attuale da

$$(2) \qquad A' = \frac{A}{(1+q)^n}$$

Quindi il valore (V) equipollente ai redditi ed all' area con l' accennata annotazione, sarà dato dalla

$$(3) \quad V = C + A' = \frac{R\,[(1+q)^n - 1]}{q(1+q)^n} + \frac{A}{(1+q)^n}.$$

La (3) è dunque la formola da adottarsi per istabilire il valore venale (V), d'un fondo urbano: con la quale implicitamente si fa risentire al calcolo anche la diversa qualità dei materiali, influenti nella maggiore o minor durata della vita del fondo.

Non è poi meno evidente come al principio della vita del fondo, il valore (V) sia anche commensurabile all'intrinseco costo dei materiali impiegati nella costruzione della fabrica, ed all'attuale valore (A) dell'area. Onde deve sussistere anche la equazione

$$(4) \qquad V = M + A.$$

Paragonando i due valori di (V) dati dalla (3ª) e (4ª) equazione, ne risulta pel valore dell'area:

$$(5) \qquad A = \frac{R}{q} - \frac{(1+q)^n}{(1+q)^n - 1} \times M.$$

Per venire all'applicazione della formola (5) al concreto, basandoci sopra elementi sanciti dall'esperienza, possiamo stabilire sicuramente che la spesa media di costruzione sia in ragione di Lire 1600 per ambiente d' ordinarie dimensioni, e che in superficie misuri metri quadri 20, ed abbia un volume medio di 70 metri cubi. Per lo che ritenendo la casa composta di quattro

piani superiori oltre il pianoterra, la fabricazione occupante una superficie (A) importerà una spesa (M) di Lire, data dalla relazione

$$(6) \qquad M = 400 . A$$

Perciò che concerne il reddito lordo in Lire, ammettendolo, quale è fatalmente adesso in medio a ragione di 240 Lire annue per ambiente, e depurandolo per ogni titolo con una eccessiva deduzione in ragione del 40 p. $\frac{0}{0}$; mantenendo le sopra accennate condizioni dell'edificio, sussisterà pure tra l'area e il reddito l'equazione

$$(7) \qquad R = 36 . A .$$

Introdotti i quali valori di (M) ed (R) nella (5), ed adottando pel tempo della durata del fondo, il valore di $(n) = 300$ anni, che ben risponde ai fatti; e per saggio dell'interesse fatto $q = 0,05$; chiamando (S) il valore in Lire del metro quadro di area, si avrà

$$(8) \qquad S = \frac{36}{0,05} - \frac{(1,05)^{300}}{(1,05)^{300} - 1}$$

Fatti i calcoli con una approssimazione grandissima risulta finalmente

$$S = 320 .$$

Che è quanto dire: pel metro quadrato di area in Roma attualmente risulta il valore di Lire 320. Valore enorme ed assurdo, che realizza il delirio di quella scuola economista che trova ragion di ricchezza dei popoli nell'altezza dei prezzi. Noi invece vi scorgiamo una delle cause della miseria e del pauperismo. Chi poi guarda l'uomo non dal solo lato del suo ben essere materiale, trova nell'eccessivo prezzo delle pigioni la causa principale del subaffitto, del condensamento di persone, della promiscuità delle famiglie, e dei sessi: sorgenti di gravissimi disordini e di mali che ragione di morale e di igiene deve energicamente combattere; ma che punto non si curano; anzi si creano dai pretesi filantropi; perchè non l'informa cristiana carità.

INTORNO ALL'AZIONE DEL VAPORE ATMOSFERICO SUL CALORE LUMINOSO ED OSCURO DELLE RADIAZIONI SOLARI

NOTA

DEL P. FRANCESCO SAVERIO PROVENZALI.

Nell' ultima comunicazione che presentai all' Accademia sulla misura della luce solare per mezzo delle soluzioni opache di iodio feci notare che dalle osservazioni continuate durante tutto il settembre del 1872 risultava, che l'intensità luminosa delle radiazioni solari a cielo perfettamente sereno era stata minore nelle giornate umide che nelle secche. Alla medesima conclusione mi avevano pure condotto le sperienze da me fatte sull'intensità della luce solare nel settembre del 1871 e nel marzo del 1872 (1). Nel passato autunno essendo tornato ad occuparmi dello stesso soggetto volli estendere al calore oscuro le osservazioni che andava facendo sull' intensità luminosa. Per tale effetto ai due termometri ad alcool uno diafano e l'altro opaco e diatermico ne aggiunsi un terzo parimenti ad alcool, ma col bulbo annerito col negrofumo. A quel modo che la differenza fra il primo e secondo termometro faceva conoscere l'intensità delle radiazioni luminose , la differenza fra il secondo ed il terzo mostrava l'andamento del calore oscuro. Il quadro che segue contiene i risultati delle osservazioni fatte al sole sul mezzodì dal 18 Settembre fino al 20 Ottobre, cioè fino al giorno in cui mi vennero tolti tutti i mezzi necessari per continuarle.

	t. diaf.°	t. diat.°	t. nero	umidit. assolut.	Stato del cielo		t. diaf.°	t. diat.°	t. nero	umidit. assolut.	Stato del cielo
18 Sett.	28.2	33.0	41.3	7.4	Sereno	3 Ott.	25.1	29.0	37.3	9.3	Sereno
19	26.0	30.6	35.0	13.0	Nuvolo	4	27.6	30.3	35.6	10.8	Sereno
20	28.5	31.6	36.5	13.0	Cirri	5	27.3	30.4	40.2	10.5	Sereno
21	28.0	32.0	36.0	13.0	Cirri	6	25.1	28.0	34.5	10.6	Velato
22	28.0	32.8	35.5	14.6	Cirri	7	27.0	30.0	38.5	12.1	Velato
23	28.2	33.0	35.0	12.2	Cirri	8	26.3	28.6	31.8	13.2	Velato
24	26.8	32.6	34.0	13.6	Nuvolo	11	25.5	26.5	28.5	11.7	Nuvolo
25	27.0	33.5	37.4	4.6	Cirri	12	27.0	29.5	36.0	12.7	Velato
26	28.5	33.0	39.0	5.2	Cirri-cumuli	13	28.0	28.8	29.5	12.9	Nuvolo
27	26.6	33.5	37.3	6.3	Sereno	14	28.8	31.0	42.3	12.0	Sereno
28	26.5	32.5	37.0	7.2	Sereno	15	28.4	32.0	42.3	11.0	Cirri
29	26.3	30.5	36.9	8.5	Sereno	16	25.0	26.6	28.3	11.6	Nuvolo
30	23.5	28.0	35.5	8.3	Sereno	17	26.1	28.6	32.2	12.0	Cirri
1 Ott.	23.4	28.0	37.3	7.8	Sereno	19	25.0	27.6	36.4	10.7	Sereno
2	24.0	26.5	32.0	9.2	Velato	20	24.6	28.0	37.9	10.1	Sereno

(1) Atti dell'Accad. Pont. de'nuovi Lincei. Anno XXV, Sess. Iª e Vª, ed Anno XXVI, Sess. IVª.

Da questo quadro, e meglio ancora dalle curve delineate nella Tavola IV, quadro I, si vede primieramente che il calorico luminoso e l'oscuro non mantennero fra loro un rapporto costante, ma spesso mentre quello cresceva questo diminuiva e per converso. Così p. e. dal 20 Settembre al 23 il calorico oscuro andò sempre diminuendo e crebbe il luminoso. Al contrario dal 24 Settembre al 26 crebbe il calorico oscuro e il luminoso prima crebbe anche esso e poi diminuì. Rappresentata per D la differenza fra il termometro diafano e il diatermico, e per D' la differenza fra il termometro diatermico e il nero, si ha il quadro che viene appresso,

	D	D'	Stato del cielo		D	D'	Stato del cielo
18 Sett.	4.8	8.3	Sereno	3 Ott.	3.9	8.3	Sereno
19	4.6	4.4	Nuvolo	4	2.4	5.6	Sereno
20	3.1	4.9	Cirri	5	3.1	9.8	Sereno
21	4.0	4.0	Cirri	6	2.9	6.5	Velato
22	4.8	2.7	Cirri	7	3.0	8.5	Velato
23	4.8	2.0	Cirri	8	2.3	3.2	Velato
24	5.8	1.4	Nuvolo	11	1.0	2.0	Nuvolo
25	6.5	3.9	Cirri	12	2.5	6.5	Velato
26	5.5	6.0	Cirro-cumuli	13	0.8	0.7	Nuvolo
27	6.9	3.8	Sereno	14	2.2	11.3	Sereno
28	6.0	4.5	Sereno	15	3.6	10.3	Cirri
29	4.2	6.4	Sereno	16	1.6	1.7	Nuvolo
30	4.5	7.5	Sereno	17	2.5	3.6	Cirri
1 Ott.	4.6	9.3	Sereno	19	2.6	8.8	Sereno
2	2.5	5.5	Velato	20	3.4	9.9	Sereno

dal quale apparisce che il massimo calore oscuro ebbe luogo il 14 Ottobre ed il massimo calore luminoso il 27 Settembre. Inoltre apparisce da questo quadro che il valore medio del calore luminoso all'ora dell' osservazione fu maggiore nel Settembre che nell'Ottobre, laddove il valore medio del calore oscuro fu maggiore nell'Ottobre che nel Settembre.

Ordinando i giorni sereni secondo la maggiore intensità luminosa, si ottiene il quadro seguente:

	D	Umid. ass.
27 Sett.	6.9	6.3
28	6.0	7.2
18	4.8	7.4
1 Ott.	4.6	7.8
30 Sett.	4.5	8.3
29	4.2	8.5
3 Ott.	3.9	9.3
20	3.4	10.1
5	3.1	10.5
19	2.6	10.7
4	2.4	10.8
14	2.2	12.0

in cui si vede a colpo d'occhio che il calore luminoso andò scemando a misura che crebbe la quantità di vapore acqueo esistente nell'aria. Non avvenne così quanto al calore oscuro; imperocchè disponendo le giornate serene secondo la maggiore intensità del calore oscuro, abbiamo

	D'	Umid. ass.
14 Ott.	11.3	12.0
20	9.9	10.1
5	9.8	10.5
1	9.3	7.8
19	8.8	10.7
3	8.3	9.3
18 Sett.	8.3	7.4
30	7.5	8.3
29	6.4	8.5
4 Ott.	5.6	10.8
28 Sett.	4.5	7.2
27	3.8	6.3

cioè nei giorni di maggiore umidità assoluta le radiazioni oscure furono quasi sempre più forti, ed il massimo e minimo calore oscuro all'ora dell'osservazione furono accompagnati dal massimo e minimo di umidità assoluta. Ciò deve soprattutto dipendere dal potere raggiante del vapore acqueo, che dopo avere assorbito i raggi luminosi, li emette sotto forma di calore oscuro.

Del resto per tutto il tempo che durarono queste sperienze l'indebolirsi del calore luminoso a misura che cresceva l'umidità dell'aria, posso dire di averlo osservato quasi sempre che il cielo era perfettamente sereno. Le curve della Tavola IV^a, quadro II, rappresentano l'andamento dei tre termometri tenuti esposti al sole nei giorni 18 e 29 Settembre e nel 1 Ottobre, nei quali giorni il cielo si mantenne del tutto sereno. Queste curve mostrano che la media diurna del calore luminoso fu più piccola, il 29 Settembre che il 18 dello stesso mese e il 1 Ottobre, nei quali due giorni fu maggiore l'umidità dell'aria. Le medesime curve ci mostrano pure che prima del mezzodì, quando suole crescere l'umidità assoluta nelle regioni elevate dell'atmosfera, il calore luminoso dimiuuì sensibilmente. Tale diminuzione il 18 e 29 Settembre accadde fra le 9 e le 10, ed il 1 ottobre verso le 11. Quindi possiamo conchiudere che le osservazioni fotometriche continuate per lungo tempo ci potrebbero forse procurare un mezzo per conoscere in qualche modo lo stato igrometrico delle regioni superiori dell'atmosfera.

NUOVE RICERCHE INTORNO ALLA RELAZIONE FRA I MASSIMI E MINIMI DELLE MACCHIE SOLARI E LE STRAORDINARIE PERTURBAZIONI MAGNETICHE

PEL P. G. STANISLAO FERRARI

Ho l'onore di presentare all'Accademia alcune delle nuove ricerche intorno alla relazione fra i massimi e minimi delle macchie solari, e le straordinarie perturbazioni magnetiche, rimettendo ad altra comunicazione più minute discussioni in così vasta ed intralciata materia. Ecco pertanto quel poco che per la ristrettezza del tempo lasciatomi dalle ordinarie occupazioni dell' osservatorio mi è dato di sottoporre alla vostra cortese attenzione.

Fino dal maggio del 1867 vedendo che in quell'anno avveniva un minimo straordinario nelle macchie solari sì quanto al numero, sì quanto alla loro grandezza, e in pari tempo si aveva un minimo corrispondente nel numero e nell'ampiezza delle straordinarie perturbazioni magnetiche, mi sorse in pensiero di esaminare più minutamente la correlazione (se mai vi fosse) di questi due periodi non solo quanto ai loro medii valori, com'era già noto, pe'lavori del ch. P. Secchi, di Sabine, e di Wolf, ma eziandio quanto alle varie e singole loro fasi straordinarie, per quindi sottoporre i fatti osservati alla considerazione degli scienziati, ed aprire se fosse possibile una via di più alla teorica di connessione fra tanti e sì svariati fenomeni d'ordine cosmico e tellurico che tengono ora più che mai a se rivolta l'attenzione de'cultori della fisica solare e terrestre.

Quelle prime ricerche pertanto furono istituite sopra la copiosa raccolta che da nove anni erasi venuta formando all'Osservatorio di disegni delle macchie solari, e sopra le curve mensili delle osservazioni magnetiche, ed il risultato ottenutone fu assai soddisfacente.

Da quel primo spoglio si ottenne una curva, la quale col suo aspetto irregolare dà a divedere che il Sole nel decennale periodo delle sue macchie subisce una serie di grandi crisi, movimenti ed agitazioni nella sua fotosfera, che vanno successivamente alternandosi, e producono una curva variamente ondulata con una massima e minima ordinata ogni dieci anni. Si è preferito poi di riprodurre la curva tale quale si ottiene dallo spoglio delle osservazioni, e ciò per meglio conoscere, secondo che ci eravamo prefissi, il rapporto

strettissimo che passa fra i singoli periodi delle macchie solari, e le straordinarie perturbazioni magnetiche.

Per maggiore intelligenza delle curve, si avverta, che le ordinate rappresentano il numero dei gruppi o delle macchie che si trovavano sul Sole in in un dato giorno, e le ascisse danno la data del mese corrispondente in iscala assai più ristretta, comprendendo ogni quadratino 10 giorni di osservazione, il che però è sufficiente per lo scopo che ci siamo prefissi.

Affine poi di vedere la cercata correlazione si venne notando sul giorno e sul punto della curva rappresentante il numero delle macchie con un punto nero di questa forma (•) ogni perturbazione straordinaria, ma mediocre, quanto all'escursione degli strumenti, riferita al valore medio normale per le varie stagioni, e per ciascuno di essi, con un cerchietto di questa forma (o) ogni perturbazione forte, cioè compresa fra il doppio ed il quadruplo del valore medio degli strumenti; e finalmente con un segno di questa forma (⊙) le perturbazioni fortissime, quali sarebbero a cagione d'esempio quelle che nel bifilare sorpassano le 40 divisioni fino ad uscir talvolta di scala, e così per gli altri strumenti. In una parola prenderò il nome di *perturbazione* in un senso più stretto di quello che fu già stabilito dal ch. P. Secchi nella sua bella teorica intorno alla relazione fra i fenomeni meteorologici e le variazioni del magnetismo terrestre. Esso intende sotto tal nome qualunque deviazione dall'ordinaria oscillazione degli aghi un'esagerazione nel periodo diurno, una fluttuazione continua a piccoli tremiti, una mancanza nel solito periodo diurno, od almeno una grande diminuzione nella sua escursione. La perturbazione intesa così nel nostro genere di ricerche costituisce in gran parte quelle contrassegnate col segno (•). In generale le perturbazioni che dirò caratteristiche per questo studio sono quelle che soglionsi chiamare giustamente burrasche magnetiche, e sono formate, massime le aurorali, da una serie di anormali e straordinarie vibrazioni.

Ciò premesso ecco quanto ci venne fatto di riconoscere intorno al quesito propostoci da esaminare. Trattavasi di estendere le prime ricerche fatte nel 1867 fino a tutto il 1873, e vedere se i fatti susseguenti confermavano la conclusione che allora se ne trasse. Essa fu la seguente: La curva delle perturbazioni segue quella delle macchie, e ciò sotto un duplice aspetto. 1° Allorquando vi hanno grandi alternative nelle macchie solari, le perturbazioni magnetiche accadono prossimamente all'epoca della massima e minima escursione che rappresenta il numero delle macchie; 2° negli anni del minimo e di deboli variazioni (non maggiori di uno a tre) nel numero delle macchie,

le perturbazioni oltre all'essere generalmente assai più deboli, avvengono principalmente quando nel sole, di pulito che era, si formano alcune macchie.

Ritornato dopo un'assenza di 4 anni e mezzo all'Osservatorio, nel riandare i lavori astronomici pubblicati in quel lasso di tempo m' abbattei con mia sorpresa a veder citato con lode quel mio piuttosto abbozzo che studio in un bel lavoro del ch. Avv. Raffaele Drago nel quale esponeva la teoria del ch. P. Secchi, intorno alla relazione fra i fenomeni meteorologici, e le variazioni del magnetismo terrestre. Inoltre il compianto P. Mancini nel 1869 perfezionando ancor più il metodo di riduzione continuò lo studio di detta correlazione fra le macchie, e le perturbazioni aggiungendovi le aurore boreali, colpito anch'esso dal vedere in quell'anno aumentata l'attività solare, e quanto alle macchie, e quanto alle protuberanze, e con esse le perturbazioni e le aurore. I risultati che esso ottenne pe'singoli periodi dell'attività solare, del magnetismo e de'fenomeni aurorali, furono sempre più convincenti per istabilire tale correlazione, e conchiudeva dicendo che era però da continuare un siffatto studio, specialmente in ordine alla ricerca della cagione di tale correlazione, se diretta cioè, o solo indiretta.

Il ch. P. Secchi al quale nel 1867 avea esposto il mio progetto d'istituire tali ricerche mi scriveva da Parigi parole di approvazione, e restando anch' egli nel 1869 colpito per tale correlazione, oltre quella da esso già molto per innanzi scoperta fra i fenomeni magnetici e le vicende meteorologiche, anzichè restarne maravigliato, così scriveane il 29 aprile 1869 al sullodato ch. Avv.° Drago: « io ne sono molto contento, perchè questi fatti sveleranno forse il segreto, e dalla coincidenza passeremo forse alla teoria di connessione. Chi sa che anche le nostre vicende meteorologiche in particolare, e non solo in generale, non abbiano la loro origine nelle vicende solari? E perchè no? Studiamo ed osserviamo. La possibilità è manifesta da ciò che una variazione forte nel sole deve alterare tutto il regime termico ed elettrico del nostro globo, e per là produrre variazioni e movimenti eterei. Ci sarà impossibile forse accertare la coincidenza delle singole macchie colle perturbazioni, perchè o noi sempre non possiamo vedere la loro formazione, o perchè la macchia non è che una manifestazione connessa in modo ignoto e forse lontano con queste variazioni. Ad ogni modo la mia teorica generale non si oppone punto a questa questione di dettaglio ». Ed in una lettera del med. P. Secchi al Ch. P. Denza in data degli 8 Maggio dicevasi: « Il fatto attualmente più rilevante è questo che le *grosse perturbazioni* sono d'accordo colle grosse macchie ora visibili sul sole . . . . Ma qual connessione, soggiunge, vi è fra questi fatti?

Io non la veggo, però può esservi; persuadiamoci una volta che ne sappiamo poco. Le vicende delle macchie del sole non sono superficiali, ma hanno sede assai profonda nel corpo di quest'astro. Ne è prova che il nuovo giro delle macchie attuali dopo il minimo decennale (1867) è rincominciato alle più alte latitudini come avea fatto l'altra volta, ed andrà discendendo coll'accostarsi al minimo. Di più queste macchie grosse non sono tutto; che anzi esse non sono che una minima parte delle modificazioni dell'atmosfera solare. In quest'epoca pare un'ammasso di fiocchi lucidi sopra un fondo grigio; struttura che rare volte ho veduta, e non mai all' epoca del minimo delle macchie. Da tutto ciò ella vede qual *mare magnum* offrono questi fatti ! E vorremo credere che queste straordinarie crisi solari non abbiano influenza sul sistema planetario e non ne modifichino lo stato meteorologico, donde poi forti burrasche ed enormi slanci di elettricità ? Questo secondo me è il vero nesso, ma bisognerà *persistere* a *studiare i fatti* e *le loro relazioni*, e *non negarle solo perchè non l'intendiamo* ». Fin quì il P. Secchi.

Quest'ultime parole del Ch. P. Secchi furono per me un gagliardissimo sprone per proseguire le incominciate ricerche. Finalmente oltre le ragioni di sopra addotte una tutta speciale ne spinge a proseguire queste indagini; e questa si è la non dubbia esistenza della variabilità dei diametri solari quale risulta dagli studi pazienti e accurati del Ch. P. Paolo Rosa nostro collega all'Osservatorio i quali fra non molto verranno alla luce ne'loro più minuti particolari e che trovar possono nuove conferme in questo genere di ricerche. Ma veniamo ai fatti.

In questa prima comunicazione pertanto altro non farò che porvi sott'occhi la curva tracciata col metodo sovraesposto (V. Tav. V), la quale parla da se sola con evidenza ad uno sguardo anche superficiale, e conferma mirabilmente per tutti i tre lustri non interrotti di osservazioni fatte in quest'osservatorio le due leggi sovra indicate. Infatti, per ciò che spetta alla prima, che cioè le perturbazioni magnetiche accadono approssimativamente all'epoca della massima e minima escursione od ordinata rappresentante il numero delle macchie la cosa è manifesta col solo rimirare la curva. Dissi *prossimamente* per comprendervi tutti i casi, quantunque quasi ogni volta la coincidenza della perturbazione straordinaria si verifica nel giorno stesso de'massimi e de'minimi come apparisce dalla figura. Inoltre ho detto che le perturbazioni accadono all' epoca della *massima e minima escursione*, e non già che ad *ogni apparire di macchie* avvenga *subito* la perturbazione. Infatti un'esame più attento sull'andamento del bifilare (che è lo strumento il più sensibile alle perturbazioni) ci

fa vedere come allorchè nel sole ad una epoca di calma, o anche solo di momentanea assenza o scarsezza di macchie succede un successivo e rapido aumento e nel numero, e molto più nell'estensione della snperficie perturbata delle macchie vedesi il bifilare venire lentamente salendo ogni giorno più, per poi cadere quasi repentinamente, e con ampia escursione all'epoca del massimo delle macchie. Direbbesi che vi vuole il concorso di molte macchie per cagionare la perturbazione finale la quale viene lentamente apparecchiandosi col crescere del loro numero. Più difficile a spiegarsi (sebbene il fatto sia indubitato) sarebbe la perturbazione, che quasi sempre ancora accade all'epoca del minimo; poichè in tal caso non si può ricorrere all'azione delle macchie, ma se mal non m'appongo ciò potrebbe spiegarsi col dire che questa seconda perturbazione è cagionata dal ristabilirsi dell'equilibrio magnetico per la precedente perturbazione fortemente commosso, a quella guisa che nelle vicende atmosferiche si hanno delle perturbazioni magnetiche dopo delle burrasche, come già avvertì il ch. P. Secchi. Oltre a ciò non sono ancora a noi ben note tutte le vicende che accadono sul Sole dalle quali possono aversi tali perturbazioni, ed anche per questo caso conviene tenerci per ora contenti al sòlo registro de'fatti osservati.

Dovendo trattenervi in altra comunicazione intorno a più minuti particolari su questa vasta materia, non entro quì a citarvi i casi particolari in gran numero, osservati già in parte ancora dal sullodato P. Mancini in conferma di queste asserzioni, il che ne condurrebbe ad uno studio assai esteso dell' andamento diverso de'vari strumenti all'epoca delle pertnrbazioni e prima di esse; quindi è che omesso per ora questo punto richiamerò soltanto la vostra attenzione, ed al numero, ed alla qualità delle perturbazioni, in manifesta ed intima correlazione eol massimo e col minimo e decennale delle macchie solari. Apparisce pertanto dall'aspetto della curva, come all'epoca del minimo che accadde appunto fra l'ottobre del 1866 e l'agosto del 1867 si mostra la verità della 2ª legge, che cioè in quell'epoca, sebbene di non pochi mesi, non vi furono che ben poche perturbazioni, e queste tranne tre sole discrete, tutte assai moderate, e generalmente all'epoca dell'apparizione di una o due macchie sul sole, ovvero della loro disparizione. E questo minimo non avveniva già quasi istantaneamente in quell'anno, ma anzi vi si veniva disponendo gradatamente cominciando dal marzo del 1863 quando cioè era già trascorsa l'epoca del massimo la quale suol durare per lo spazio di circa tre anni, come rilevasi dalle osservazioni. Passata l'epoca del minimo la curva sale rapidamente al massimo con velocità assai maggiore, giacchè il massimo si ebbe nel marzo e nell'aprile

del 1871, ed ecco che con pari rapidità si veggono ricomparire le perturbazioni in copia, quanto al numero e quanto all'intensità come rilevasi dalla curva. Lo stesso si scorge avvenire e quanto alle protuberanze e quanto alle aurore boreali. Riserbando ad altro tempo l'esame della curva *delle aree* di superficie perturbata, quel che posso asserire subito con certezza si è, che avendo io nello spoglio delle osservazioni contrassegnato con un segno particolare tutte le macchie o gruppi che erano superiori ad almeno 300^{mm} di area perturbata, subito m'accorsi a colpo d'occhio che a quelle corrispondevano le numerose perturbazioni contrassegnate col segno (⊙), il che dimostra come, più che il numero, influisca l'estensione della superficie sulla quale avvengono le crisi e le agitazioni solari. Una prova manifesta di ciò si ha dall' esame della curva nel 1872 in cui sebbene non si avessero enormi escursioni nei singoli periodi delle macchie pure bene spesso si veggono notate le fortissime perturbazioni, e questo perchè in quell'anno persistevano tuttora grandi gruppi e grandi macchie sul sole. Ma su ciò ritorneremo altra volta.

Dobbiamo inoltre avvertire che in queste ricerche non abbiamo ancora per mancanza di tempo potuto tener conto esatto delle rotazioni del sole e della diversa obliquità dell'equatore solare rispetto al raggio visuale nelle varie stagioni, e molto più dell'attività riguardo alle eruzioni ed alle protuberanze. Dal calcolo esatto delle rotazioni successive del sole dipende ancora la ricerca intorno al primo apparire, ovvero al ritorno successivo più o meno prolungato di ciascuna macchia, e questa non è cosa da trascurarsi , quanto alla correlazione delle perturbazioni, poichè se a cagione d'esempio una macchia di recente formatasi ha prodotto nel suo primo passaggio una forte perturbazione, questa certamente sarà assai minore al suo ritorno, o anche nulla, qualora l'eruzione che diè luogo alla macchia abbia per dir così esaurita la sua forza, seppure non venga in suo soccorso, per dir così, un'altra macchia, indizio d'un'altra eruzione , e quindi causa almeno indiretta di nuova perturbazione.

Queste cose come ognun vede sonosi toccate solo di volo, e fanno vedere come in cosiffatto studio conviene tener conto di molti capi da'quali possono venire assai modificate le conclusioni generali. Non disperiamo però, e ce ne fanno speranza i risultati ottenuti, di potere raccogliere in questo campo vasstissimo nuova messe di fatti a sempre più aprire il varco alla vera teorica che tutti spiegherà i fenomeni, e collegheralli con quelli di altri ordini, che ora ci sembrano assai diversi, come già osservava il più volte lodato P. Secchi. Io però mi terrò pago alla sentenza *quicquid nitet notandum*, lieto di avere

nel mio piccolo contribuito alla fabbrica del futuro edifizio della scienza di tali complicati fenomeni.

Piacemi pertanto in sul termine di queste ricerche esprimere il mio compiuto assenso a quanto scriveami da Parigi il ch. P. Secchi mio venerato maestro e direttore, allorchè lodavami pel mio progetto di pubblicare questi miei studj. « Mi piace, così egli, il suo progetto, ed ella può farlo nel senso che più le piace, attesoche non voglio imporle le mie idee teoriche; solamente dico che non bisogna chiudere la porta ad ammettere una relazione solo indiretta delle vicende solari nell'atmosfera terrestre. Mi spiego. Le macchie solari suppongono grandi crisi, movimenti ed agitazioni nell'atmosfera solare. È impossibile che tali movimenti non abbiano un influenza sulla terra diretta ed indiretta. Diretta modificando lo stato dell'etere dello spazio planetario, d'onde possono venire delle agitazioni magnetiche; indiretta producendo calore ed azioni chimiche diverse sui Pianeti. Da questa diversità di azione calorifica e chimica ne deve nascere una perturbazione nella loro atmosfera, e quindi i fenomeni meteorologici differenti che sarebbero indirettamente connessi colle macchie, poichè dai fenomeni meteorologici nascono le correnti elettriche. Così si capisce come le perturbazioni magnetiche possano essere in relazione colle macchie. Questo è il mio concetto; un'azione diretta non è ancora provata; 1.° perchè non si sà ancora se un'azione elettrica possa attraversare lo spazio vacuo interplanetario, anzi pare il contrario; 2.° perchè l'azione magnetica diretta non è nemmeno essa dimostrata benchè io l' abbia supposta come probabile; aspettiamo un lume dalle ricerche che forse non andrà molto si potranno fare colle nuove macchine ad induzione tanto statica che dinamica, ma per ora bisogna sospendere la sentenza ».

E più chiaramente in una sua memoria letta nel 1864 all'Accademia Tiberina il Ch. P. Secchi così rispondeva alla domanda se l'influenza atmosferica fosse unica causa di tali variazioni: « Un'occhiata al principio che serve di spiegazione a questi fenomeni ci somministrerà la risposta. Questi fatti ci fanno vedere che la potenza magnetica è una potenza cosmica, che noi siamo immersi e penetrati dall'agente che ne è causa ben più che nol siamo dall' atmosfera che respiriamo. Questa potenza in una parola non essendo che una modificazione dell' etere che tutta pervade la creazione noi siamo condotti a credere che questo fluido è periodicamente messo in moto con un vero flusso e riflusso diurno come le acque del mare, e che inoltre esso si trova sovente messo in violenta agitazione ed effettiva burrasca, onde giustamente, benchè senza saperlo vennero chiamate queste perturbazioni *tempeste magnetiche*. Or chi vorrebbe asserire che i fenomeni della nostra at-

mosfera possano essere la *sola causa* di questi trambusti e che non vi possa concorrere l' astro centrale del nostro sistema , la cui energia estendendosi sopra una immensa sfera non possa a noi pervenire sotto forme ben diverse da quelle conosciute fin'ora, e che in fondo si riducono al calore, alla luce, e alla gravità ? Cotesta novella azione forse sarebbe essa stessa la determinatrice *mediata* delle nostre burrasche atmosferiche. Io per me confesso che sono molto inclinato ad ammettere una tal causa universale ». Fin quì il P. Secchi.

Ed in conferma di questo suo modo di vedere su questo punto parmi che un argomento possa dedursi dalla curva che presentiamo. È certa , secondo che abbiamo dimostrato, l'alternativa di massimo e minimo fra le macchie e le perturbazioni straordinarie; ora è certo eziandio che negli anni del minimo e di macchie e di perturbazioni accaddero le consuete burrasche periodiche ed invernali ed annuali per vari mesi, ed in particolare pel Gennaio si ebbero ben 152^{mm} di pioggia mentre il medio suol essere di 70^{mm} e quell' inverno fu oltremodo burrascoso ed in Roma e fuori, eppure i magneti furono relativamente ben poco sturbati ed una sol volta il bifilare giunse a 19 divisioni nella sua escursione. Però le perturbazioni sebbene mediocri coincidevano colle burrasche atmosferiche. Ora nel Settembre del 1870 accaddero fortissime perturbazioni con numero stragrande di macchie e fu quanto alle vicende atmosferiche assai mite anzi buono e con pochissima pioggia. Di questi esempi ne potrei recare moltissimi. Il perchè conviene come già avvertì il Ch. P. Secchi ben definire il senso da darsi alla parola perturbazione. Per tal modo i fatti invece di venire a conflitto serviranno a maggiormente stabilire l'accordo fra l'osservazione e la teoria.

Ma potrebbe qui soggiungere taluno, questi fatti e queste curve sono dedotti unicamente dalle osservazioni locali dell'Osservatorio come dunque estenderli a conclusione universale ? Facile ne è la risposta, che cioè questo genere di fenomeni è di tale natura che anche le osservazioni d'un luogo sono sufficienti a generalizzare le conclusioni salvo minime differenze dovute alle varie latitudini delle stazioni. Affinchè ciò apparisca in tutta la sua luce piacemi di riportare quì un piccolo riassunto fatto dal Gen. Sabine nel 1871 alla Soc. Reale di Londra nel quale si mostrano i risultati dell'analisi da esso istituita delle osservazioni magnetiche di Kew perciò che spetta alle *sole* perturbazioni straordinarie del verticale e del bifilare dal 1859 al 1864. Assumendo egli per limite delle perturbazioni straordinarie quelle che erano eguali o superiori a 0,150 di pollice in divisioni della scala, ebbe i seguenti valori:

NELLA FORZA ORIZZONTALE

Anno 1858	. . . . . . 267.893	pollici
1859	. . . . . . 369.286	
1860	. . . . . . 270.349	
1861	. . . . . . 206.748	
1862	. . . . . . 183.645	
1863	. . . . . . 114.643	
1864	. . . . . . 114.725	

NELLA FORZA VERTICALE

Anno 1859	. . . . . . 540.235	pollici
1860	. . . . . . 364.208	
1861	. . . . . . 226.625	
1862	. . . . . . 358.656	
1863	. . . . . . 174.712	
1864	. . . . . . 238.597	

I quali numeri corrispondono appunto come quelli di Roma e di Praga al massimo ed al minimo relativo per quegli anni delle macchie solari.

Ciò apparisce ancor più manifesto dal seguente quadro, nel quale sono messe a riscontro e la variazione diurna media della declinazione magnetica in Roma ed in Praga, e il numero complessivo annuale de' gruppi e delle macchie sul sole nel decorso di 15 anni.

ANNO METEOROLOGICO	VARIAZIONE DIURNA MEDIA DELLA DECLINAZ. MAGNETICA ROMA	NUM.° DE' GRUPPI SUL SOLE	VARIAZIONE DIURNA MAGNETICA DI DECLINAZIONE PRAGA
1859	10.871	257	10.37
60	10.984	251	10.05
61	9.596	251	9.17
62	8.995	112	8.59
63	7.861	105	8.84
64	8.377	97	8.02
65	7.591	86	8.14
66	7.143	81	7.65
67	6.585	32	7.09
68	7.132	92	8.15
69	8.953	198	9.44
70	10.966	262	11.41
71	11.130	304	11.60
73	10.653	292	»
73	9.015	200	» (Loomis)

Una simile diminuzione e pel declinometro e pel bifilare avea già notato il P. Secchi fino dal 1857 e 1866. I quadri pubblicati allora dal P. Secchi sotto il titolo di riduzione delle osservazioni magnetiche dal 1859 al 1864 ne'quali si mostra il valore medio decadico ed annuale delle variazioni diurne della declinazione magnetica, come pure la variazione secolare in relazione colle macchie solari disposte per mesi e per anni, furono estesi fino a tutto il prossimo passato anno e verranno pubblicati in altra comunicazione. Simili risultati, come osserva il Sabine, si hanno dalla discussione delle osservazioni di Toronto nel Canadà, Hobarton in Tasmania, di Monaco in Germania e di Girard College negli Stati Uniti, dalle quali è comprovata l'epoca di minimo nel 1843–44 e di massimo nel 1848 quanto alle perturbazioni straordinarie in tutti e tre gli elementi magnetici e tale si è la loro correlazione col massimo e minimo decennale delle macchie che dee riputarsi *too close to be regarded as accidental*, per usare le parole del sullodato Sabine.

Non sarà finalmente discaro di vedere qui unita la curva tracciata dal Loomis (V. Tav. VI) in dichiarazione d'una sua nota di recente pubblicata (Aprile 1873) nell'American Journal, nella quale ad evidenza si mostra pel lungo periodo di 90 anni la strettissima correlazione fra le aurore le macchie solari e le variazioni della declinazione magnetica. Questa curva fu dedotta dal Loomis dietro l'esame dei lavori di Wolf, di Lovering e dell'Osservatorio di Praga, il che somministra sempre maggiore conferma a quanto finora fu da noi stabilito dietro le nostre osservazioni ed in appoggio eziandio di quella teorica che unisce insieme i più svariati fenomeni terrestri colle forze generali della creazione e fa in essi risplendere quella meravigliosa unità e semplicità che sono il più stupendo e insieme indubitato indizio dell'infinita sapienza dell'Eterno artefice che le ordinò.

DELLE PEDALI ED ANTIPEDALI

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI

1. Dopo i problemi che dai Geometri sono stati separatamente risoluti in vari periodici intorno quei luoghi geometrici che oggi si distinguono col nome di pedali ed antipedali rispetto di un punto determinato tanto per una linea data quanto per una superficie, può di esse formarsene un trattato completo da introdursi ancora nell'insegnamento. Egli è per questo motivo che mi sono proposto di presentare qui riunite le soluzioni generali di tali problemi per le linee piane, per le linee a doppia curvatura, e per le superficie, e di applicare quindi le formole generali a vari casi particolari, profittando di quanto trovasi a mia cognizione già fatto di pubblica ragione. E siccome la soluzione di alcuni di si fatti problemi si effettua con eleganza e brevità, quando si faccia uso del discriminante nullo per le forme omogenee dei primi quattro gradi, così prima di passare alle applicazioni ho creduto dedurre questi discriminanti dalla considerazione delle stesse forme omogenee, come equazioni di condizione che devono aver luogo lorchè le indeterminate dalle quali dipendono si considerano capaci di ammettere valori eguali.

2. « La pedale rispetto di un punto dato è il luogo geometrico delle pro» jezioni di esso punto sulle consecutive tangenti, o normali ad una linea » data: ed antipedale è il luogo geometrico delle successive intersecazioni » delle perpendicolari elevate ai raggi vettori che da un punto dato sono » guidati ai differenti punti di una linea determinata. »

Poste queste definizioni, sia AM...B la linea data, e nel suo piano si prenda un punto O per origine degli assi coordinati ortogonali: s'intendano quindi guidate ai successivi punti M, M_1, . . . le tangenti, e dal punto O calate su di queste le perpendicolari Om_1 . . . . la curva $a_1\ m_1 \ldots b_1$ è la pedale sulle tangenti della proposta AM...B rispetto al punto O: se nei punti M, M_1, . . . s' immaginano guidate le normali alla curva data, e dallo stesso punto O condotte le perpendicolari Om_2 . . . la curva $a_2\ m_2 \ldots b_2$ che ne risulta è la pedale sulle normali rispetto il punto O. Se dallo stesso punto O si guidano i raggi vettori OM, OM_1, . . . e nei punti M, M_1, . . . le perpendico-

lari ad essi, dall'incontro successivo di queste se ne otterrà la linea $a\,m\,...b$ che è l'antipedale della proposta rispetto il punto O dato.

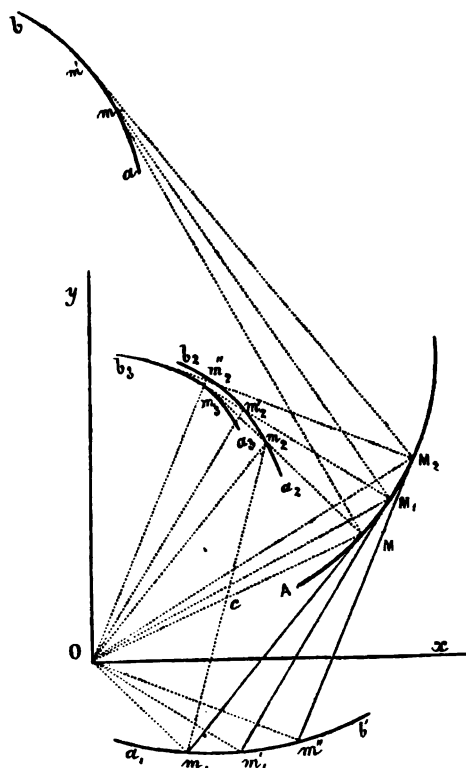
Dopo ciò è chiaro che rispetto la pedale $a_1\,m_1\,...\,b_1$ la curva data può considerarsi quale antipedale, perchè lorquando si conosce la pedale la proposta si ottiene col guidare le perpendicolari ai raggi vettori Om_1... e rispetto l'antipedale $am...b$ la medesima proposta è la sua pedale.

Queste sono le curve che dai geometri francesi si dicono *podaires*, e che i signori Professori Peri e Bellacchi nei loro « *Principj della moderna geometria* » traducono *podare* o *pedali*, e che W. Roberts è stato il primo a distinguere col nome di *curve derivate positive* o *di rango positivo*, le pedali, e di *curve derivate negative* o *di rango negativo* le antipedali. E dopo quanto si legge nel tomo VII dei Nuovi Annali di matematica dei Signori Terquem e Gerono , serie prima , pag. 239, è stato il sig. Legallais che ha proposto il nome di *podaire*. = Les lignes qu'on obtient en projetant un point fixe sur les tangentes à une conique, sont très-importantes en analyse ed en physique , dans la théorie des ondes. Les Allemands designent ce genre de lignes par un seul mot, qui signifie courbe des *pieds des perpendiculaires*. Ne pourrions-nous pas, pour le même usage, employer l'expression ligne *podaire*, et surface *podaire*, quand il s'agit de la projection d'un point fixe sur les plans tangents d'une surface ? =

3. Siano ora x, y le coordinate del punto M della linea data ed X, Y quelle del punto m_1 della pedale, l'equazione della tangente la proposta è:

$$Y-y=\frac{dy}{dx}(X-x),$$

e quella della perpendicolare a questa è:

$$Y=-\frac{dx}{dy}X$$

nelle quali si sono impiegate le medesime coordinate variabili X, Y perchè le due rette devono coesistere pel punto di loro incontro m_1, e così da esse dedurremo:

$$X = \frac{dy(x\,dy - y\,dx)}{dx^2 + dy^2}, \quad Y = -\frac{dx\,(x\,dy - y\,dx)}{dx^2 + dy^2}$$

che si possono mettere ancora sotto la seguente forma :

$$X = \frac{p(px - y)}{1 + p^2}, \quad Y = -\frac{px - y}{1 + p^2}. \qquad (1)$$

Se poniamo essere:

$$f(x, y) = 0. \qquad (2)$$

l'equazione della linea data è chiaro che le (1) verranno espresse in funzione di una sola indeterminata, ed eliminata questa ne risulterà per la pedale:

$$F(X, Y) = 0 \qquad (3)$$

Per le applicazioni spesso è assai comodo che le formole generali siano sotto la seguente forma:

$$X = f_x' \left(\frac{x f_x' + y f_y'}{f_x'^2 + f_y'^2} \right), \quad Y = f_y' \left(\frac{x f_x' + y f_y'}{f_x'^2 + f_y'^2} \right)$$

le quali si deducono assai facilmente avendosi dalla (2) la relazione:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x'}{f_y'}.$$

4. Le espressioni generali delle coordinate della pedale si possono porre ancora sotto la seguente forma:

$$X - x = \frac{dx\,(x\,dx + y\,dy)}{dx^2 + dy^2}, \quad Y - y = \frac{dy\,(x\,dx + y\,dy)}{dx^2 + dy^2} \qquad (3)$$

che quadrate e sommate danno, fatto $Mm_1 = \Delta$:

$$\Delta = \frac{x\,dx + y\,dy}{ds} = x \cos \varphi + y \operatorname{sen} \varphi, \qquad (4)$$

essendo φ l' angolo fatto dalla tangente coll' asse delle ascisse, e da questa risulta che la distanza tra due punti corrispondenti eguaglia la protangente della curva data , o la somma delle projezioni delle coordonate ortogonali della curva data sulla sua tangente.

5. Nelle pedali sulle tangenti merita essere notata la facilità colla quale si determina la costruzione della normale , e quindi di tutte le altre linee che ne dipendono.

A questo fine si riprendano le espressioni (1) delle coordinate della pedale, e si differenzino, onde troveremo:

$$\begin{aligned} dX &= \frac{dp}{1+p^2}\left[\frac{2(px-y)}{1+p^2}+y\right] = -\frac{2\,dp}{1+p^2}(Y-\tfrac{1}{2}y) \\ dY &= \frac{dp}{1+p^2}\left[\frac{2p(px-y)}{1+p^2}-x\right] = \frac{2\,dp}{1+p^2}(X-\tfrac{1}{2}x) \end{aligned} \qquad (6)$$

dalle quali:

$$\frac{dY}{dX} = -\frac{X-\frac{1}{2}x}{Y-\frac{1}{2}y}. \qquad (7)$$

Ora essendo in generale per la (3):

$$Y_1 - Y = -\frac{dX}{dY}(X_1 - X)$$

l'equazione della normale alla pedale nel punto X, Y, indicando per X_1, Y_1 le coordinate variabili, avremo:

$$Y_1 - Y = \frac{Y-\frac{1}{2}y}{X-\frac{1}{2}x}(X_1 - X) \qquad (8)$$

la quale ci fa conoscere che questa retta normale alla pedale passa pei due punti:

$$X,\ Y;\ \tfrac{1}{2}x,\ \tfrac{1}{2}y$$

il primo dei quali si trova sulla pedale e l'altro è il punto medio del raggio vettore diretto al punto corrispondente situato sulla proposta.

6. Quadrando e sommando le (6) si trova:

$$dS^2 = \frac{dp^2}{(1+p^2)^2}(x^2+y^2),$$

ove dS è l'elemento dell'arco della pedale e fatto:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

si ha:

$$dS = \frac{r\,dp}{1+p^2} = \frac{r(dx\,d^2y - dy\,d^2x)}{ds^2}$$

ma se dicesi ρ il raggio di curvatura della proposta è:

$$\rho = \frac{ds^3}{dx\,d^2y - dy\,d^2x}$$

e quindi:

$$\rho\,dS = r\,ds \qquad (9)$$

onde l'arco della pedale è dato in funzione della x della curva proposta: e perchè $ds = \rho\, d\varphi$, sarà pure:

$$dS = r\, d\varphi,$$

essendo sempre φ l'angolo che la tangente la linea data forma coll'asse dell'ascisse.

7. È facile ora avere per le pedali sulle tangenti le lunghezze delle solite quattro rette in funzione delle coordinate della proposta linea.

Per la suttangente, essendo X, Y le coordinate di qualunque punto della pedale avremo:

$$S_t = \frac{Y\, dX}{dY}$$

ove sostituiti i valori adattati datici dalle (6) sarà:

$$S_t = \frac{px - y}{1 + p^2}\left(\frac{2px - y + p^2 y}{2py - x + p^2 x}\right):$$

per la sunnormale, essendo:

$$S_n = \frac{X\, dY}{dX}$$

si trova

$$S_n = \frac{px - y}{1 + p^2}\left(\frac{2py + x - p^2 x}{2px - y + p^2 y}\right)$$

Per la lunghezza della tangente, avendosi generalmente

$$T = \frac{Y\, dS}{dY}$$

otterremo:

$$T = \frac{r(px - y)}{2py + x - p^2 x}$$

e per la normale:

$$N = \frac{Y\, dS}{dX}$$

sarà

$$N = -\frac{r\,(px - y)}{2px - y + p^2 y},$$

nelle quali:

$$r^2 = x^2 + y^2.$$

8. Si rappresenti per R il raggio di curvatura della pedale sulle tangenti, sarà:

$$R = \frac{(dX^2 + dY^2)^{\frac{3}{2}}}{dX\, d^2Y - dY\, d^2X}\,; \qquad (10)$$

si domanda l'espressione di esso in funzione delle coordinate del punto corrispondente nella curva proposta.

A questo fine si ponga nelle (6) per comodo:

$$\frac{2\,dp}{1+p^2}=k,$$

ed avremo

$$dY=k\,(X-\tfrac{1}{2}x),\ \ dX=-k\,(Y-\tfrac{1}{2}y) \qquad (11)$$

dalle quali:

$$\begin{aligned} d^2Y &= dk\,(X-\tfrac{1}{2}x)+k\,(dX-\tfrac{1}{2}dx)\\ d^2X &= -dk\,(Y-\tfrac{1}{2}y)-k\,(dY-\tfrac{1}{2}dy). \end{aligned} \qquad (12)$$

Dalla combinazione delle (11), (12) per formare il denominatore della (10) abbiamo:

$$dX\,d^2Y-dY\,d^2X=k^2[(X\,dY-Y\,dX)+\tfrac{1}{2}(y\,dX+Y\,dx)-\tfrac{1}{2}(x\,dY+X\,dy)+\tfrac{1}{4}(x\,dy-y\,dx)],$$

ma:

$$X\,dY-Y\,dX=\frac{k}{2}\left(\frac{(px-y)^2}{1+p^2}\right)$$

$$y\,dX+Y\,dx=\frac{ky}{2}\left(\frac{px-y}{1+p^2}\right)+\frac{k}{4}y^2-\left(\frac{px-y}{1+p^2}\right)dx$$

$$x\,dY+X\,dy=\frac{kx}{2}\left(\frac{p(px-y)}{1+p^2}\right)-\frac{k}{4}x^2+\frac{p^2(px-y)}{1+p^2}\,dx$$

e perciò

$$\tfrac{1}{2}[(y\,dX+Y\,dx)-(x\,dY+X\,dy)]=\tfrac{1}{2}\left[-\frac{k}{2}\frac{(px-y)^2}{1+p^2}+\frac{k}{4}(x^2+y^2)-(px-y)\,dx\right].$$

Sostituendo si ha:

$$dX\,d^2Y-dY\,d^2X=\frac{k^2}{4}\left[(px-y)\left(\frac{k(px-y)}{1+p^2}-dx\right)+\frac{k}{2}(x^2+y^2)\right].$$

Di più:

$$dX^2+dY^2=k^2\,[X^2+Y^2-Xx-Yy+\tfrac{1}{4}(x^2+y^2)]$$

$$X^2+Y^2=\frac{(px-y)^2}{1+p^2};\ \ Xx+Yy=\frac{(px-y)^2}{1+p^2},$$

dunque:

$$dX^2+dY^2=\left(\frac{kr}{2}\right)^2$$

ed in fine:

$$R = \frac{kr^3}{2\left[(px-y)\left(\frac{k(px-y)}{1+p^2} - dx\right) + 4kr^2\right]}.$$

9. Si consideri ora la pedale sulle normali: la sua equazione è data dalla coesistenza delle due equazioni:

$$Y_2 - y = -\frac{dx}{dy}(X_2 - x); \quad Y_2 = \frac{dy}{dx} X_2,$$

ove X_2, Y_2 sono le coordinate del punto comune che devono avere esse due rette, e perciò quelle del punto m_2 della pedale. Da queste si trae:

$$Y_2 = \frac{dy(x dx + y dy)}{dx^2 + dy^2}, \quad X_2 = \frac{dx\,(x\,dx + y\,dy)}{dx^2 + dy^2} \qquad (14)$$

le quali si ridurranno a dipendere soltanto dalla x per mezzö dell'equazione (2) e dall'eliminazione di questo parametro se ne dedurrà l'equazione:

$$\varphi\,(X_2,\; Y_2) = 0$$

della pedale sulle normali.

10. Se le (14) si confrontano colle (3) si dedurranno le seguenti relazioni:

$$X_2 = X - x, \quad Y_2 = Y - y \qquad (15)$$

così che note le coordinate di un punto in funzione della x per la pedale sulle tangenti si hanno quelle del punto corrispondente per la pedale sulle normali.

È bene qui notare che la pedale sulle normali di una linea data è al tempo stesso la pedale sulle tangenti la evoluta della proposta, e questa evoluta è l'antipedale rispetto la pedale sulle normali.

11. Poichè dalle (15) deduciamo:

$$(X - X_2)^2 + (Y - Y_2)^2 = x^2 + y^2 \qquad (16)$$

ne siegue essere:

$$OM = m_1\, m_2\,,$$

e perchè Om_1Mm_2 è un rettangolo, ne scende che la normale della pedale sulle tangenti è diretta lungo $m_1\, m_2$: da questa riflessione deduciamo che può assegnarsi per punti e con facile costruzione la pedale sulle normali, perchè per un punto qualunque m_1 della pedale sulle tangenti, diviso per metà nel punto c il raggio vettore che va al punto corrispondente della curva data, si condurrà $m_1\, c$, e si prolungherà in modo che sia $cm_2 = cm_1$: il punto m_2 appartiene alla pedale sulle normali.

12. Per avere l'antipedale della curva proposta AM...B si cerchi prima l'e-

quazione della retta Mm. Questa passa pel punto M di coordinate x, y e pel punto m del quale diremo X_1, Y_1 le coordinate, onde:

$$Y_1 - y = m\,(X_1 - x),$$

e perchè questa retta è perpendicolare ad OM di equazione:

$$Y = \frac{y}{x}\,X$$

dunque avremo:

$$Y_1\,y - y^2 = -\,X_1\,x + x^2 \qquad (17)$$

ed è su di questa retta che si deve trovare un punto dell'antipedale $am...b$. Si consideri ora sulla proposta il punto M_1 di coordinate:

$$x + dx, \quad y + dy$$

onde si passi alla equazione della perpendicolare al raggio vettore OM_1 col differenziare la (17) dalla quale dedurremo:

$$(Y_1 - y)\,dy = -\,(X_1 - x)\,dx + x\,dx + y\,dy \qquad (18)$$

e dalla coesistenza delle (17), (18) ne ricaveremo:

$$X_1 - x = -\frac{y(x\,dx + y\,dy)}{x\,dy - y\,dx}, \quad Y_1 - y = \frac{x(x\,dx + y\,dy)}{x\,dy - y\,dx}$$

le quali possono essere poste sotto le seguenti forme:

$$X_1 - x = -y \left| \frac{1 + \frac{y}{x} \cdot \frac{dy}{dx}}{\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x}} \right|$$

$$Y_1 - y = x \left| \frac{1 + \frac{y}{x} \cdot \frac{dy}{dx}}{\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x}} \right|.$$

Ora rappresentato per φ l'angolo che la tangente la linea data nel punto x, y, forma coll'asse delle ascisse, ed ω quello che vi fa il raggio vettore sarà:

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{dy}{dx}, \quad \operatorname{tang}\omega = \frac{y}{x},$$

onde

$$\frac{1+\frac{y}{x}\cdot\frac{dy}{dx}}{\frac{dy}{dx}-\frac{y}{x}}=\frac{1}{\tan g\,(\varphi-\omega)}=\alpha$$

e perciò:

$$X_1=x-\alpha y;\quad Y_1=y-\alpha x. \qquad (19)$$

le quali serviranno tanto per avere l'antipedale, quando è data la proposta, quanto per assegnare l'equazione di questa quando sia nota l'equazione dell'antipedale

13. Si ponga $Mm=\Delta_1$, dalle (19) deduciamo:

$$\Delta_1^2=\alpha^2(x^2+y^2),\ \text{e}\ \Delta_1=\frac{r}{\tan g\,(\varphi-\omega)}=\frac{r}{\tan g\,\mu}.$$

dunque l'angolo $Om\,M=\mu$, e perciò i due triangoli rettangoli OMm, OMm_1 sono simili (*). Di qui risulta che data la pedale $a_1\,m_1\ldots\,b_1$ sulle tangenti, possono determinarsi per punti la linea proposta AM...B e l'antipedale *am...b*. Dal punto O si guidino alla pedale i raggi vettori Om_1,... ed una retta qualunque OM... che formi l'angolo $MOm_1=Mom$ e su di OM si prenda $On=Om_1$ e pel punto n si elevi la perpendicolare np, sarà Op il raggio vettore di AM...B, onde portato sopra di OM, il punto M appartiene alla curva dimandata, ed M sarà il punto corrispondente ad m_1. Se con simigliante operazione si determinano altri punti della AM...B, come M_1, e si guidano i raggi vettori OM, OM_1,... elevate in M, M_1,... le perpendicolari ad esse, dai successivi incontri di queste si otterrà la curva antipedale.

14. Dalla simiglianza dei due triangoli OMm_1, OMm risulta chè prendendo tre punti corrispondenti sulle tre curve, il raggio vettore della curva data è medio proporzionale geometrico fra i raggi vettori della pedale ed antipedale: perchè essendo

$$Om_1=OM\ \text{sen}\ \mu,\qquad OM=Om\ \text{sen}\ \mu$$

ne siegue

$$\overline{OM}^2=Om\times Om_1.$$

15. Se venisse data l'antipedale

$$F(X_1,\ Y_1)=0$$

si determina la proposta, che in fondo è la sua pedale, col sostituire in questa i valori datici dalle (19), onde sarà

$$F(x-\alpha y,\ y+\alpha x)=0 \qquad (20)$$

(*) Il lettore è pregato compiere la figura servendosi di quella unita al §. 2.

nella quale α è una incognita, mentre la sua forma ed il suo valore sarebbero noti soltanto allorchè fosse data la linea che attualmente cercasi.

Però una antipedale qualunque risulta da un sistema di rette che successivamente si tagliano, e lorquando si passa alla continuità, esse rette si riducono ad essere tangenti all'inviluppo di tutte quelle intersezioni. Ma una retta per passare ad essere tangente è necessario che due dei suoi punti d'intersecazione si riducano ad uno: dunque le coordinate di questi punti di tangenza devono acquistare almeno due valori eguali, e così per le relazioni (19) tanto le X_1, Y_1 quanto le x, y nel limite devono ammettere valori eguali per ogni punto della curva che rappresentano. La medesima proprietà deve godere qualunque funzione formata di esse coordinate: dunque anche l'elemento α contenuto nelle stesse (19) e che dipende da x, y, deve essere in questa condizione.

Ora per dedurre l'equazione della proposta curva, o della pedale dell'antipedale data, nella (20) basta di ordinare questa rispetto α, e la condizione perchè ammetta almeno due radici eguali è la dimandata equazione.

16. La determinazione di questa condizione è facile quando l'equazione in α non oltrepassa il terzo grado, ed è perciò utile altro metodo che sia di facile applicazione in tutti gli altri casi.

Se nella equazione in α si pone $\frac{\alpha}{z}$ in luogo di α, l'equazione si renderà omogenea: e perchè $\frac{\alpha}{z}$ deve ammettere radici multiple, cosi tanto α quanto z devono avere radici eguali, e perciò tanto la derivata rispetto α quanto quella rispetto z devono essere nulle. Se da queste due equazioni, quando conterranno in tutti i termini α, z si faccia la eliminazione di queste quantità ne risulterà una relazione fra le coordinate x, y che sarà l'equazione della pedale.

A questa medesima equazione si giunge ancora col prendere della (20) la derivata rispetto α, la quale dovendo coesistere colla primitiva equazione, ci serve per la eliminazione di α.

17. Quando dalla proposta linea si vuole dedurre l'antipedale dalle (19) rileviamo che i secondi membri nei casi particolari verranno espressi tutti due in funzione di una sola indeterminata x od y per mezzo della $f(x, y) = 0$ data, e quindi fatta la eliminazione di questo elemento si otterrà l'equazione dell'antipedale. Per questa determinazione può ancora tenersi la seguente via: dalle (19) deduciamo:

$$x = \frac{X_1 + \alpha Y_1}{1 + \alpha^2}, \; y = \frac{Y_1 - \alpha X_1}{1 + \alpha^2}$$

i quali valori sostituiti nella equazione:

$$f(x, y) = 0$$

danno

$$f\left(\frac{X_1 + \alpha Y_1}{1 + \alpha^2}, \; \frac{Y_1 - \alpha X_1}{1 + \alpha^2}\right) = 0 \qquad (21)$$

dalla quale è necessario eliminare α.

Per la proprietà di cui gode questo elemento ne siegue che ordinata l'equazione (21) rispetto α basta esprimere la condizione ch'essa ammette radici eguali per α, e così avremo una nuova equazione la quale coesistendo colla (21) è necessaria e sufficiente per la eliminazione di α e trovare nello stesso tempo la relazione tra X_1, Y_1 quale conviene alla antipedale.

18. Sia ora una linea gobba, o a doppia curvatura che venga riferita a tre assi ortogonali onde le sue equazioni sieno:

$$y = \varphi(x), \quad z = \varphi_1(x). \qquad (22)$$

In un suo punto qualunque M di coordinate x, y, z s'intenda guidata la tangente, la quale verrà data dalle equazioni:

$$Y - y = \frac{dy}{dx}(X - x); \; Z - z = \frac{dz}{dx}(X - x) \qquad (23)$$

in cui X, Y, Z sono le coordinate variabili della retta.

Per la origine O degli assi sia guidato un piano, il quale vogliamo che ortogonalmente projetti il punto O sulle tangenti, dovrà perciò essere perpendicolare a queste, onde la sua equazione sarà

$$X_1\, dx + Y_1\, dy + Z_1\, dz = 0$$

ove X_1, Y_1, Z_1 sono le coordinate variabili del piano. Questa equazione si ponga sotto la forma seguente:

$$(X_1 - x)\, dx + (Y_1 - y)\, dy + (Z_1 - z)\, dz + x\, dx + y\, dy + z\, dz = 0 \qquad (24)$$

Facendo coesistere le (23), (24) otterremo:

$$X - x = -dx\left(\frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{dx^2 + dy^2 + dz^2}\right), \; Y - y = -dy\left(\frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{dx^2 + dy^2 + dz^2}\right) \qquad (25)$$

$$Z - z = -dz\left(\frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{dx^2 + dy^2 + dz^2}\right)$$

Da queste per mezzo delle (22) si trae nei casi particolari:

$$X = f_1(x), \quad Y = f_2(x), \quad Z = f_3(x)$$

e quindi colla eliminazione della x se ne deducono:

$$Y = F(X), \quad Z = F_1(X) \qquad (26)$$

che sono l'equazioni generali della pedale sulle tangenti ad una linea a doppia curvatura.

19. Quando è data la linea definita dalle (26) sostituiremo in essa i valori che ci forniscono le (25), e se in queste per comodo poniamo:

$$dy = p\,dx, \quad dz = q\,dx$$

otterremo le due equazioni coesistenti:

$$\begin{aligned} f_1(x, y, z, p, q) &= 0 \\ f_2(x, y, z, p, q) &= 0 \end{aligned} \qquad (27)$$

Ora il luogo geometrico deve risultare dall' incontro successivo di rette, le quali nella continuità devono risultare tangenti, dunque p, q devono ammettere almeno valori dupli. Ciò posto, dalle (27) si elimini successivamente q, p ed otterremo:

$$f_3(x, y, z, p) = 0, \quad f_4(x, y, z, q) = 0. \qquad (28)$$

Si prenda quindi della prima la derivata rispetto p, e tra questa derivata e la sua primitiva eliminata p avremo l'equazione di una superficie:

$$f_5(x, y, z) = 0 \qquad (29)$$

Operando egualmente sulla seconda equazione delle (28) col derivare rispetto q, e fatta la eliminazione otterremo altra superficie:

$$f_6(x, y, z) = 0 \qquad (30)$$

la quale deve coesistere colla antecedente, e perciò da esse ne dedurremo l'equazioni della pedale.

20. Per ogni punto della curva data s'intenda guidato il piano normale, di cui X, Y, Z saranno le coordinate variabili, e perciò pel punto x, y, z la sua equazione è:

$$(X_1 - x)\,dx + (Y_1 - y)\,dy + (Z_1 - z)\,dz = 0; \qquad (31)$$

se su di questo si projetta ortogonalmente l' origine delle coordinate, guidando per essa origine delle rette parallele alla tangente nel medesimo punto della linea data, il luogo geometrico di queste projezioni sopra i differenti piani normali ci dà la padale sopra i piani normali.

Essendo:

$$Y_1 = \frac{dy}{dx} X_1; \quad Z_1 = \frac{dz}{dx} X_1 \qquad (32)$$

la retta projettante, avremo dalla coesistenza delle (31) (32) le seguenti:

$$X_1 = dx\left(\frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{dx^2 + dy^2 + dz^2}\right), \quad Y_1 = dy\left(\frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{dx^2 + dy^2 + dz^2}\right)$$
$$Z_1 = dz\left(\frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{dx^2 + dy^2 + dz^2}\right) \qquad (33)$$

dalle quali per mezzo delle (22) deduciamo:

$$X_1 = \varphi_2(x); \quad Y_1 = \varphi_3(x); \quad Z_1 = \varphi_4(x)$$

e quindi:

$$Y_1 = F_2(X_1), \quad Z_1 = F_3(X_1) \qquad (34)$$

per l'equazione della pedale sopra i piani normali.

Paragonando le (33) colle (25) risultano le seguenti

$$X - x = -X_1, \quad Y - y = Y_1, \quad Z - z = Z_1 \qquad (35)$$

che ci presentano una relazione assai semplice fra le coordinate della curva proposta e quelle delle due pedali corrispondenti ad un medesimo punto di essa proposta.

Se poniamo che sia data la natura della pedale sopra i piani normali, e nelle (34) si sostituiscono i valori datici dalle (33) si otterranno colla integrazione due superficie, e dalla loro coesistenza si avrà la linea proposta.

21. Alla linea a doppia curvatura s' intendano guidati dalla origine i rispettivi raggi vettori a tutti i suoi punti, e per questi si concepiscano guidati i piani ad essi perpendicolari; questi coi loro successivi incontri generano una superficie della quale si domanda l'equazione.

Siano X, Y, Z le coordinate di qualunque punto del piano perpendicolare al raggio vettore OM nel punto M (x, y, z), e disignando per l una lunghezza arbitraria valutata su di questo piano a partire da M, e detti λ, μ, ν gli angoli da essa formati coi tre assi avremo:

$$X - x = l\cos\lambda, \quad Y - y = l\cos\mu, \quad Z - z = l\cos\nu.$$

Si rappresenti ora per r la lunghezza del raggio vettore, e con λ', μ', ν' gli angoli ch'esso forma cogli assi, sarà:

$$x = r\cos\lambda', \quad y = r\cos\mu', \quad z = r\cos\nu'$$

e perchè vogliamo che l, ν siano tra loro perpendicolari, ne siegue la condizione:

$$\cos\lambda \cos\lambda' + \cos\mu \cos\mu' + \cos\nu \cos\nu' = 0$$

che si muta in:

$$(X - x)\, x + (Y - y)\, y + (Y - z)\, z = 0, \qquad (36).$$

Se passiamo al punto $x + dx, y + dy, z + dz$ della linea proposta, pel piano normale al raggio vettore corrispondente avremo:

$$(X - 2x)\, dx + (Y - 2y)\, dy + (Z - 2z)\, dz = 0, \qquad (37)$$

ove sono state ritenute le stesse X, Y, Z perchè qui si parla dei soli punti comuni ai due piani.

Per mezzo delle:

$$y = \varphi\,(x), \quad z = \varphi_1\,(x)$$

le (36), (37) si ridurranno a dipendere soltanto dalle X, Y, Z e dal parametro x, il quale eliminato ne sorge l'equazione della superficie

$$F\,(X, Y, Z) = 0 \qquad (38).$$

Dunque l'antipedale di una curva a doppia curvatura è una superficie.

Se per l'antipedale si vuole ora una curva considereremo le successive e continue intersezioni dei due piani (36), (37) col piano osculatore della curva data.

Quest'ultimo piano è;

$$(X - x)\, a + (Y - y)\, b + (Z - z)\, c = 0 \qquad (39)$$

nella quale:

$$a = dy\, d^2z - dz\, d^2y$$

$$b = dz\, d^2x - dx\, d^2z$$

$$c = dx\, d^2y - dy\, d^2x,$$

quando poi la x sia la variabile principale queste divengono

$$a = dy\, d^2z - dz\, d^2y, \quad b = -\, dx\, d^2z, \quad c = dx\, d^2y:$$

e pel punto nel quale i tre indicati piani s'intersecano con facilità troveremo:

$$\left.\begin{aligned}
X - x &= \frac{rx\,(bz - cy)\, dr}{(x\, dy - y\, dx)\,(cx - az) + (x\, dz - z\, dx)\,(ay - bx)} \\
Y - y &= \frac{rx\,(cx - az)\, dr}{(x\, dy - y\, dx)\,(cx - az) + (x\, dz - z\, dx)\,(ay - bx)} \\
Z - z &= \frac{rx\,(ay - bx)\, dr}{(x\, dy - y\, dx)\,(cx - az) + (x\, dz - z\, dx)\,(ay - bx)}
\end{aligned}\right\} \quad (40)$$

nelle quali è:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Se in queste si tiene conto simultaneamente delle:

$$y = \varphi(x), \quad z = \varphi_1(x)$$

è chiaro che risultano le tre coordinate X, Y, Z date tutte in funzione del parametro x e quindi colla eliminazione di questo si otterranno le due equazioni:

$$Y = \varphi_2(X), \quad Z = \varphi_3(X) \qquad (41)$$

che ci forniranno nei casi particolari le equazioni determinate delle due projezioni dell'antipedale sopra due piani coordinati ed ortogonali.

22. Analoghe ricerche possiamo intraprendere per le superficie.

Sia :

$$f(x, y, z) = 0$$

l'equazione di una superficie qualunque, e nel punto di coordinate x, y, z sia:

$$(X - x) f'_x + (Y - y) f'_y + (Z - z) f'_z = 0 \qquad (42)$$

quella del piano tangente, essendo X, Y, Z le coordinate di qualunque suo punto.

Per l'origine delle coordinate s'intenda guidata una retta parallela alla normale della superficie, l'equazioni sue saranno:

$$Y = \frac{f'_y}{f'_x} X; \quad Z = \frac{f'_z}{f'_x} X \qquad (43)$$

e dalla coesistenza di queste colla (42) ne deduciamo le seguenti:

$$X = f'_x \left[\frac{x f'_x + y f'_y + z f'_z}{f'^2_x + f'^2_y + f'^2_z} \right]; \quad Y = f'_y \left[\frac{x f'_x + y f'_y + z f'_z}{f'^2_x + f'^2_y + f'^2_z} \right] \quad Z = f'_z \left[\frac{x f'_x + y f'_y + z f'_z}{f'^2_x + f'^2_y + f'^2_z} \right] \quad (44)$$

che unite a :

$$f(x, y, z) = 0$$

per mezzo della eliminazione danno

$$F(X, Y, Z) = 0 \qquad (45)$$

per l'equazione della superficie pedale sopra i piani tangenti

23. Per assegnare l'equazione della superficie pedale sulle normali ad una superficie rappresentata dalla solita equazione, si consideri il piano che passa per l'origine ed è parallelo al piano tangente, e sarà:

$$X_1 f'_x + Y_1 f'_y + Z_1 f'_z = 0, \qquad (46)$$

la sua equazione, la quale deve coesistere con quelle che appartengono alla normale le quali sono:

$$Y_1 - y = \frac{f_y'}{f_x'}(X_1 - x); \qquad Z_1 - z = \frac{f_z'}{f_x'}(X_1 - x) \qquad (47)$$

che somministrano,

$$X_1 - x = -f_x'\left[\frac{x f_x' + y f_y' + z f_z'}{f_x'^2 + f_y'^2 + f_z'^2}\right], \quad Y_1 - y = -f_y'\left[\frac{x f_x' + y f_y' + z f_z'}{f_x'^2 + f_y'^2 + f_z'^2}\right]$$
$$Z_1 - z = -f_z'\left[\frac{x f_x' + y f_y' + z f_z'}{f_x'^2 + f_y'^2 + f_z'^2}\right] \qquad (48)$$

e da queste combinate colla equazione della superficie data otteniamo quella della pedale sulle normali.

Intanto è bene di notare che tra le coordinate delle tre superficie pei punti corrispondenti, abbiamo quella medesima relazione che si trovò per le linee:

$$X_1 - x = -X, \quad Y_1 - y = -Y, \quad Z_1 - z = -Z \qquad (49).$$

Se anche qui fosse data l' equazione della superficie pedale per le relazioni (48) si otterrebbe quella della superficie proposta.

21. S'immagini ora che dalla origine delle coordinate sieno state guidate ai differenti punti della superficie i corrispondenti raggi vettori, e che nei punti che essi hanno comuni colla superficie vengano guidati dei piani perpendicolari ciascuno al rispettivo raggio vettore. Da questa costruzione ne sorgerà una nuova superficie detta antipedale della proposta e della quale se ne dimanda la equazione.

Siano x, y, z le coordinate di un punto qualunque M della superficie, ed il raggio vettore OM, che designeremo per r, si supponga che formi gli angoli α, β, γ coi tre assi ai quali è riferita la superficie medesima. Pel punto M è guidato un piano, ed a partire da questo punto se ne prenda un altro N sul medesimo piano in una direzione qualunque, e si ponga $MN = l$ e che formi gli angoli α', β', γ' coi tre assi, notando per X, Y, Z le coordinate del punto N di posizione variabile avremo:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

$$\cos\alpha' = \frac{X - x}{l}, \quad \cos\beta' = \frac{Y - y}{l}, \quad \cos\gamma' = \frac{Z - z}{l}$$

e se dicasi φ l'angolo fatto da l con r sarà:

$$\cos\varphi = \frac{(X - x)\,x + (Y - y)\,y + (Z - z)\,z}{lr};$$

ma volendo che il piano sia perpendicolare al raggio vettore avremo per la sua equazione:

$$(X - x)\, x + (Y - y)\, y + (Z - z)\, z = 0, \qquad (50)$$

Passando ora al punto infinitamente prossimo $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ avremo:

$$(X - 2x)\, dx + (Y - 2y)\, dy + (Z - 2z)\, dz = 0, \qquad (51)$$

per l'equazione del piano perpendicolare; ora con queste equazioni coesiste

$$dx\, f_x' + dy\, f_y' + dz\, f_z' = 0 \qquad (52)$$

ch'è l'equazione differenziale della superficie data.

Da queste ricaviamo le tre seguenti:

$$(X - x)\, x + (Y - y)\, y + (Z - z)\, z = 0$$
$$(X - x)\, f_z' - (Z - z)\, f_x' - x\, f_z' + z\, f_x' = 0$$
$$(Y - y)\, f_z' - (Z - z)\, f_y' - y\, f_z' + z\, f_y' = 0$$

dalle quali si trae:

$$Z - z = \frac{z\, x\, f_x' + z\, y\, f_y' - x^2 f_z' - y^2 f_z'}{x\, f_x' + y\, f_y' + z f_z'}$$

ed ancora

$$Z - z = z - \frac{(x^2 + y^2 + z^2)\, f_z'}{x\, f_x' + y\, f_y' + z\, f_z'}$$

e così abbiamo le tre seguenti equazioni:

$$\left.\begin{aligned} X &= 2\, x - f_x' \left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{x\, f_x' + y\, f_y' + z\, f_z'} \right) \\ Y &= 2\, y - f_y' \left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{x\, f_x' + y\, f_y' + z\, f_z'} \right) \\ Z &= 2\, z - f_z' \left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{x\, f_x' + y\, f_y' + z\, f_z'} \right) \end{aligned}\right\} \qquad (53)$$

che colla:

$$f(x, y, z) = 0$$

sono necessarie e sufficienti per determinare la superficie dell'antipedale.

Se poniamo:

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{x\, f_x' + y\, f_y' + z f_z'} = m$$

le ultime forme diverranno:

$$X = 2\, x - m f_x' \; ; \quad Y = 2\, y - m\, f_y' \; ; \quad Z = 2\, z - m\, f_z'.$$

25. Prima di passare all'applicazione delle formole stabilite è utile far vedere come si possono dedurre certe equazioni le quali sono di grande vantaggio per la semplificazione della soluzione dei problemi particolari dei quali ci occupiamo. Queste equazioni si conoscono oggi sotto il nome di discriminanti obbligati ad essere nulli, e derivano dalla considerazione delle forme omogenee dei successivi gradi le cui indeterminate si considerano capaci di ammettere valori eguali.

Sia primieramente la forma omogenea di secondo grado:

$$f(x,y) = Ay^2 + 2Bxy + Cx^2 = 0:$$

affinchè la x ed y abbiano valori eguali è necessario e sufficiente che coesistano le due equazioni:

$$f_x'(x,y) = 2By + 2Cx = 0$$
$$f_y'(x,y) = 2Ay + 2Bx = 0$$

dalle quali si deduce l'equazione di condizione:

$$B^2 - AC = 0$$

che si distingue col nome di discriminante della forma omogenea di secondo grado.

Consideriamo ora la forma omogenea di terzo grado:

$$f(x,y) = Ay^3 + 3By^2x + 3Cyx^2 + Dx^3 = 0,$$

della quale prese le derivate rispetto x ed y avremo:

$$f_x' = 3By^2 + 3.2\,Cxy + 3Dx^2 = 0$$
$$f_y' = 3Ay^2 + 3.2\,Byx + 3Cx^2 = 0$$

che possono mettersi sotto la forma seguente:

$$B\frac{y^2}{x^2} + 2C\frac{y}{x} + D = 0$$

$$A\frac{y^2}{x^2} + 2B\frac{y}{x} + C = 0$$

e da queste elimanata $\frac{y}{x}$ ne deduciamo:

$$(BC - AD)^2 - 4(AC - B^2)(BD - C^2) = 0$$

che è il discriminante della forma omogenea di terzo grado.

Questo discriminante è stato posto sotto la forma di una differenza tra un quadrato ed un cubo, cioè:

$$\tfrac{1}{4}(A^2D + 2B^3 - 3ABC)^2 - (B^2 - AC)^3 = 0$$

Qualora questi discriminanti venissero sviluppati si riconoscerebbe facilmente l'artificio per passare dalla forma del primo a quella del secondo.

Sia pure la forma omogenea di quarto grado

$$f(x,y) = A y^4 + 4 B y^3 x + 6 C y^2 x^2 + 4 D y x^3 + E x^4 = 0$$

dalla quale, perchè x ed y abbiano valori eguali dedurremo:

$$f_x' = 4 B y^3 + 2.6 C y^2 x + 3.4 D y x^2 + 4 E_x^3 = 0$$

$$f_y' = 4 A y^3 + 3.4 B y^2 x + 2.3 C y x^3 + 4 D x^3 = 0$$

ovvero:

$$B\left(\frac{y}{x}\right)^3 + 3 C\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 3 D\left(\frac{y}{x}\right) + E = 0$$

$$A\left(\frac{y}{x}\right)^3 + 3 B\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 3 C\left(\frac{y}{x}\right) + D = 0$$

tra le quali facendo la eliminazione coi noti metodi si ricavano le due seguenti equazioni:

$$(BD - AE)\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 3 (CD - BE)\frac{y}{x} + 3 (D^2 - EC) = 0$$

$$3 (B^2 - AC)\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 3 (BC - AD)\frac{y}{x} + (BD - AE) = 0$$

dalle quali si deduce la condizione perchè coesistano ed è:

$$[(BD-AE)^2-9(B^2-AC)(D^2-EC)]^2$$
$$-9[(CD-BE)(BD-AE)-3(BC-AD)(D^2-EC)][(BD-AE)(BC-AD)-3(CD-BE)(B^2-AC)]=0$$

che viene posto sotto la seguente forma:

$$\frac{1}{27}(3 C^2 + AE - 4 BD)^3 - (ACE - AD^2 - EB^2 - C^3 + 2 BCD)^2 = 0$$

che è quella della differenza tra un cubo ed un quadrato.

Avvertiremo che queste forme dei discriminanti direttamente risultano dalle soluzioni delle equazioni algebriche di grado somigliante, lorchè si pone la condizione di due radici eguali, come l'ha dimostrato il Sig. Professore Monsignore Tortolini nella sua memoria « Sulle relazioni che passano fra le radici dell'equazioni di secondo, terzo, e quarto grado ed alcune proprietà delle somiglianti forme omogenee a due indeterminate » inserita negli Annali di Scienze Matematiche e Fisiche compilati da Barnaba Tortolini: Tomo VI, pag. 433. Roma 1855.

26. Daremo principio a queste applicazioni col considerare una circonferenza di raggio r nella quale l'origine delle coordinate sia posta ovunque nel suo piano, onde la sua equazione sia:

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2-r^2=0 \qquad (1).$$

ed in questa ci proponiamo assegnare la pedale sulle tangenti rispetto il punto origine degli assi.

Essendo generalmente per queste linee:

$$X=f_x'\left(\frac{xf_x'+yf_y'}{f_x'^2+f_y'^2}\right),\quad Y=f_y'\left(\frac{xf_x'+yf_y'}{f_x'^2+f_y'^2}\right)$$

e qui avendo per la (1):

$$f_x'=2(x-\alpha),\quad f_y'=2(y-\beta)$$

che sostituiti risulta:

$$\left.\begin{aligned} X&=\frac{x(x-\alpha)^2+y(x-\alpha)(y-\beta)}{r^2}\\ Y&=\frac{y(y-\beta)^2+x(x-\alpha)(y-\beta)}{r^2}\end{aligned}\right\}\quad (2)$$

le quali quadrate e sommate ci danno dopo semplici riduzioni:

$$r\sqrt{X^2+Y^2}=y(y-\beta)+x(x-\alpha)$$

che può mettersi sotto la seguente forma:

$$r\sqrt{X^2+Y^2}=(y-\beta)^2+(x-\alpha)^2+\alpha(x-\alpha)+\beta(y-\beta)$$

ed ancora per la (1):

$$r\sqrt{X^2+Y^2}=r^2+\alpha(x-\alpha)+\beta(y-\beta) \qquad (3)$$

Dividendo le (2) ne risulta:

$$\frac{X}{Y}=\frac{x-\alpha}{y-\beta}$$

che ci dà:

$$\frac{x-\alpha}{Y}=\frac{y-\beta}{X}=\frac{r}{\sqrt{X^2+Y^2}}.$$

e quindi

$$x-\alpha=\frac{rY}{\sqrt{X^2+Y^2}},\quad y-\beta=\frac{rX}{\sqrt{X^2+Y^2}}.$$

Sostituiti questi valori nella (3) otteniamo:

$$(X^2+Y^2-\alpha X-\beta Y)^2=r^2(X^2+Y^2) \qquad (4)$$

onde la pedale dimandata è una linea del quart'ordine.

Se l'asse delle ascisse passa pel centro, essendo allora $\beta=0$, avremo per la pedale:

$$(X^2 + Y^2 - \alpha X)^2 = r^2 (X^2 + Y^2),$$

e se l'origine delle coordinate fosse nel centro allora si avrebbe:

$$X^2 + Y^2 = r^2$$

ossia la circonferenza medesima.

Se riportiamo la (4) a coordinate polari essendo per queste:

$$X = \rho \cos \varphi, \quad Y = \rho \text{ sen } \varphi$$

otterremo:

$$\rho = \alpha \cos \varphi + \beta \text{ sen } \varphi \pm r$$

la quale per ogni valore di φ ci dà due punti per la curva pedale: prendendo a considerare il ramo corrispondente a

$$\rho = \alpha \cos \varphi + \beta \text{ sen } \varphi + r$$

se ne determini l'arco. A tal fine si riprenda:

$$ds = \sqrt{d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2}$$

ma:

$$d\rho = -\alpha \, d\varphi \text{ sen } \varphi + \beta \, d\varphi \cos \varphi$$

e sostituendo e riducendo troveremo:

$$ds = d\varphi \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + r^2 + 2r(\alpha \cos \varphi + \beta \text{ sen } \varphi)},$$

e quando il centro del circolo fosse sull' asse polare, essendo $\beta = 0$, ne risulterebbe:

$$ds = d\varphi \sqrt{\alpha^2 + r^2 + 2\alpha r \cos \varphi}$$

ed introdotte le linee trigonometriche dell'arco metà si trova:

$$ds = 2(\alpha + r)\frac{d\varphi}{2}\sqrt{1 - \frac{4\alpha r}{(\alpha + r)^2} \text{ sen}^2 \frac{\varphi}{2}}$$

essendo

$$\frac{4\alpha r}{(\alpha + r)^2} < 1,$$

l'arco cercato dipende da una funzione ellittica completa di seconda specie, e quest'arco equivale a quello di una ellisse di ampiezza $\frac{\varphi}{2}$ ed i cui semiassi a, b sono dati da:

$$a = 2(\alpha + r), \quad b = 2(\alpha - r).$$

27. Sia l'equazione delle linee di second'ordine riferite all'asse:

$$y^2 = A + 2Bx + Cx^2 \qquad (1)$$

Differenziando ne dedurremo:

$$p = \frac{dy}{dx} = \frac{B + Cx}{y}, \qquad (2)$$

dalla quale:

$$px - y = -\frac{A + Bx}{y}$$

$$1 + p^2 = \frac{B^2 - AC + (1 + C)y^2}{y^2}$$

onde riprese le formole

$$X = \frac{p(px - y)}{1 + p^2}, \qquad Y = -\frac{px - y}{1 + p^2}$$

dalle quali

$$X = -pY$$

sostituendo in quest'ultima avremo

$$\frac{X}{Y} = -\frac{B + Cx}{y}$$

da cui quadrando, e per la (1), si ricava:

$$\frac{X^2}{Y^2} = \frac{B^2 + C^2(y^2 - A)}{y^2}$$

e quindi

$$\frac{X^2 + Y^2}{Y^2} = \frac{B^2 - AC + y^2(1 + C)}{y^2}$$

e fatto per comodo:

$$\frac{X^2 + Y^2}{Y^2} = \theta, \quad B^2 - AC = \lambda^2$$

ne risulta:

$$y^2 = \frac{\lambda^2}{\theta - 1 - C} \qquad (3)$$

Se delle formole generali prendiamo a considerare la seconda ed in essa sostituiamo i relativi valori, otteniamo:

$$Y = \frac{(A + Bx)y}{\lambda^2 + y^2(1 + C)}$$

la quale può fornirci il valore della x, quando vi venga sostituito quello della y dato dalla (3): così operando troveremo:

$$2\,B\,x = \frac{2\lambda\theta Y}{\sqrt{\theta - 1 - C}} - 2\,A; \quad \text{ed} \quad x = \frac{\lambda\theta Y}{B\sqrt{\theta - 1 - C}} - \frac{A}{B}.$$

Sostituendo nella (1), dopo alcune riduzioni si ha:

$$C\left[\frac{\lambda\theta Y}{\sqrt{\theta - 1 - C}} - A\right]^2 = B^2\left[\frac{\lambda}{\sqrt{\theta - 1 - C}} - \theta Y\right]^2 + B^2(A - \theta^2 Y^2) \quad (4)$$

la quale può prendere differenti forme secondo che parlasi di linee del second'ordine dotate di centro, o che ne sono prive.

Per le prime avendo luogo la condizione $B = 0$, la (4) si muta in:

$$C\left[\frac{\lambda\theta Y}{\sqrt{\theta - 1 - C}} - A\right]^2 = 0$$

dalla quale

$$A\sqrt{\theta - 1 - C} = \lambda\theta Y$$

ove fatte le opportune sostituzioni si ha:

$$(X^2 + Y^2)^2 = \frac{A}{C}(CY^2 - X^2) \quad (5)$$

per l'equazione della pedale sulle tangenti in tutte le linee del second'ordine fornite di centro.

Nel caso della ellisse:

$$A = b^2, \quad C = -\frac{b^2}{a^2}$$

e la (5) si muta in:

$$(X^2 + Y^2)^2 = a^2 X^2 + b^2 Y^2; \quad (6)$$

nel caso poi della iperbole, essendo:

$$A = -b^2, \quad C = \frac{b^2}{a^2}$$

risulta:

$$(X^2 + Y^2)^2 = a^2 X^2 - b^2 Y^2$$

che per $a = b$ diventa

$$(X^2 + Y^2)^2 = a^2(X^2 - Y^2)$$

che è la nota lemniscata Bernoulliana.

Se si parla di curve prive di centro, ponendo per queste:

$$A = 0, \quad C = 0$$

la (4) ci dà:

$$\frac{\lambda}{\sqrt{\theta - 1}} = 2\,\theta\,Y$$

dalla quale, quadrando, e sostituendo ne viene:

$$4\,X^2\,(X^2 + Y^2)^2 = B^2\,Y^4$$

e quindi:

$$Y^2 = \frac{X^3}{\pm\frac{B}{2} - X}$$

ove $\frac{B}{2}$ è la quarta parte del parametro della parabola data, e perchè le ordinate sieno reali per le X negative prenderemo

$$Y^2 = \frac{X^3}{\frac{B}{2} - X}$$

la quale rappresenta la Cissoide di Diocle, e $\frac{B}{2}$ è il diametro della circonferenza necessaria alla sua costruzione per punti.

28. Merita essere notato che le pedali sulle tangenti delle coniche rispetto il centro per quelle che ne hanno, e rispetto il vertice per le altre, sono linee della stessa natura di quelle che si ottengono trasformando esse coniche per raggi vettori reciproci.

Poniamo che per un punto M di una data linea

$$f(x, y) = 0 \qquad (1)$$

sieno x, y le coordinate cartesiane, ed r il raggio vettore, e per un punto N posto sulla medesima direzione di r, sieno X, Y, R le coordinate ed il raggio vettore, e sia:

$$R\,r = k^2$$

la relazione iperbolica tra i raggi vettori dove k^2 è la potenza d'inversione, e k il raggio della circonferenza d'inversione. Egli è chiaro che per due punti corrispondenti abbiamo:

$$\frac{x}{X} = \frac{y}{Y} = \frac{r}{R} = \frac{k^2}{R^2}$$

dalle quali

$$x = \frac{k^2\,X}{X^2 + Y^2}\,,\quad y = \frac{k^2\,Y}{X^2 + Y^2} \qquad (2)$$

onde sostituiti questi valori delle coordinate nell'equazione della linea data ne otterremo per la trasformata a raggi vettori reciproci la seguente:

$$f\left(\frac{k^2 X}{X^2+Y^2}, \frac{k^2 Y}{X^2+Y^2}\right)=0.$$

Ciò posto generalmente, passiamo a considerare il caso particolare della ellisse:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

nella quale sostituiti i valori datici dalla (1) risulta:

$$(X^2+Y^2)^2=k^4\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)$$

e se qui poniamo

$$k^4=a^2b^2 \quad \text{si ha} \quad (X^2+Y^2)^2=b^2 X^2+a^2 Y^2$$

che è della stessa natura della pedale sulla tangente la ellisse.

Nello stesso modo si ragionerebbe per la iperbole.

Per la parabola essendo:

$$y^2=2px$$

sostituendo in questa i valori dati dalle (2) si ha:

$$k^2Y^2=2p\,X\,(X^2+Y^2)$$

dalla quale:

$$Y^2=\frac{X^3}{\frac{k^2}{2p}-X}$$

ove fatto $k=p$ si ottiene:

$$Y^2=\frac{X^3}{\frac{p}{2}-X}$$

come al paragrafo antecedente.

29. Supponiamo che la linea data sia una Cicloide definita per l'equazioni:

$$x=r\,\alpha-r\,\text{sen}\,\alpha, \qquad y=r-r\cos\alpha \qquad (1)$$

avendo presa per origine delle coordinate il punto in cui la curva taglia la sua base. Essendo qui:

$$dx=r\,d\alpha\,(1-\cos\alpha); \qquad dy=r\,d\alpha\,\text{sen}\,\alpha$$

$$ds^2=2\,r^2\,d\alpha^2\,\text{sen}^2\frac{\alpha}{2}$$

si riprendano le formole:

$$X = \frac{dy\,(x\,dy - y\,dx)}{ds^2}\ ,\qquad X = -\frac{dx\,(x\,dy - y\,dx)}{ds^2}$$

nelle quali fatte le sostituzioni e ridotto tutto all'arco metà, troviamo:

$$\left.\begin{aligned} X &= r\cos\frac{\alpha}{2}\left(\alpha\cos\frac{\alpha}{2} - 2\,\mathrm{sen}\frac{\alpha}{2}\right) \\ Y &= -r\,\mathrm{sen}\frac{\alpha}{2}\left(\alpha\cos\frac{\alpha}{2} - 2\,\mathrm{sen}\frac{\alpha}{2}\right) \end{aligned}\right\}\qquad (2)$$

dalle quali risulta che per

$$\begin{array}{llll} \alpha = 0, & \text{è}\ X = 0, & & Y = 0 \\ \alpha = \pi, & \phantom{\text{è}}\ X = 0, & & Y = 2r \\ \alpha = 2\pi, & \phantom{\text{è}}\ X = 2\pi r, & & Y = 0. \end{array}$$

Se poniamo l' origine delle coordinate nel punto medio della base della cicloide, le sue equazioni sono:

$$x = r\alpha_1 + r\,\mathrm{sen}\,\alpha_1\ ,\quad y = r + r\cos\alpha_1 \qquad (3)$$

dalle quali si trae:

$$dx = r\,d\alpha_1\,(1 + \cos\alpha_1)\ ,\qquad dy = -r\,d\alpha_1\,\mathrm{sen}\,\alpha_1$$

che sostituiti nell'equazioni generali risulta:

$$\left.\begin{aligned} X &= r\,\mathrm{sen}\frac{\alpha_1}{2}\left(\alpha_1\,\mathrm{sen}\frac{\alpha_1}{2} + 2\cos\frac{\alpha_1}{2}\right) \\ Y &= r\cos\frac{\alpha_1}{2}\left(\alpha_1\,\mathrm{sen}\frac{\alpha_1}{2} + 2\cos\frac{\alpha_1}{2}\right) \end{aligned}\right\}\qquad (2)'$$

che per $\alpha_1 = 0$, ed $\alpha_1 = \pi$ danno

$$X = 0,\quad Y = 2r\ ;\quad X = \pi r,\quad Y = 0.$$

È facile dalle (2)' eliminare l' angolo α_1 e le funzioni circolari che contengono. Poichè dividendo la prima per la seconda si ottiene:

$$\frac{X}{Y} = \mathrm{tang}\,\frac{\alpha_1}{2}$$

dalla quale

$$\cos\frac{\alpha_1}{2} = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\ ,\qquad \mathrm{sen}\frac{\alpha_1}{2} = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$$

ed

$$\alpha_1 = 2 \text{ Arctang} \left(-\frac{X}{Y}\right),$$

che sostituiti nella prima o seconda risulta:

$$X^2 + Y^2 - 2rY - 2rX \text{ Arctang} \left(-\frac{X}{Y}\right) = 0 \qquad (4)$$

la quale è trascendente, come è la linea dalla quale deriva.

Se questa linea si riporta a coordinate polari col fare:

$$X = \rho \text{ sen } \varphi , \qquad Y = \rho \cos \varphi$$

ci dà subito:

$$\rho = 2r (\cos \varphi + \varphi \text{ sen } \varphi) \qquad (5)$$

essendo φ l'angolo che il raggio vettore forma col primitivo asse delle ordinate.

Tra gli angoli φ ed α_1 esiste la relazione:

$$\text{tang } \varphi = \text{tang } \frac{\alpha_1}{2}$$

ossia

$$\varphi = \frac{\alpha_1}{2}.$$

L'angolo che in ogni punto suo questa curva forma col raggio vettore è dato da

$$\text{tang } \mu = \frac{\rho \, d\varphi}{d \rho} \qquad (6)$$

ed essendo $d\rho = 2r\varphi \, d\varphi \cos \varphi$ risulta

$$\text{tang } \mu = \frac{1}{\varphi} + \text{tang } \varphi$$

onde

$$\mu = \frac{\pi}{2} \text{ tanto per } \varphi = 0, \text{ quanto per } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

30. Passando ora alla determinazione delle pedali sulle normali, principieremo dal considerare una circonferenza:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 - r^2 = 0 \qquad (1)$$

e per le formole generali poste sotto la forma seguente:

$$X = f'_y \left(\frac{x f'_y - y f'_x}{f'^2_x + f'^2_y}\right), \qquad Y = - f'_x \left(\frac{x f'_y - y f'_x}{f'^2_x + f'^2_y}\right)$$

essendo

$$f_x' = 2(x-\alpha)\ ,\qquad f_y' = 2(y-\beta)$$

avremo

$$\left.\begin{aligned} X &= (y-\beta)\left[\frac{x(y-\beta)-y(x-\alpha)}{r^2}\right] \\ Y &= -(x-\alpha)\left[\frac{x(y-\beta)-y(x-\alpha)}{r^2}\right] \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

dalle quali si trae:

$$\frac{X}{Y} = -\frac{y-\beta}{x-\alpha}$$

e da questa:

$$x-\alpha = \frac{r\,Y}{\sqrt{X^2+Y^2}}\ ,\qquad y-\beta = \frac{-r\,X}{\sqrt{X^2+Y^2}}. \qquad (3)$$

Ora se vengono riprese le (2) ed esse si quadrino ed addizionino, si troverà:

$$r\sqrt{X^2+Y^2} = \beta(x-\alpha) - \alpha(y-\beta) \qquad (4)$$

nella quale fatte le sostituzioni dei valori portati dalle (3) risulta:

$$X^2 + Y^2 - \alpha X - \beta Y = 0 \qquad (5)$$

che rappresenta una circonferenza, ed il punto origine delle coordinate quando sia

$$\alpha = 0,\quad \beta = 0.$$

31. Si voglia ora la pedale sulle tangenti nella ipotesi che la curva sia rappresentata da:

$$\left(\frac{a}{x}\right)^2 + \left(\frac{b}{y}\right)^2 = 1$$

che è il luogo geometrico, che si trova quando ad una ellisse di semi assi a, b si conduca ad ogni suo punto la tangente, e nei punti ove essa tangente taglia gli assi coordinati si guidino le perpendicolari agli assi medesimi.

Essendo in questo caso:

$$f(x,y) = \left(\frac{a}{x}\right)^2 + \left(\frac{b}{y}\right)^2 - 1 = 0 \qquad (1)$$

deduciamo

$$f_x' = -\frac{2a^2}{x^3}\ ,\quad f_y' = -\frac{2b^2}{y^3}\ ,\quad x f_x' + y f_y' = -2,$$

e sostituendo nelle solite formole generali abbiamo

$$x = \frac{a^2}{\frac{a^4}{x^3} + \frac{b^4}{y^3} \cdot \frac{x^3}{y^3}} \, , \qquad Y = \frac{b^2}{\frac{b^4}{y^3} + \frac{a^4}{x^3} \cdot \frac{y^3}{x^3}} \, . \qquad (2)$$

E giacchè dalle formole generali si ha pure:

$$\frac{X}{Y} = \frac{f'_x}{f'_y}$$

così è:

$$\frac{X}{Y} = \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{y^3}{x^3} . \qquad (3)$$

Ricavando di qui una volta $\frac{x^3}{y^3}$ ed altra $\frac{y^3}{x^3}$ sarà sostituendo nelle (2)

$$a^2 = X \left(\frac{a^4}{x^3} + \frac{b^2}{y^3} \cdot \frac{a^2 Y}{X} \right)$$

$$b^2 = Y \left(\frac{b^4}{y^3} + \frac{a^2}{x^3} \cdot \frac{b^2 X}{Y} \right)$$

e da queste per le (3) deduciamo ancora

$$\frac{a^3}{x^3} = \frac{a X}{X^2 + Y^2} \, , \qquad \frac{b^3}{y^3} = \frac{b Y}{X^2 + Y^2}$$

e quindi per la (1) sarà

$$\left(\frac{a X}{X^2 + Y^2} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{b Y}{X^2 + Y^2} \right)^{\frac{2}{3}} = 1.$$

Questa equazione si rende più semplice quando si faccia uso di coordinate polari, ponendo:

$$X = \rho \cos \varphi \, , \qquad Y = \rho \operatorname{sen} \varphi$$

con che otteniamo:

$$\rho^{\frac{2}{3}} = (a \cos \varphi)^{\frac{2}{3}} + (b \operatorname{sen} \varphi)^{\frac{2}{3}}$$

Se si considerasse:

$$\left(\frac{a}{x} \right)^2 - \left(\frac{b}{y} \right)^2 - 1 = 0$$

la quale deriva dalla iperbole con quella stessa legge colla quale l' antecedente viene dall'ellisse, con analogo ragionamento si troverebbe:

$$\left(\frac{a X}{X^2 + Y^2} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{b Y}{X^2 + Y^2} \right)^{\frac{2}{3}} = 1.$$

32. Sia ancora l'equazione di terzo grado:

$$f(x,y)=\left(\frac{x}{a}\right)^3+\left(\frac{y}{b}\right)^3-1=0$$

per la quale:

$$f_x'=\frac{3}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^2\ ,\quad f_y'=\frac{3}{b}\left(\frac{y}{b}\right)^2\ ,\quad f_x'+y\,f_y'=3$$

Sostituiti questi valori nelle formole generali relative risultano:

$$X=\frac{\frac{1}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^2}{\frac{1}{a^2}\left(\frac{x}{a}\right)^4+\frac{1}{b^2}\left(\frac{y}{b}\right)^4}\ ,\quad Y=\frac{\frac{1}{b}\left(\frac{y}{b}\right)^2}{\frac{1}{a^2}\left(\frac{x}{a}\right)^4+\frac{1}{b^2}\left(\frac{y}{b}\right)^4}$$

e ponendo per comodo

$$\frac{1}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^2=u\ ,\quad \frac{1}{b}\left(\frac{y}{b}\right)^2=v$$

risultano:

$$X=\frac{u}{u^2+v^2}\ ,\quad Y=\frac{v}{u^2+v^2}$$

e quindi

$$u=\frac{X}{X^2+Y^2}\ ,\quad v=\frac{Y}{X^2+Y^2}$$

Sostituendo i valori di u, v troveremo

$$\frac{x}{a}=\left(\frac{aX}{X^2+Y^2}\right)^{\frac{1}{2}}\ ,\quad \frac{y}{b}=\left(\frac{bY}{X^2+Y^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

ed in fine

$$\left(\frac{aX}{X^2+Y^2}\right)^{\frac{3}{2}}+\left(\frac{bY}{X^2+Y^2}\right)^{\frac{3}{2}}=1$$

la quale è rimarchevole per la forma posta che sia in confronto colla pedale sulle tangenti alla curva

$$\left(\frac{a}{x}\right)^2+\left(\frac{b}{y}\right)^2=1.$$

Somigliante forma si trova ancora per l'equazione della pedale, quando si prenda l'equazione

$$\left(\frac{a}{x}\right)^3+\left(\frac{b}{y}\right)^3=1$$

poichè di qui deducesi

$$f_x' = -\frac{3a}{x^2}\left(\frac{a}{x}\right)^2, \quad f_y' = -\frac{3b}{y^2}\left(\frac{b}{y}\right)^2, \quad xf_x' + y f_y' = -3$$

$$f_x'^2 + f_y'^2 = 9\left[\frac{a^2}{x^4}\left(\frac{a}{x}\right)^4 + \frac{b^2}{y^4}\left(\frac{b}{y}\right)^4\right].$$

e sostituendo si hanno:

$$X = \frac{\frac{a}{x^2}\left(\frac{a}{x}\right)^2}{\frac{a^2}{x^4}\left(\frac{a}{x}\right)^4 + \frac{b^2}{y^4}\left(\frac{b}{y}\right)^4}, \quad Y = \frac{\frac{b}{y^2}\left(\frac{b}{y}\right)^2}{\frac{a^2}{x^4}\left(\frac{a}{x}\right)^4 + \frac{b^2}{y^4}\left(\frac{b}{y}\right)^4}$$

ove fatto:

$$u = \frac{a}{x^2}\left(\frac{a}{x}\right)^2, \quad v = \frac{b}{y^2}\left(\frac{b}{y}\right)^2$$

avremo facilmente:

$$u = \frac{X}{X^2 + Y^2}, \quad v = \frac{Y}{X^2 + Y^2}$$

e quindi

$$\frac{a}{x} = \left(\frac{aX}{X^2 + Y^2}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad \frac{b}{y} = \left(\frac{bY}{X^2 + Y^2}\right)^{\frac{1}{4}}$$

onde per l'equazione finale:

$$\left(\frac{aX}{X^2 + Y^2}\right)^{\frac{3}{4}} + \left(\frac{bY}{X^2 + Y^2}\right)^{\frac{3}{4}} = 1.$$

Se si fosse presa l'equazione generale:

$$\left(\frac{a}{x}\right)^{2m+1} + \left(\frac{b}{y}\right)^{2m+1} = 1$$

essendo allora:

$$f_x' = -\frac{a(2m+1)}{x^2}\left(\frac{a}{x}\right)^{2m}, \quad f_y' = -\frac{b(2m+1)}{y^2}\left(\frac{b}{y}\right)^{2m}$$

$$x f_x' + y f_y' = -(2m+1)$$

$$f_x'^2 + f_y'^2 = (2m+1)^2\left[\frac{a^2}{x^4}\left(\frac{a}{x}\right)^{4m} + \frac{b^2}{y^4}\left(\frac{b}{y}\right)^{4m}\right]$$

si trova:

$$\left(\frac{aX}{X^2 + Y^2}\right)^{\frac{2m+1}{2m+2}} + \left(\frac{bY}{X^2 + Y^2}\right)^{\frac{2m+1}{2m+2}} = 1$$

ove posto $m = 0$ risulta:

$$\left(\frac{a\,X}{X^2+Y^2}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b\,Y}{X^2+Y^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1.$$

33. Per assegnare l'equazioni delle pedali sulle normali nelle linee del secondo ordine, si riprendano le formole generali

$$Y_1 = \frac{dy\,(x\,dx + y\,dy)}{d\,s^2}\ ,\quad X_1 = \frac{dx\,(x\,dx + y\,dy)}{d\,s^2}$$

ed insieme la:

$$y^2 = A + 2\,B\,x + C\,x^2 \qquad (1)$$

dalla quale:

$$dy = \frac{(B + Cx)\,dx}{y}$$

e quindi

$$x\,dx + y\,dy = dx\,[B + (1 + C)\,x]$$

$$ds^2 = dx^2\left(\frac{B^2 - AC + (1 + C)y^2}{y^2}\right).$$

Dividendo ora tra loro le due equazioni generali abbiamo:

$$\frac{Y_1}{X_1} = \frac{dy}{dx} = \frac{B + Cx}{y}$$

dalla quale si trae:

$$y^2 = \frac{(B^2 - AC)\,X_1^2}{Y_1^2 - CX_1^2}\ , \qquad (2)$$

e fatto anche qui:

$$B^2 - AC = \lambda^2 \quad \text{ed} \quad \frac{X_1^2 + Y_1^2}{X_1^2} = \theta$$

sostituendo nella seconda delle formole generali otterremo:

$$X_1 = \frac{(B + (1 + C)\,x)\,y^2}{B^2 - AC + (1 + C)\,y^2}$$

$$y^2 = \frac{\lambda^2\,X_1^2}{Y_1^2 - CX_1^2}\ ,\qquad X_1 = \frac{B + (C + 1)\,x}{\theta}$$

dall'ultima di queste abbiamo:

$$x = \frac{\theta\,X_1 - B}{1 + C}$$

dalla quale ne derivano:

$$2\,B\,x = \frac{2\,B\,(\theta\,X_1 - B)}{1 + C}\,, \quad C x^2 = \frac{C\,(\theta\,X_1 - B)^2}{(1 + C)^2} \qquad (3)$$

e così l'equazione delle linee di second'ordine si muta in:

$$\frac{\lambda^2\,X_1^2}{Y_1^2 - CX_1^2} = A + \frac{2\,B\,(\theta\,X_1 - B)}{1 + C} + \frac{C\,(\theta\,X_1 - B)^2}{(1 + C)^2} \qquad (4)$$

la quale deve essere al tempo stesso la pedale sulle tangenti della evoluta delle linee del second'ordine, quando si considerano riferite all' asse, ed il grado di questa ascende al sesto.

Se però poniamo per la parabola di parametro $2\,B$, $A = 0$, $C = 0$ la (4) si riduce alla seguente:

$$Y_1^4 - (BX_1 - X_1^2)\,Y^2 - \tfrac{1}{2}\,BX_1^2 = 0 \qquad (5)$$

la quale ascende al quarto grado, e questa deve essere al tempo stesso la pedale sulle tangenti dell'evoluta della parabola.

Si considerino ora quelle linee del second'ordine che sono dotate di centro: essendo per esse $B = 0$, la (4) si cangia in:

$$\frac{\lambda^2\,X_1^2}{Y_1^2 - CX_1^2} = A + \frac{C\,\theta^2\,X_1^2}{(1 + C)^2}$$

ovvero

$$X_1^4\,(1 + C)^2\,(-\,AC) = (Y_1^2 - CX_1^2)\left[A\,(1 + C)\,X_1^2 + C\,(X_1^2 + Y_1^2)^2\right] \qquad (6)$$

che è una linea di sest'ordine.

Affinchè questa si traduca all'ellisse, dovrà essere:

$$A = b^2, \quad C = -\frac{b^2}{a^2}$$

e per la iperbole qualunque:

$$A = -\,b^2\,, \quad C = \frac{b^2}{a^2}$$

e per quella equilatera:

$$A = -\,a^2\,, \quad C = 1.$$

Per la ellisse avremo dopo semplici riduzioni la seguente equazione:

$$(a^2\,Y^2 + b^2\,X^2)\,(X^2 + Y^2) = e^4\,X^2\,Y^2 \qquad (7)$$

la quale si rende semplice riportandola a coordinate polari. Per queste abbiamo:

$$X = \rho\,\text{sen}\,\varphi\,, \qquad Y = \rho\,\cos\varphi$$

e sostituendo deduciamo:

$$\rho^2 = \frac{e^4\,\text{sen}^2\,\varphi\,\cos^2\varphi}{a^2\cos^2\varphi + b^2\,\text{sen}^2\,\varphi}$$

e ponendo

$$\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{e^2}{a^2}=c^2$$

se ne trae:

$$\rho=\frac{ac^2 \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi}{\sqrt{1-c^2 \operatorname{sen}^2\varphi}} \qquad (8)$$

la quale rappresenta la lunghezza della protangente della ellisse, ovvero le differenze rettificate tra due archi di un quadrante della medesima ellisse.

Sopra i due rami di questa curva si prendano due archi eguali a partire dal centro, e si conducano i raggi vettori, e nei punti estremi di questi si guidino ad essi le perpendicolari, ove queste taglieranno il quadrante ellittico saranno questi i punti associati, che sono le estremità di quegli archi i quali partendo l'uno dall'asse maggiore, e l'altro dall'asse minore hanno una differenza rettificabile; e la perpendicolare guidata al massimo raggio vettore determina sull'arco ellittico quel punto nel quale si riuniscono i due punti associati.

Merita di essere conosciuta la quadratura di una quarta parte dell'area limitata da questa pedale di sesto grado.

Essendo generalmente:

$$A=\tfrac{1}{2}\int \rho^2\, d\varphi$$

pel caso presente sarà:

$$A=\frac{a^2c^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{c^2\, dy \operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi}{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}$$

Considerando il coefficiente differenziale di d φ osserveremo essere:

$$\frac{c^2\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi}{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{c^2\operatorname{sen}^2\varphi-c^2\operatorname{sen}^4\varphi}{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}$$

e questo può mettersi sotto la seguente forma:

$$\frac{c^2\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi}{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{1-c^2}{c^2}\left(1-\frac{1}{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}\right)+\operatorname{sen}^2\varphi$$

di più ponendo:

$$\frac{1}{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{A}{1+c\operatorname{sen}\theta}+\frac{B}{1-c\operatorname{sen}\theta}$$

troveremo che i lavori di A, B sono dati dalle due equazioni:

$$A+B=1\,,\qquad B-A=0$$

dalle quali:

$$A = B = \tfrac{1}{2}$$

onde

$$\frac{c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi}{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi} = \operatorname{sen}^2 \varphi + (1 - c^2)\left(1 - \tfrac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + c \operatorname{sen} \varphi} - \tfrac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + c \operatorname{sen} \varphi}\right) .$$

e perciò:

$$A = \frac{a^2 c^2}{4}\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \operatorname{sen}^2 \varphi + (1 - c^2)\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi - \tfrac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{1 + c \operatorname{sen} \varphi} - \tfrac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{1 - c \operatorname{sen} \varphi}\right)\right]$$

Ma

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \operatorname{sen}^2 \varphi = \frac{\pi}{4}$$

e per ottenere gli altri si ponga:

$$\operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} = u, \text{ da cui } \varphi = 2 \operatorname{Arctang} (= u):$$

dalla prima:

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{\varphi}{2}}{u} = \frac{\cos \frac{\varphi}{2}}{1} = \frac{1}{\sqrt{1 + u^2}}$$

onde

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{2u}{1 + u^2}, \quad d\varphi = \frac{2\,du}{1 + u^2}$$

ed avvertendo che ai limiti $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ corrispondono per la nuova variabile

$$u = 0, \quad u = 1$$

eseguendo le integrazioni avremo

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{1 + c \operatorname{sen} \varphi} = \int_0^1 \frac{2\,du}{1 + 2cu + u^2} = \frac{2a}{b} \operatorname{Arctang}\left(= \sqrt{\frac{a - e}{a + e}}\right)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{1 - c \operatorname{sen} \varphi} = \int_0^1 \frac{2\,du}{1 - 2cu + u^2} = \frac{2a}{b} \operatorname{Arctang}\left(= \sqrt{\frac{a + e}{a - e}}\right)$$

onde per l'area sarà:

$$A = \frac{a^2 c^2}{4}\left[\frac{\pi}{4} + \frac{b^2}{e^2}\left(\frac{\pi}{2} - \tfrac{1}{2}\left(\operatorname{Arctang}\left(= \sqrt{\frac{a - e}{a + e}}\right) - \operatorname{Arctang}\left(= \sqrt{\frac{a + e}{a - e}}\right)\right)\right)\right]$$

e riducendo la differenza dei due archi ad un solo arco avremo:

$$A = \frac{e^2}{8a^2}\left[\frac{\pi e^2}{2} + b^2\left(\pi - \text{Arctang}\left(=\frac{-e}{b}\right)\right)\right]$$

la quale nel caso del circolo si riduce a zero perchè $e = 0$.

Se nell'ultima formola poniamo:

$$\text{Arctang}\left(= -\frac{e}{b}\right) = m$$

essendo:

$$\tang m = -\frac{e}{b}$$

sarà pure:

$$\frac{\text{sen}\, m}{-e} = \frac{\cos m}{b} = \frac{1}{a}$$

onde

$$m = \text{Arc sen}\left(= -\frac{e}{a}\right) = \text{Arc cos}\left(= \frac{b}{a}\right)$$

e così:

$$A = \frac{e^2}{8a^2}\left[\frac{\pi e^2}{2} - b^2\left(\pi - \text{Arc. cos}\left(=\frac{b}{a}\right)\right)\right].$$

34. Vediamo ora di assegnare la pedale della cicloide sulle normali rispetto l'origine delle coordinate definita dalle seguenti equazioni:

$$x = r\alpha - r\,\text{sen}\,\alpha\ , \qquad y = r - r\cos\alpha \qquad (1)$$

le quali danno:

$$dx = r\,d\alpha\,(1 - \cos\alpha)\ , \qquad dy = r\,d\alpha\,\text{sen}\,\alpha$$

da cui:

$$x\,dx + y\,dy = r^2\alpha\,d\alpha\,(1 - \cos\alpha)$$

e perchè:

$$ds^2 = 2r^2\,d\alpha^2\,(1 - \cos\alpha)$$

sostituendo avremo:

$$X_1 = \frac{r\alpha}{2}(1 - \cos\alpha)\ ; \qquad Y_1 = \frac{r\alpha}{2}\,\text{sen}\,\alpha \qquad (2)$$

che rappresentano una curva trascendente la cui equazione in coordinate rettilinee è:

$$X_1^2 + Y_1^2 = \frac{r X_1}{2}\,\text{Arctang}\left(=\frac{X_1}{Y_1}\right) \qquad (3)$$

e quando si considerasse riferita a coordinate polari, facendo

$$X_1 = \rho \operatorname{sen} \varphi, \qquad Y_1 = \rho \cos \varphi$$

si trova

$$\rho = \frac{r}{2} \varphi \cos \varphi.$$

35. Per assegnare direttamente la pedale sulle normali di una data linea si riprendano l'equazioni generali poste sotto la forma seguente:

$$X = \frac{x + y \dfrac{dy}{dx}}{1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}, \qquad Y = \frac{dy}{dx} \left| \frac{x + y \dfrac{dy}{dx}}{1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2} \right|$$

e perchè:

$$f(x, y) = 0$$

è l'equazione della linea data, da essa si deduce:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x'}{f_y'}$$

onde:

$$X = f_y' \left[\frac{x f_y' - y f_x'}{f_x'^2 + f_y'^2}\right], \qquad Y = -f_x' \left[\frac{x f_y' - y f_x'}{f_x'^2 + f_y'^2}\right]$$

e sottraendo la x dal primo e secondo membro della prima e la y dalla seconda ne risultano:

$$X - x = -f_x' \left[\frac{x f_x' + y_y' f_y'}{f_x'^2 + f_y'^2}\right] = -M f_x'$$

$$Y - y = f_y' \left[\frac{x f_x' + y f_y'}{f_x'^2 + f_y'^2}\right] = M f_y'$$

ponendo:

$$M = \frac{x f_x' + y f_y'}{f_x'^2 + f_y'^2}.$$

Cio premesso sia una ellisse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

da questa deduciamo:

$$f_x' = \frac{2x}{a^2}, \quad f_y' = \frac{2y}{b^2}$$

e sostituendo sarà:

$$X = x\left(1 - \frac{2M}{a^2}\right), \quad Y = y\left(1 - \frac{2M}{b^2}\right)$$

ove posto per comodo $\theta = 2M$ ne dedurremo:

$$\frac{x}{a^2} = \frac{X}{a^2 - \theta}, \quad \frac{y}{b^2} = \frac{Y}{b^2 - \theta};$$

Ora con queste equazioni coesiste ancora l'equazione della retta projettante parallela alla tangente nel punto x, y della ellisse, che è:

$$X \cdot \frac{x}{a^2} + Y \cdot \frac{y}{b^2} = 0$$

nella quale sostituiti i valori trovati per $\frac{x}{a^2}, \frac{y}{b^2}$ otteniamo:

$$\frac{X^2}{a^2 - \theta} + \frac{Y^2}{b^2 - \theta} = 0$$

da cui

$$\theta = \frac{a^2 Y^2 + b^2 X^2}{X^2 + Y^2}$$

e quindi:

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{a^2 - b^2} \cdot \frac{X^2 + Y^2}{X}, \quad \frac{y}{b} = -\frac{b}{a^2 - b^2} \cdot \frac{X^2 + Y^2}{Y}$$

e questi valori dovendo soddisfare alla equazione della ellisse ne deduciamo:

$$\frac{a^2 Y^2 + b^2 X^2}{X^2 Y^2} = \frac{(a^2 - b^2)^2}{(X^2 + Y^2)^2}$$

che è la linea del sest'ordine già trovata.

Se qui poniamo $a = b$, si ha:

$$a^2 Y^2 + b^2 X^2 = 0$$

dalla quale

$$X = 0, \quad Y = 0$$

cioè la linea si riduce ad un punto ed esso è il centro della stessa circonferenza.

Se si considera la iperbole, l'equazione della pedale diventa:

$$\frac{a^2 Y^2 - b^2 X^2}{X^2 Y^2} = \frac{(a^2 + b^2)^2}{(X^2 + Y^2)^2}$$

e quando si pone $a = b$ ne otteniamo:

$$\frac{Y^2 - X^2}{X^2 Y^2} = \frac{4a^2}{(X^2 + Y^2)^2}.$$

Per la parabola

$$y^2 - 2px = 0$$

abbiamo

$$f_x' = -2p\,, \qquad f_y' = 2y$$

e quindi le seguenti:

$$X - x = 2\,Mp\,, \qquad Y - y = 2\,My$$

ovvero

$$x = X - p\theta\,, \qquad y = \frac{Y}{1-\theta}$$

che deve soddisfare alla equazione:

$$Yy - p\,X = 0$$

dalla quale, sostituendo si deduce:

$$\theta = \frac{pX - Y^2}{pX}$$

e perciò:

$$y = \frac{pX}{Y}\,, \qquad x = \frac{X^2 + Y^2 - pX}{X}$$

i quali valori devono verificare l' equazione della parabola, e così abbiamo la stessa equazione altrove assegnata

$$Y^4 - (p\,X - X^2)\,Y^2 - \tfrac{1}{2}\,p\,X^3 = 0.$$

36. Per determinare l'antipedale di una data linea:

$$f(x, y) = 0$$

riprenderemo le formole generali:

$$X = x - \frac{y\,(x\,dx + y\,dy)}{x\,dy - y\,dx}\,, \qquad Y = y - \frac{x\,(x\,dx + y\,dy)}{x\,dy - y\,dx}$$

e le porremo sotto la seguente forma:

$$X = 2\,x - \frac{(x^2 + y^2)\,dy}{x\,dy - y\,dx}\,, \qquad Y = 2\,y + \frac{(x^2 + y^2)\,dx}{x\,dy - y\,dx} \qquad (1).$$

Supponiamo primieramente una linea retta di equazione

$$ay + bx - ab = 0$$

nella quale sostituiti i valori datici dal paragrafo (17)

$$x = \frac{X + \alpha Y}{1 + \alpha^2}\,, \qquad y = \frac{Y - \alpha X}{1 + \alpha^2}$$

risulta:

$$a(Y - \alpha X) + b(X + \alpha Y) - ab(1 + \alpha^2) = 0$$

la quale ordinata rispetto α ci dà:

$$ab \cdot \alpha^2 + 2\left(\frac{aX - bY}{2}\right)\alpha + ab - aY - bX = 0$$

e dal suo confronto colla forma omogenea di secondo grado risulta:

$$A = ab, \quad B = \frac{aX - bY}{2}, \quad C = ab - aY - bX$$

e dovendo queste soddisfare alla condizione

$$B^2 - AC = 0$$

si ottiene

$$\left(\frac{aX - bY}{2}\right)^2 - ab(ab - aY - bX) = 0$$

che appartiene ad una parabola.

A questo medesimo risultato si giunge esprimendo la condizione che α deve ammettere radici eguali.

37. Sia la ellisse definita dalle equaziови circolari:

$$x = a \text{ sen } \varphi, \qquad y = b \cos \varphi$$

onde:

$$dx = a\, d\varphi \cos \varphi, \qquad dy = -b\, d\varphi \text{ sen } \varphi$$

ed

$$x\, dy - y\, dx = -ab\, d\varphi.$$

Sostituiti questi valori nelle (1) si ottiene:

$$aX = \text{sen } \varphi\,(a^2 + e^2 \cos^2\varphi), \qquad bY = \cos \varphi\,(m^2 + e^2\cos^2\varphi) \tag{1}$$

essendo:

$$m^2 = b^2 - e^2$$

che possono dirsi l'equazioni circolari della antipedale della ellisse rispetto il centro. Dalla semplice ispezione di queste due equazioni è facile riconoscere che l'antipedale della ellisse è una linea tutta contenuta entro la ellisse medesima. Prendendo difatti a considerare il primo quadrante e ponendo successivamente $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ risultano:

$$X = 0. \quad Y = \frac{m^2 + e^2}{b} = b$$

$$X = a, \quad Y = 0$$

che ci provano avere la pedale i medesimi assi della ellisse da cui deriva, e di più essendo:

$$Y = b \cos\varphi - \frac{e^2 \cos\varphi \operatorname{sen}^2\varphi}{b}$$

le ordinate della pedale sono minori di quelle omologhe della ellisse per la quantità sempre positiva $\frac{e \cos\varphi \operatorname{sen}^2\varphi,}{b}$ ma le ascisse corrispondenti sono sempre maggiori perchè è:

$$X = a \operatorname{sen}\varphi + \frac{e^2 \operatorname{sen}\varphi \cos^2\varphi}{a}$$

Per ottenere l'equazione di questa linea fra le coordinate X, Y è necessario eliminare φ dalle (1): noi non daremo luogo a tale eliminazione, ma dedurremo l'equazione richiesta coll'eguagliare a zero il discriminante di una forma omogenea a due indeterminate di quarto grado. A questo fine dalle formole generali del paragrafo (36) elimineremo la quantità:

$$\frac{x\,dx + y\,dy}{x\,dy - y\,dx}$$

ed otterremo:

$$\frac{Y - y}{x} + \frac{X - x}{y} = 0. \qquad (2)$$

Ponendo in questa le coordinate circolari della ellisse, avremo:

$$aX \operatorname{sen}\varphi + b\,Y \cos\varphi - a^2 \operatorname{sen}^2\varphi - b^2 \cos^2\varphi = 0 \qquad (3)$$

nella quale posto:

$$\operatorname{sen}\varphi = u\,, \qquad \cos\varphi = \sqrt{1 - u^2}$$

risulta:

$$aXu + bY - \sqrt{1 - u^2} - a^2 u^2 - b^2 (1 - u^2) = 0$$

ovvero:

$$aXu + bY \sqrt{1 - u^2} - e^2 u^2 - b^2 = 0.$$

Per rendere razionale questa equazione ci serviremo della sostituzione

$$\sqrt{1 - u^2} = (1 - u)\, z$$

dalla quale

$$u = \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}, \quad \sqrt{1 - u^2} = \frac{2z}{z^2 - 1}.$$

Con questi valori la (4) si muta in

$$a\,X\,(z^4-1)+2b\,Y\,z\,(z^2+1)-e^2\,(z^2-1)^2-b^2\,(z^2+1)^2=0$$

che ordinata rispetto z dà:

$$(aX-a^2)\,z^4+4\,.\,\frac{b\,Y}{2}\,z^3+6\left(\frac{e^2-b^2}{3}\right)z^2+4\,.\,\frac{bY}{2}\,z-(aX+a^2)=0 \qquad (5)$$

Ora per la forma omogenea di quarto grado:

$$Az^4+4\,Bzy^3+6\,Cz^2y^2+4\,Dzy^3+Ey^4=0$$

il cui discriminante nullo è:

$$(3\,C^2-4\,BD+AE)^3-27\,(ACE-AD^2-EB^2-C^3+2\,BCD)^2=0, \qquad (6)$$

e perchè per la (5) abbiamo:

$$A=aX-a^2\,,\quad B=\frac{bY}{2}\,,\quad C=\frac{e^2-b^2}{3}\,,\quad D=\frac{bY}{2}\,,\quad E=-(aX+a^2)$$

sostituendo nella (6) avremo:

$$\left[(e^2-b^2)^2-3\,(a^2X^2+b^2Y^2-a^4)\right]$$
$$-27\left[-\frac{a^2(X^2-a^2)(e^2-b^2)}{3}+\frac{a^2b^2Y^2}{2}+\frac{e^2-b^2}{3}\left(\frac{b^2Y^2}{2}-\frac{e^2-b^2}{9}\right)\right]^2=0 \qquad (7)$$

che è l'equazione dell'antipedale dell'ellisse rispetto il centro.

Nota – Merita che si osservi che se nelle equazioni (1) del § 36 si sostituiscono i valori delle coordinate circolari della ellisse, e quindi si elimini la quantità:

$$a^2\,\text{sen}^2\,\varphi+b^2\cos^2\varphi$$

si ottiene la seguente:

$$\frac{a\,X}{\text{sen}\,\varphi}-2\,a^2=\frac{b\,Y}{\cos\varphi}-2\,b^2$$

da cui:

$$b\,Y\,\text{sen}\,\varphi-a\,X\cos\varphi+2\,e^2\,\text{sen}\,\varphi\cos\varphi=0 \qquad (8)$$

nella quale fatto:

$$\cos\varphi=\frac{z^2-1}{z^2+1}\,,\qquad \text{sen}\,\varphi=\frac{2\,z}{z^2+1}$$

otteniamo dopo semplici riduzioni la seguente:

$$aX\,.\,z^4-4\left(\frac{b\,Y+2\,e^2}{2}\right)z^3-4\left(\frac{b\,Y-2\,e^2}{2}\right)z-a\,X=0,$$

che confrontata colla forma omogenea di quarto grado ci dà:

$$A = aX,\ B = -\frac{bY + 2e^2}{2},\ C = 0,\ D = -\frac{bY - 2e^2}{2},\ E = -aX$$

e sostituiti questi valori nella (6) risulta:

$$[-(b^2Y^2 - 4e^4) - a^2X^2]^3 - 27\left[-aX\left(\frac{bY - 2e^2}{2}\right)^2 + aX\left(\frac{bY + 2e^2}{2}\right)^2\right]^2 = 0$$

e riducendo, e facendo per comodo, $2e^2 = n^2$, risulta:

$$a^2X^2 + b^2Y^2 + 3a^{\frac{2}{3}}n^{\frac{4}{3}}X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{2}{3}} = n^4$$

che paragonata con:

$$(p + q)^3 = l^3$$

ci dà:

$$p = a^{\frac{2}{3}}X^{\frac{2}{3}},\quad q = b^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{2}{3}},\quad l = n^{\frac{4}{3}}$$

e perciò

$$a^{\frac{2}{3}}X^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{2}{3}} = n^{\frac{4}{3}}$$

che rappresenta la evoluta di una ellisse la cui distanza focale è $n = e\sqrt{2}$.

38. La determinazione dell'equazione dell'antipedale della ellisse si può far dipendere da un discriminante di una forma omogenea di terzo grado, seguendo l'elegante arteficio insegnatoci da M. A. Cayley nella sua memoria « Sur la » surface, qui est l'enveloppe des plans conduits par les points d'un elipsoïde » perpendiculairment aux rajons menés par le centre » Annali di Matematica pura ed applicata, Tomo II, pag. 168 e seguenti, Roma 1859.

A questo fine si riprenda l'equazione dell'ellisse in coordinate cartesiane.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

dalla quale

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b^2x}{a^2y},$$

che sostituito nelle (1) del § 36 ci danno:

$$X = x\left(2 - \frac{x^2 + y^2}{a^2}\right),\quad Y = y\left(2 - \frac{x^2 + y^2}{b^2}\right).$$

Si ponga:

$$x^2 + y^2 = u$$

ed avremo

$$X = x\left(2 - \frac{u}{a^2}\right),\quad Y = y\left(2 - \frac{u}{b^2}\right)$$

dalle quali primieramente

$$u = \frac{X^2}{\left(2 - \frac{u}{a^2}\right)^2} + \frac{Y^2}{\left(2 - \frac{u^2}{b^2}\right)^2} \qquad (11)$$

Essendo

$$\frac{x}{a} = \frac{X}{a\left(2 - \frac{u}{a^2}\right)}, \quad \frac{y}{b} = \frac{Y}{b\left(2 - \frac{u}{b^2}\right)}$$

avremo ancora

$$1 = \frac{X^2}{a^2\left(2 - \frac{u}{a^2}\right)^2} + \frac{Y^2}{b^2\left(2 - \frac{u}{b^2}\right)^2} \qquad (12).$$

Si moltiplichi la (11) per 2 e la (12) per u e dall' una si sottragga l' altra; ne risulterà la seguente:

$$u = \frac{X^2}{2 - \frac{u}{a^2}} + \frac{Y^2}{2 - \frac{u}{b^2}}. \qquad (13)$$

dalla quale si ricava:

$$u^3 - 3\left(\frac{2\,a^2 + 2\,b^2}{3}\right)u^2 + 3\left(\frac{a^2\,X^2 + b^2\,Y^2 + 4\,a^2\,b^2}{3}\right)u - 2\,a^2b^2\,(X^2 + Y^2) = 0$$

che paragonata colla forma omogenea somigliante di terzo grado

$$Ay^3 + 3\,B\,y^2\,x + 3\,C\,y\,x^2 + D\,x^3 = 0$$

risulta

$$A = 1, \quad B = -\frac{2(a^2 + b^2)}{3}, \quad C = \frac{a^2X^2 + b^2Y^2 + 4\,a^2b^2}{3}, \quad D = -2\,a^2b^2\,(X^2 + Y^2)$$

onde sostituiti questi valori nel descriminante

$$(A^2D + 2\,B^3 - 3\,ABC)^2 - 4\,(B^2 - AC)^3 = 0 \qquad (14)$$

si ottiene sotto altra forma l'equazione dell' antipedale della ellisse rispetto il centro.

39. Sia la iperbole equilatera le cui equazioni circolari sono:

$$x = \frac{a}{\cos\varphi}, \quad y = a\,\text{tang}\,\varphi$$

che sostituite nell'equazione:

$$\frac{Y - y}{x} + \frac{X - x}{y} = 0$$

otteniamo

$$\frac{X \cos \varphi - a}{\operatorname{sen} \varphi} + Y \cos \varphi - a \operatorname{sen} \varphi = 0$$

dalla quale

$$X \cos \varphi + Y \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - a \operatorname{sen}^2 \varphi - a = 0:$$

e preso:

$$\cos \varphi = \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}, \quad \operatorname{sen} \varphi = \frac{2z}{z^2 + 1}$$

ne risulta

$$(X - a) z^4 + 4 \cdot \frac{Y}{2} z^3 - 6 a z^2 - 4 \cdot \frac{Y}{2} z - (X + a) = 0.$$

Essendo qui:

$$A = X - a, \quad B = \frac{Y}{2}, \quad C = -a, \quad D = -\frac{Y}{2}, \quad E = -(X + a)$$

il discriminante della forma omogenea di quarto grado diverrà:

$$\left[3 a^2 + \frac{4 Y}{4} - (X^2 - a^2)\right]^3 - 27 \left[a (X^2 - a^2) - \frac{Y^2}{4} (X - a) + \frac{Y^2}{4} (X - a) + a^3 + 2 . \frac{Y^2}{4} a\right]^2 = 0$$

ed eseguite le riduzioni ne risulta la seguente equazione di sesto grado:

$$\left(\frac{Y^2 - X^2 + 4 a^2}{3}\right)^3 - a^2 (X^2 + Y^2)^2 = 0$$

per l'antipedale della iperbole equilatera.

Nota. Se anche qui riprendiamo le formole (1) del § 36 e da esse deduciamo

$$\frac{X - 2x}{x} + \frac{Y - 2y}{y} = 0$$

dalla quale:

$$Xy + Yx - 4xy = 0$$

ed in questa poniamo:

$$x = \frac{a}{\cos \varphi}, \quad y = a \operatorname{tang} \varphi$$

ne risulta:

$$X \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi + Y \cos \varphi - 4 a \operatorname{sen} \varphi = 0$$

ove sostituiti i soliti valori per sen φ, cos φ in funzione di z otterremo:

$$Y . z^4 + 4 \left(\frac{X - 4a}{2}\right) z^3 - 4 \left(\frac{X + 4a}{2}\right) z - Y = 0$$

e quindi

$$A = Y\,;\ B = \frac{X - 4a}{2};\ C = 0;\ D = -\frac{X + 4a}{2};\ E = -Y$$

che sostituiti nel descriminante della forma omogenea di quarto grado otteniamo, fatto per comodo $4a = n$:

$$(X^2 - Y^2 - n^2)^3 = 3^3\, n^2\, X^2\, Y^2$$

ovvero

$$X^2 - Y^2 - 3\, n^{\frac{2}{3}}\, X^{\frac{2}{3}}\, Y^{\frac{2}{3}} = n^2$$

che si mette sotto la seguente forma:

$$X^{\frac{2}{3}} - Y^{\frac{2}{3}} = n^{\frac{2}{3}}$$

cioè di una evoluta di una determinata iperbole equilatera.

40. Sia ancora la parabola conica

$$y^2 = 2px$$

e si consideri la

$$\frac{X - x}{y} + \frac{Y - y}{x} = 0$$

ovvero

$$Xx + Yy - x^2 - y^2 = 0$$

ove sostituiti i valori della x in y avremo

$$\frac{1}{4p^2} \cdot y^4 - 6\left(\frac{2p - X}{12p}\right) y^2 - 4 \,.\, \frac{Y}{2}\, y = 0$$

la quale ci dà:

$$A = \frac{1}{4p^2},\ B = 0,\ C = -\frac{2p - X}{12p},\ D = -\frac{Y}{4},\ E = 0$$

e così abbiamo

$$\left[3\left(\frac{2p - X}{12p}\right)^2\right]^3 - 27\left[\frac{1}{4p^2} \cdot \frac{Y^2}{16} - \left(\frac{2p - X}{12p}\right)^3\right]^2 = 0$$

dalla quale deduciamo:

$$Y^2 = \frac{2}{27p}\,(X - 2p)^3$$

per l'equazione dell'antipedale.

Nel caso della parabola conica si giunge al medesimo risultato anche lorquando si consideri l'equazione

$$\frac{X - 2x}{dy} + \frac{Y - 2y}{dx} = 0$$

ed in questa si ponga:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{y},$$

perchè ne ricaviamo:

$$\frac{y(X - 2x)}{p} + Y - 2y = 0$$

ove eliminata la x ed ordinata l'equazione per la y ne risulta:

$$\frac{1}{p} \cdot y^3 + 3\left(\frac{2p - X}{3}\right) y - p\, Y = 0$$

che dà:

$$A = \frac{1}{p}, \quad B = 0, \quad C = \frac{2p - X}{3}, \quad D = -p\, Y.$$

Sostituiti questi valori nel descriminante della forma omogenea di terzo grado otteniamo facilmente come sopra:

$$Y^2 = \frac{4}{27p}(X - 2p)^3.$$

41. Si domanda ora quella curva la cui antipedale è una determinata ellisse. La sua equazione sia:

$$a^2 Y^2 + b^2 X^2 - a^2 b^2 = 0$$

e riprese l'espressioni generali

$$X = x - \alpha y, \quad Y = y + \alpha x$$

sostituiscansi e si ordini rispetto α e sarà:

$$(a^2x^2 + b^2y^2)\,\alpha^2 + 2\,e^2xy \,.\, \alpha + (a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2) = 0$$

ove α deve ammettere due valori eguali e perciò deve essere soddisfatta la condizione

$$e^4\, x^2y^2 - (a^2x^2 + b^2y^2)(a^2y^2 + b^2x^2 - a^2b^2) = 0$$

che dà:

$$a^2b^2y^4 + (a^4 + b^4 - e^4)\, x^2y^2 + a^2b^2x^4 - a^2b^4y^2 - a^4b^2x^2 = 0$$

e per essere:

$$a^2 - b^2 = e^2 \quad \text{risulta} \quad 2\,a^2b^2 = a^4 + b^4 - e^4$$

onde

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2x^2 + b^2y^2,$$

la quale in coordinate polari è:

$$\rho^2 = a^2 \cos^2 \omega + b^2 \operatorname{sen}^2 \omega.$$

Se prendiamo l'equazione generale delle linee di second'ordine:

$$y^2 = A + 2 Bx + Cx^2$$

troveremo:

$$(Cy^2 - x^2)\, \alpha^2 - 2 [By + (C + 1)\, xy]\, \alpha + A + Cx^2 - y^2 = 0$$

dalla quale se ne deduce la condizione onde α ammetta le sue due radici eguali, che è:

$$[By + (C + 1)\, xy]^2 = (A + Cx^2 - y^2)\,(Cy^2 - x^2)$$

e la quale dopo alcune riduzioni diventa:

$$C(x^2 + y^2)^2 = y^2\, [AC - B^2 - 2\,(C + 1)\, Bx] - Ax^2.$$

Per le curve dotate di centro, essendo $B = 0$, abbiamo:

$$C\,(x^2 + y^2)^2 = A\,(Cy^2 - x^2)$$

e per le curve prive di centro, avendosi:

$$A = 0, \quad C = 0$$

otteniamo

$$x = -\frac{B}{2}$$

che rappresenta la direttrice della parobola conica.

42. Per la pedale sulle tangenti di una linea storta o a doppia curvatura abbiamo le formole:

$$X - x = -\, dx \left(\frac{x\, dx + y\, dy + z\, dz}{ds^2} \right), \quad Y - y = -\, dy \left(\frac{x\, dx + y\, dy + z\, dz}{d s^2} \right)$$

$$Z - z = -\, dz \left(\frac{x\, dx + y\, dy + z\, dz}{ds^2} \right)$$

e se ora poniamo che sia un'elica cilindrica la linea data, le cui equazioni sieno:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \operatorname{sen} \varphi, \quad z = \alpha\, r\, \varphi;$$

nelle quali r è il raggio del cilindro, φ l'ampiezza, ed α la tangente trigonometrica della inclinazione costante dell'elica, avremo:

$$dx = -\, r\, d\varphi \operatorname{sen} \varphi, \quad dy = r\, d\varphi \cos \varphi, \quad dz = \alpha\, r\, d\varphi$$

dalle quali si traggono:

$$x\, dx + y\, dy = 0, \quad ds^2 = r^2\, (1 + \alpha^2)\, d\varphi^2$$

e per questi valori le formole generali si mutano nelle:

$$X - r\cos\varphi = \frac{\alpha^2}{1+\alpha^2} r\varphi \operatorname{sen}\varphi$$

$$Y - r\operatorname{sen}\varphi = -\frac{\alpha^2}{1+\alpha^2} r\varphi\cos\varphi$$

$$Z - \alpha r\varphi = -\frac{\alpha^2}{1+\alpha^2} r\varphi$$

e se per comodo poniamo:

$$\frac{\alpha^2}{1+\alpha^2} = k$$

sarà

$$X = r\cos\varphi + kr\varphi\operatorname{sen}\varphi$$
$$Y = r\operatorname{sen}\varphi - kr\varphi\cos\varphi$$
$$Z = (\alpha - k) r\varphi.$$

Queste equazioni possono ritenersi quali coordinate circolari del luogo geometrico dimandato, essendo φ la variabile principale. Però può determinarsi facilmente una superficie sulla quale deve trovarsi la pedale sulle tangenti all'elica. Dalle due prime dell'ultime equazioni deduciamo:

$$\cos\varphi = \frac{X - k\varphi Y}{r(1+k^2\varphi^2)}, \qquad \operatorname{sen}\varphi = \frac{Y + k\varphi X}{r(1+k^2\varphi^2)}.$$

le quali quadrate e sommate ci danno:

$$\frac{(X - k\varphi Y)^2 + (Y + k\varphi X)^2}{r^2(1+k^2\varphi^2)^2} = 1.$$

Si ponga in questa il valore di φ dato in Z deducendolo dalla terza equazione, e ponendo per comodo $\alpha - k = m$, avremo:

$$\left(X - \frac{k}{mr} ZY\right)^2 + \left(Y + \frac{k}{mr} ZX\right)^2 = r^2\left(1 + \frac{k^2}{m^2r^2} Z^2\right)^2$$

la quale può ridursi alla forma:

$$X^2 + Y^2 + \frac{2k^2}{m^2r^2} Z^2 Y^2 = r^2\left(1 + \frac{k^2}{m^2r^2} Z^2\right)^2$$

Se questa superficie del quart'ordine s'intende tagliata col piano XY, facendo $Z = 0$, otteniamo:

$$X^2 + Y^2 = r^2$$

che è una circonferenza identica a quella che è base del cilindro; ma se poniamo $z = c$ risulta:

$$X^2 + Y^2\left(1 + \frac{2k^2c^2}{m^2r^2}\right) = r^2\left(1 + \frac{k^2c^2}{m^2r^2}\right)^2$$

le quali sono tante ellissi di determinati semi assi dipendenti dalla quantità arbitraria c.

La sezione principale fatta col piano ZX ci dà:

$$X = r\left(1 + \frac{k^2}{m^2r^2}Z^2\right)$$

che è una parabola: e finalmente la sezione principale fatta col piano ZY è una curva del quarto ordine, essendo:

$$Y^2 + \frac{2k^2}{m^2r^2}Z^2Y^2 = r^2\left(1 + \frac{k^2}{m^2r^2}Z^2\right)^2$$

la sua equazione:

43. Per determinare la pedale sulle normali si riprendano l'equazioni:

$$X = \frac{dx\,(x\,dx + y\,dy + z\,dz)}{ds^2}, \quad Y = \frac{dy\,(x\,dx + y\,dy + z\,dz)}{ds^2}$$

$$Z = \frac{dz\,(x\,dx + y\,dy + z\,dz)}{ds^2}$$

e si supponga data la stessa elica cilindrica, onde fatte le opportune sostituzioni troveremo:

$$X = -k\,r\,\mathrm{sen}\,\varphi\,, \quad Y = k\,r\cos\varphi\,, \quad Z = \alpha\,k\,r\,\varphi$$

che sono l'equazioni di un altra elica posta su di un cilindro di raggio kr.

44. Passando ora a considerare le superficie, principieremo coll' assegnare la superficie pedale sopra i piani tangenti, onde riprenderemo le formole generali:

$$X = M f_x', \quad Y = M f_y', \quad Z = M f_z'$$

nelle quali:

$$M = \frac{x f_x' + y f_y' + z f_z'}{f_x'^2 + f_y'^2 + f_z'^2}.$$

Sia la ellissoide di equazione:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$$

dalla quale deduciamo:

$$f_x' = \frac{2x}{a^2}, \quad f_y' = \frac{2y}{b^2}, \quad f_z' = \frac{2z}{c^2}$$

e l'equazioni generali diverranno:

$$X = \frac{2\,Mx}{a^2}, \quad Y = \frac{2\,My}{b^2}, \quad Z = \frac{2\,Mz}{c^2}$$

dalle quali

$$4\,M^2 = a^2\,X^2 + b^2\,Y^2 + c^2\,Z^2;$$

ma è pure:

$$M = \frac{1}{2\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}\right)}$$

e quindi:

$$2\,M = X^2 + X^2 + Z^2$$

dunque:

$$(X^2 + Y^2 + Z^2)^2 - (a^2\,X^2 + b^2\,Y^2 + c^2 Z^2) = 0$$

per l'equazione della superficie pedale sopra i piani tangenti la ellissoide.

Se qui poniamo:

$$a = b = c$$

ne risulterebbe la sfera di raggio a per la superficie data, e per la pedale:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2$$

che è una sfera identica alla proposta.

45. Per la iperboloide a due falde:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$$

abbiamo:

$$f_x' = \frac{2x}{a^2}, \quad f_y' = -\frac{2y}{b^2}, \quad f_z' = -\frac{2z}{c^2}$$

e quindi:

$$X = \frac{2\,Mx}{a^2}, \quad Y = -\frac{2\,My}{b^2}, \quad Z = -\frac{2\,Mz}{c^2}$$

le quali ci danno:

$$4\,M^2 = a^2\,X^2 - b^2\,Y^2 - c^2\,Z^2.$$

E perchè:

$$M = \frac{1}{2\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}\right)}$$

avremo:

$$2\,M = X^2 + Y^2 + Z^2$$

dunque:

$$(X^2 + Y^2 + Z^2)^2 - (a^2 X^2 - b^2 Y^2 - c^2 Z^2) = 0$$

E quando l'iperboloide fosse generato dalla rotazione di una iperbole equilatera la equazione si muta in:

$$(X^2 + Y^2 + Z^2)^2 - a^2 (X^2 - Y^2 - Z^2) = 0$$

le cui sezioni principali coi piani XY, ZX sono lemmiscate, e col piano ZY è un punto.

Se l'iperboloide è ad una falda, la sua equazione essendo:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$$

si trova per l'equazione della pedale

$$(X^2 + Y^2 + Z^2)^2 - (a^2 X^2 + b^2 Y^2 - c^2 Z^2) = 0$$

e quando $a = b = c$;

$$(X^2 + Y^2 + Z^2)^2 - a^2 (X^2 + Y^2 - Z^2) = 0$$

le cui sezioni principali sono circoli e lemniscate.

46. Sia il paraboloide ellittico di equazione:

$$\frac{z^2}{p} + \frac{y^2}{p_1} = x$$

da cui:

$$f'_x = -1, \quad f'_y = \frac{2y}{p_1}, \quad f'_z = \frac{2z}{p}$$

che sostituiti nelle equazioni generali risultano

$$X = -M, \quad Y = \frac{2\,My}{p_1}, \quad Z = \frac{2\,Mz}{p}.$$

Le due equazioni seconde si pongano sotto la seguente forma:

$$Y\sqrt{p_1} = \frac{2\,My}{\sqrt{p_1}}, \quad Z\sqrt{p} = \frac{2\,Mz}{\sqrt{p}}$$

e quadrate e sommate otteniamo:

$$p_1 Y^2 + p Z^2 = 4\,M^2 \left(\frac{y^2}{p_1} + \frac{z^2}{p}\right) = 4\,M^2 x.$$

Ma troviamo pure essere:

$$M = \frac{x}{1 + \frac{4y^2}{p_1^2} + \frac{4z^2}{p^2}}$$

e di più:

$$1 + \frac{4y^2}{p_1^2} + \frac{4z^2}{p^2} = \frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{M^2}$$

dunque

$$Mx = X^2 + Y^2 + Z^2,$$

e quindi

$$\frac{p Z^2 + p_1 Y^2}{X^2 + Y^2 + Z^2} = 4 M = -4 X$$

dalle quali:

$$p Z^2 + p_1 Y^2 + 4 X (X^2 + Y^2 + Z^2) = 0$$

che è una superficie di terz'ordine nella quale posto X negativo abbiamo:

$$pZ^2 + p_1 Y^2 - 4X (X^2 + Y^2 + Z^2) = 0;$$

e fatto successivamente $Z = 0$, $Y = 0$, risultano:

$$p_1 Y^2 = 4X (X^2 + Y^2), \quad pZ^2 = 4X (X^2 + Z^2),$$

che sono due differenti cissoidi, le quali diventano eguali quando il paraboloide è di rivoluzione. La sezione principale fatta col piano ZY è un punto quando p, p_1 sono del medesimo segno –

Sia ora il paraboloide iperbolico di equazione:

$$\frac{y^2}{p_1} - \frac{z^2}{p} = x$$

da cui deduciamo:

$$f_x' = -1, \quad f_y' = \frac{2y}{p_1}, \quad f_z' = -\frac{2z}{p}$$

e per la sostituzione:

$$X = -M, \quad Y = \frac{2My}{p_1}, \quad Z = -\frac{2Mz}{p}.$$

Le due ultime equazioni si pongano sotto la forma:

$$Y\sqrt{p_1} = \frac{2My}{\sqrt{p_1}}, \quad Z\sqrt{p} = -\frac{2Mz}{\sqrt{p}}$$

e se ne deduca:

$$p_1 Y^2 - p Z^2 = 4 M^2 \left(\frac{y^2}{p_1} - \frac{z^2}{p}\right) = 4 M^2 x.$$

Ma:

$$M = \frac{x}{1 + \frac{4y^2}{p_1^2} + \frac{4z^2}{p^2}}$$

e di più:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = M^2 \left(1 + \frac{4y^2}{p_1^2} + \frac{4z^2}{p^2}\right)$$

dunque ancora

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = Mx$$

dalle quali si trae:

$$\frac{p_1 Y^2 - p Z^2}{X^2 + Y^2 + Z^2} = 4 M = -4 X$$

ossia

$$p_1 Y^2 - p Z^2 + 4 X (X^2 + Y^2 + Z^2) = 0$$

che si ricava dall'antecedente col porre p negativo.

47. Noteremo qui, come abbiamo fatto per le linee, che le trasformate delle superficie di second'ordine per raggi vettori reciproci, sono superficie dello stesso genere delle pedali sopra i piani tangenti rispetto il centro per quelle che ne hanno, e rispetto il vertice per quelle che ne sono prive. Sia primieramente una superficie qualunque, ed in questa venga preso un punto di coordinate x, y, z e di raggio vettore r, e si ponga essere di coordinate X, Y, Z e di raggio vettore R il punto corrispondente nella superficie trasformata, avremo:

$$\frac{x}{X} = \frac{y}{Y} = \frac{z}{Z} = \frac{r}{R} = \frac{k^2}{R^2}$$

perchè

$$R\, r = k^2.$$

Da queste deduciamo

$$x = \frac{k^2 X}{X^2 + Y^2 + Z^2}, \quad y = \frac{k^2 Y}{X^2 + Y^2 + Z^2}, \quad z = \frac{k^2 Z}{X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

Assegnate queste generali relazioni possiamo passare da una data superficie alla sua trasformata per raggi vettori reciproci, e poniamo che primieramente sia l'ellissoide la superficie data:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

ed in questa sostituiti i valori già definiti avremo:

$$\frac{k^4 X^2}{a^2} + \frac{k^4 Y^2}{b^2} + \frac{k^4 Z^2}{c^2} = (X^2 + Y^2 + Z^2)^2$$

e se poniamo $k = 1$ si ha:

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = (X^2 + Y^2 + Z^2)^2$$

Risultati simiglianti si ottengono per le iperboloidi.

Prendiamo ora a considerare il paraboloide ellittico

$$\frac{y^2}{2p_1} + \frac{z^2}{2p} = x$$

facendo le medesime sostituzioni si trova:

$$\frac{k^2 Y^2}{2p_1} + \frac{k^2 Z^2}{2p} = X (X^2 + Y^2 + Z^2)$$

e questa superficie è della medesima natura della pedale sopra i pianti tangenti.

48. Si prenda a considerare la superficie del quart'ordine la quale risulta dalla rotazione di una parabola intorno l'asse delle z: la sua equazione è:

$$4 p^2 (x^2 + y^2) - z^4 = 0$$

Di qui:

$$f_x' = 8 p^2 x, \quad f_y' = 8 p^2 y, \quad f_z' = -4 z^3$$

$$x f_x' + y f_y' + z f_z' = -2 z^4:$$

Sostituiti questi valori nelle solite formole otteniamo:

$$X = -\frac{p^2 x}{p^2 - z^2}, \quad Y = -\frac{p^2 y}{p^2 - z^2}, \quad Z = \frac{z^3}{p^2 - z^2}.$$

La terza di queste formole contenendo soltanto z potrebbe servire per la sua determinazione, ma converrebbe risolvere un equazione di terzo grado, il che possiamo evitare col seguente arteficio. Si quadrino e sommino le due prime, e troveremo:

$$\frac{X^2 + Y^2}{p^2} = \frac{z^4}{4 (p^2 - z^2)^2}$$

dalla quale:

$$\frac{z^2}{p^2 - z^2} = \frac{2}{p} \sqrt{X^2 + Y^2}.$$

Ma la terza equazione si può mettere sotto la seguente forma:

$$Z = z \cdot \frac{z^2}{p^2 - z^2}$$

e quindi

$$Z = \frac{2\,z}{p}\sqrt{X^2 + Y^2}$$

da cui

$$z = \frac{p\,Z}{2\sqrt{X^2 + Y^2}}$$

e perciò:

$$p^2 - z^2 = \frac{4\,p^2\,(X^2 + Y^2) - p^2\,Z^2}{4\,(X^2 + Y^2)}$$

onde:

$$x = -\frac{X\left[4\,(X^2 + Y^2) - Z^2\right]}{4\,(X^2 + Y^2)},$$

$$y = -\frac{Y\left[4\,(X^2 + Y^2) - Z^2\right]}{4\,(X^2 + Y^2)}$$

e dovendo questi valori verificare l'equazione della superficie data troveremo:

$$4\,(X^2 + Y^2)\left[4\,(Y^2 + Y^2) - Z^2\right]^2 - p^2\,Z^4 = 0$$

che è una superficie del sest'ordine.

Se qui facciamo $Z = 0$ risultano ancora:

$$X = 0, \quad Y = 0$$

e così l'origine delle coordinate è un punto della superficie pedale, se poi si taglia la superficie con piani paralleli al piano delle x, y ponendo:

$$Z = 2\,c$$

si trova

$$(X^2 + Y^2)^3 - 2\,c^2\,(X^2 + Y^2)^2 + c^4\,(X^2 + Y^2) - \tfrac{1}{4}\,p^2\,c^4 = 0$$

ove riguardata la funzione $X^2 + Y^2$ quale una incognita, abbiamo una equazione di terzo grado coll'ultimo termine negativo, dunque deve esservi una radice reale positiva, la quale rappresentata per R^2 avremo:

$$X^2 + Y^2 = R^2$$

dunque tutte le sezioni parallele al piano delle x, y sono circolari dunque la pedale è una superficie di rivoluzione.

49. Si prendano a considerare ora l'equazioni generali che sono necessarie per avere la pedale sulle normali, le quali sono:

$$X - x = -M\,f_x', \quad Y - y = -M\,f_y', \quad Z - z = -M\,f_z'$$

$$M = \frac{x\,f_x' + y\,f_y' + z\,f_z'}{f_x'^2 + f_y'^2 + f_z'^2},$$

e queste si applichino primieramente all'ellissoide:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

per la quale avremo:

$$M=\frac{1}{2\left(\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right)}$$

e quindi:

$$X=\frac{x}{a^2}(a^2-2M);\quad Y=\frac{y}{b^2}(b^2-2M);\quad Z=\frac{z}{c^2}(c^2-2M)$$

dalle quali:

$$\frac{x}{a^2}=\frac{X}{a^2-2M},\quad \frac{y}{b^2}=\frac{Y}{b^2-2M},\quad \frac{z}{c^2}=\frac{Z}{c^2-2M}.$$

Se questi valori si sostituiscono nella funzione che dà M, o nella equazione alla ellisse si ottiene nell'uno e nell'altro caso una equazione di sesto grado : ma se rifletteremo che colle formole generali che risolvono il presente problema deve coesistere quella del piano projettante che passa pel centro, la quale è generalmente:

$$X f'_x + Y f'_y + Z f'_z = 0$$

e nel caso attuale:

$$X\,.\,\frac{x}{a^2}+Y\,.\,\frac{y}{b^2}+Z\,.\,\frac{z}{c^2}=0$$

sostituendo avremo.

$$\frac{X^2}{a^2-\theta}+\frac{Y^2}{b^2-\theta}+\frac{Z^2}{c^2-\theta}=0$$

avendo fatto per comodo $2M=\theta$.

Questa equazione di secondo grado rispetto θ, si riduce alla seguente :

$$(X^2+Y^2+Z^2)\theta^2-\left[(b^2+c^2)X^2+(a^2+c^2)Y^2+(a^2+b^2)Z^2\right]\theta+b^2c^2X^2+a^2c^2Y^2+a^2b^2Z^2=0$$

dalla quale:

$$\theta=\frac{(b^2+c^2)X^2+(a^2+c^2)Y^2+(a^2+b^2)Z^2}{2(X^2+Y^2+Z^2)}$$

$$\pm\frac{\sqrt{\left[(b^2+c^2)X^2+(a^2+c^2)Y^2+(a^2+b^2)Z^2\right]^2-4(X^2+Y^2+Z^2)(b^2c^2X^2+a^2c^2Y^2+a^2b^2Z^2)}}{2(X^2+Y^2+Z^2)}$$

e dopo eseguiti i necessarj sviluppi abbiamo i due seguenti valori razionali

$$\theta_1 = \frac{b^2 X^2 + a^2 Y^2 + a^2 Z^2}{X^2 + Y^2 + Z^2}, \quad \theta_2 = \frac{c^2 X^2 + c^2 Y^2 + b^2 Z^2}{X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

Prendendo a considerare il primo valore di θ otteniamo:

$$\frac{x}{a} = \frac{a X (X^2+Y^2+Z^2)}{(a^2-b^2) X^2}; \quad \frac{y}{b} = -\frac{b Y (X^2+Y^2+Z^2)}{(a^2-b^2)(Y^2+Z^2)}, \quad \frac{z}{c} = -\frac{cZ(X^2+Y^2+Z^2)}{(a^2-c^2)(Y^2+Z^2)+(b^2-c^2)X^2}$$

che devono soddisfare l'equazione dell'ellissoide, e perciò si ha per la superficie pedale, la seguente equazione:

$$\frac{1}{(a^2-b^2)^2}\left(\frac{a^2}{X^2} + \frac{b^2 Y^2}{(Y^2+Z^2)^2}\right) + \frac{c^2 Z^2}{[(a^2-c^2)(Y^2+Z^2)+(b^2-c^2)X^2]^2} = \frac{1}{[X^2+Y^2+Z^2]^2}.$$

Se qui facciamo $Z = 0$, $c = 0$ otteniamo:

$$\frac{1}{(a^2-b^2)^2}\left(\frac{a^2}{X^2} + \frac{b^2}{Y^2}\right) = \frac{1}{(X^2+Y^2)^2}$$

ovvero

$$\frac{a^2}{X^2} + \frac{b^2}{Y^2} = \frac{(a^2-b^2)^2}{(X^2+Y^2)^2}$$

la quale coincide con l'equazione avuta per la pedale sulle normali alla ellisse.

Per avere la pedale sulle normali alla iperboloide nelle formole trovate basta porre $-b^2, -c^2$ in luogo di $+b^2, +c^2$ se l'iperboloide è a due falde; e se ad una sola basta mutare $+c^2$ in $-c^2$.

50. Consideriamo ora il paraboloide ellittico di equazione:

$$\frac{z^2}{2p} + \frac{y^2}{2p_1} - x = 0$$

per questo avremo:

$$f'_x = -1, \quad f'_y = \frac{y}{p_1}, \quad f'_z = \frac{z}{p}$$

e quindi

$$X = x + M, \quad Y = y - \frac{My}{p_1}, \quad Z = z - \frac{Mz}{p}$$

le quali danno:

$$x = X - M, \quad \frac{y}{p_1} = \frac{Y}{p_1 - M}, \quad \frac{z}{p} = \frac{Z}{p - M}.$$

Obbligando questi valori a verificare l'equazione del piano projettante si ottiene la seguente:

$$M^2X - [(p + p_1)X - (Y^2 + Z^2)]M - (pZ^2 + pY^2 - pp_1X) = 0$$

che dà

$$M = \frac{(p + p_1)X - (Y^2 + Z^2) \pm \sqrt{N}}{2X}$$

ove è

$$N = (p - p_1)^2X^2 + 2(p - p_1)X(Y^2 - Z^2) + (Y^2 + Z^2)^2$$

ne dedurremo quindi :

$$\frac{y}{p_1} = \frac{2XY}{(p_1 - p)X + (Y^2 + Z^2) \pm \sqrt{N}}, \quad \frac{z}{p} = \frac{2ZX}{(p_1 - p)X + (Y^2 + Z^2) \pm \sqrt{N}}$$

$$x = \frac{(2X - p - p_1)X + (Y^2 + Z^2) \pm \sqrt{N}}{2X}$$

e quando questi valori si obblighino a verificare l'equazione del paraboloide, si ottiene la superficie pedale.

Se il paraboloide è di rivoluzione, essendo allora $p = p_1$, pel radicale non potremo prendere che il segno positivo che altrimenti sono impossibili x ed y, ma in questa ipotesi è :

$$\sqrt{N} = X^2 + Y^2$$

e così avremo

$$x = \frac{X^2 + Y^2 + Z^2 - pX}{2X}, \quad \frac{y}{p} = \frac{XY}{Z^2 + Y^2}, \quad \frac{z}{p} = \frac{ZY}{Z^2 + Y^2}$$

e perchè

$$\frac{z^2}{2p} + \frac{y^2}{2p} = x$$

sarà

$$\frac{2pX^2}{Y^2 + Z^2} = \frac{X^2 + Y^2 + Z^2 - pX}{X}$$

la quale rappresenta una superficie del quart'ordine.

Se qui poniamo $Z = 0$, risulta :

$$\frac{2pX^3}{Y^2} = X^2 + Y^2 - pX$$

ch'è una linea del quart'ordine, come altrove.

51. Passiamo ora alla determinazione delle superficie antipedali, e primieramente del piano dato dall'equazione :

$$ax + by + cz - h = 0 \qquad (1)$$

pel quale l'equazioni generali si mutano nelle seguenti :

$$X = 2x - aM \,, \quad Y = 2y - bM \,, \quad Z = 2z - cM$$

perchè

$$f_x' = a \,, \quad f_y' = b \,, \quad f_z' = c.$$

Ora essendo :

$$x = \frac{X + aM}{2} \,, \quad y = \frac{Y + bM}{2} \,, \quad z = \frac{Z + cM}{2} \qquad (2)$$

ed

$$M = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2 + b^2 + c^2} \qquad (3)$$

Sostituendo nella (3) i valori datici dalle (2) ne risulterà :

$$(a^2 + b^2 + c^2)M^2 + 2\left[aX + bX + cZ - 2(a^2 + b^2 + c^2)\right] M + X^2 + Y^2 + Z^2 = 0 \,, \qquad (4)$$

la quale confrontata colla forma omogenea di secondo grado si ha:

$$A = a^2 + b^2 + c^2 \,, \quad B = aX + bY + cZ - 2(a^2 + b^2 + c^2) \,, \quad C = X^2 + Y^2 + Z^2$$

onde il discriminante :

$$B^2 - AC = 0$$

diventa :

$$\left[aX + bY + cZ - 2(a^2 + b^2 + c^2)\right]^2 - (a^2 + b^2 + c^2)(X^2 + Y^2 + Z^2) = 0$$

che sviluppato ed ordinato dà

$$\left.\begin{array}{l}(b^2 + c^2)X^2 + (a^2 + c^2)Y^2 + (a^2 + b^2)Z^2 - 2abXY - 2acXZ \\ - 2bcYZ - 4(a^2 + b^2 + c^2)(aX + bY + cZ) - 4(a^2 + b^2 + c^2)^2\end{array}\right\} = 0 \qquad (5)$$

la quale rappresenta una superficie di second'ordine.

Se in questa poniamo $Z = 0$, $c = 0$ si ha :

$$a^2Y^2 + b^2X^2 - 2abXY - 4(a^2 + b^2)(aX + bY) - 4(a^2 + b^2) = 0$$

che rappresenta una parabola come altrove.

Se nella (5) si considerano le sezioni principali, esse risultano tante iperboli, e perciò l'antipedale di un piano è un iperboloide.

Se il piano dato fosse parallelo al piano XY l'equazione sua si muta in

$$ax - h = 0$$

onde $b = 0$, $c = 0$, ed allora l'equazione (5) si muta in

$$Y^2 + Z^2 - 4aX - 4a^2 = 0$$

che rappresenta un paraboloide di rivoluzione intorno l'asse X.

52. Sia l'ellissoide :

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1=0 \qquad (1)$$

per la quale abbiamo :

$$f'_x=\frac{2x}{a^2}\,,\quad f'_y=\frac{2y}{b^2}\,,\quad f'_z=\frac{2z}{c^2}$$

e perciò :

$$X=\frac{2x}{a^2}(a^2-m),\ Y=\frac{2y}{b^2}(b^2-m)\,,\ Z=\frac{2z}{c^2}(c^2-m)$$

dalle quali :

$$\frac{x}{a}=\frac{aX}{2(a^2-m)}\,,\quad \frac{y}{b}=\frac{bY}{2(b^2-m)}\,,\quad \frac{z}{c}=\frac{cZ}{2(c^2-m)}$$

e dovendo questi valori verificare la (1) sarà

$$\frac{a^2X^2}{4(a^2-m)^2}+\frac{b^2Y^2}{4(b^2-m)^2}+\frac{c^2Z^2}{4(c^2-m)^2}=1 \qquad (2)$$

Ora essendo generalmente :

$$m=\frac{x^2+y^2+z^2}{xf'_x+yf'_y+zf'_z}$$

otterremo altra funzione dipendente da m, e sarà :

$$2m=\frac{a^4X^2}{4(a^2-m)^2}+\frac{b^4Y^2}{4(b^2-m)^2}+\frac{c^4Z^2}{4(c^2-m)^2} \qquad (3)$$

In ognuna delle due equazioni (2), (3) la m deve ammettere almeno due valori eguali, e perciò ognuna potrebbe servire per la determinazione della superficie antipedale, ma la prima è di sesto grado, e la seconda di settimo, onde per la soluzione sarebbe necessario avere i discriminanti delle forme omogenee a due indeterminate di questi gradi. Per mezzo delle stesse due equazioni si potrebbe giungere alla soluzione del problema anche colla eliminazione della m, ossia col determinare l'equazione di condizione per la loro coesistenza, il che richiederebbe lunghi calcoli : per altro la soluzione è assai semplice quando si adotti l'elegante arteficio dato dal Sig. Cayley : si moltiplichi perciò la (2) per m e si sottragga dalla (3), ed avremo la seguente :

$$m=\frac{a^2X^2}{4(a^2-m)}+\frac{b^2Y^2}{4(b^2-m)}+\frac{c^2Z^2}{4(c^2-m)} \qquad (4)$$

che per m deve ammettere valori eguali. Da questa ordinando per m deduciamo :

$$\left.\begin{array}{l} 4m^4 - 4(a^2+b^2+c^2)m^3 + 6\left(\dfrac{4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)-(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)}{6}\right)m^2 \\ -4\left(\dfrac{4a^2b^2c^2+(b^2+c^2)X^2+(a^2+c^2)Y^2+(a^2+b^2)Z^2}{4}\right)m + a^2b^2c^2(X^2+Y^2+Z^2) \end{array}\right\} = 0 \quad (5)$$

che confrontata colla forma omogenea simigliante di quarto grado ci dà:

$$A = 4\,,\quad B = -(a^2+b^2+c^2)\,,\quad C = \frac{4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)-(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)}{6}$$

$$D = -\frac{4a^2b^2c^2+(b^2+c^2)X^2+(a^2+c^2)Y^2+(a^2+b^2)Z^2}{4}\,,\quad E = a^2b^2c^2(X^2+Y^2+Z^2)$$

i quali valori dovremo sostituire nel discriminante:

$$(3C^2 - 4BD + AE)^3 - 27(ACE - AD^2 - EB^2 - C^3 + 2BCD)^2 = 0$$

e così per l'antipedale dell'ellissoide troveremo l'equazione seguente:

$$\left[3\left(\frac{4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)-(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)}{6}\right)^2 + 4(a^2+b^2+c^2)\left(\frac{4a^2b^2c^2+(b^2+c^2)X^2+(a^2+c^2)Y^2+(a^2+b^2)Z^2}{4}\right)\right.$$

$$\left. + 4a^2b^2c^2(X^2+Y^2+Z^2)\right]^3 = 27\left[\frac{4a^2b^2c^2(X^2+Y^2+Z^2)[4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)]-(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)}{6}\right.$$

$$-4\left(\frac{4a^2b^2c^2+(b^2+c^2)X^2+(a^2+c^2)Y^2+(a^2+b^2)Z^2}{4}\right)^2 - a^2b^2c^2(a^2+b^2+c^2)^2(X^2+Y^2+Z^2)$$

$$-\left(\frac{4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)-(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)}{6}\right)^3$$

$$\left.-2(a^2+b^2+c^2)\left(\frac{4(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)-(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)}{6}\right)\left(\frac{4a^2b^2c^2+(b^2+c^2)X^2+(a^2+c^2)Y^2+(a^2+b^2)Z^2}{4}\right)\right]^2.$$

nella quale è facile riconoscere che dall'uno e dall'altro membro sparisce il termine che corrisponde a $27C^6$, onde la superficie antipedale dell'ellisse risulta del 10° grado.

Se nella (5) si pone $Z = 0$, $c = 0$ si ottiene la stessa equazione che in simigliante ricerca ci ha fornito la ellisse.

Il risultato avuto si trasporterebbe all'iperboloide col solo mutare i segni alle quantità b^2, c^2 quando è a due falde, od alla sola c^2 quando è ad una falda.

53. Sia il paraboloide di equazione :

$$\frac{z^2}{2p}+\frac{y^2}{2p_1}-x=0 \qquad (1)$$

da cui

$$f_x'=-1\,,\quad f_y'=\frac{y}{p_1}\,,\quad f_z'=\frac{z}{p}$$

e così l'equazioni generali diventano

$$X=2x+m\,,\quad Y=2y-\frac{my}{p_1}\,,\quad Z=2z-\frac{mz}{p}$$

dalle quali

$$x=\frac{X-m}{2}\,,\quad \frac{y}{p_1}=\frac{Y}{2p_1-m}\,,\quad \frac{z}{p}=\frac{Z}{2p-m} \qquad (2)$$

dovendo questi valori verificare l'equazione della superficie data, sarà:

$$\frac{pZ^2}{2(2p-m)^2}+\frac{p_1Y^2}{2(2p_1-m)^2}-\left(\frac{X-m}{2}\right)=0 \qquad (3)$$

la quale per m ci dà una equazione di quinto grado.

Si prenda ora l'espressione generale dell'elemento m :

$$m=\frac{x^2+y^2+z^2}{xf_x'+yf_y'+zf_z'}$$

e da questa dedurremo

$$mx=\left(\frac{X-m}{2}\right)^2+\frac{p_1^2Y^2}{(2p_1-m)^2}+\frac{p^2Z^2}{(2p-m)^2} \qquad (4)$$

nella quale in luogo di x va sostituito il suo valore dato in m, il che fatto risulta per m un equazione di sesto grado. Per rendere più semplice la soluzione del presente problema vediamo di applicare l'arteficio analitico del Cayley, e per questo scopo si ponga la (3) sotto la seguente forma:

$$m(X-m)=\frac{p_1mY^2}{(2p_1-m)^2}+\frac{pmZ^2}{(2p-m)^2} \qquad (5)$$

e la (4) si moltiplichi per 2 e sarà:

$$m(X-m)=\tfrac{1}{2}(X-m)^2+\frac{2p_1^2Y^2}{(2p_1-m)^2}+\frac{2p^2Z^2}{(2p-m)^2}\,.$$

Se ora dalla (5) si sottrae la (4) si ottiene:

$$\tfrac{1}{2}(X-m)^2+\frac{p_1Y^2}{2p_1-m}+\frac{pZ^2}{2p-m}=0$$

dalla quale risulta:

$$(X-m)^2(2p_1-m)(2p-m)+2p_1Y^2(2p-m)+2pZ^2(2p_1-m)=0 \qquad (6)$$

Se vengano eseguiti gli sviluppi, e si ordina rispetto m si ha:

$$\left.\begin{array}{l} m^4-4\left(\dfrac{p+p_1+X}{2}\right)m^3+6\left(\dfrac{4pp_1+4(p+p_1)X+X^2}{6}\right)m^2 \\ -4\left(\dfrac{4pp_1X+(p+p_1)X^2+p_1Y^2+pZ^2}{2}\right)m+4pp_1(X^2+Y^2+Z^2) \end{array}\right\}=0 \qquad (7)$$

che paragonata colla solita forma omogenea è:

$$A=1\,,\quad B=-\frac{p+p_1+X}{2}\,,\quad C=\frac{4pp_1+4(p+p_1)X+X^2}{6}$$

$$D=-\frac{4pp_1X+(p+p_1)X^2+p_1Y^2+pZ^2}{2}\,,\quad E=4pp_1(X^2+Y^2+Z^2)$$

e quindi

$$\left[3\left(\frac{4pp_1+4(p+p_1)X+X^2}{6}\right)^2-(p+p_1+X)(4pp_1X+(p+p_1)X^2+p_1Y^2+pZ^2)+4pp_1(X^2+Y^2+Z^2)\right]^2$$

$$=27\left[4pp_1(X^2+Y^2+Z^2)\left(\frac{4pp_1+4(p+p_1)X+X^2}{6}\right)-\left(\frac{4pp_1X+(p+p_1)X^2+p_1Y^2+pZ^2}{2}\right)^2\right.$$

$$-pp_1(X^2+Y^2+Z^2)(p+p_1+X)^2-\left(\frac{4pp_1+4(p+p_1)X+X^2}{6}\right)^3$$

$$\left.+(p+p_1+X)\left(\frac{4pp_1+4(p+p_1)X+X^2}{6}\right)\left(\frac{4pp_1X+(p+p_1)X^2+p_1Y^2+pZ^2}{2}\right)\right]^3$$

che rappresenta la superficie dimandata, e perchè il termine corrispondente a C^6 sparisce dall'uno e dall'altro membro, così il suo grado è inferiore al 12^{esimo}.

Se il paraboloide fosse di rivoluzione alla (6) si dovrebbe sostituire la seguente:

$$(X - m)^2(2p - m) + 2p(Y^2 + Z^2) = 0$$

la quale rispetto m ascende al terzo grado, così che sviluppata ed ordinata ci dà

$$m^3 - 3.\frac{2(p + X)}{3}m^2 + 3\left(\frac{4p + X}{3}\right)Xm - 2p(X^2 + Y^2 + Z^2) = 0.$$

Dal confronto di questa colla forma omogenea simigliante di terzo grado risulta

$$A = 1 , \quad B = -\frac{2}{3}(p + X) , \quad C = \frac{1}{3}X(4p + X) , \quad D = -2p(X^2 + Y^2 + Z^2)$$

e perciò il relativo descriminante sarà :

$$\left[\frac{2}{3}X(p + X)(4p + X) - \frac{16}{27}(p + X)^3 - 2p(X^2 + Y^2 + Z^2)\right]^2 - 4\left[\frac{4}{9}(p+X)^2 - \frac{X}{3}(4p+X)\right]^3 = 0$$

la quale è la superficie antipedale del paraboloide di rivoluzione.

54. Alcune volte la determinazione della superficie antipedale è semplicissima ed indipendente dal solito discriminante nullo. Se per esempio prendiamo a considerare l'equazioni delle superficie pedali sopra i piani tangenti tanto delle ellissoidi ed iperboloidi quanto dei paraboloidi, avremo primieramente per l'equazione data la :

$$f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^2 - (a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2) = 0$$

che deriva dall'ellissoide.

Essendo generalmente

$$X = 2x - f_x'\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xf_x' + yf_y' + zf_z'}\right)$$

$$Y = 2y - f_y'\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xf_x' + yf_y' + zf_z'}\right)$$

$$Z = 2z - f_z'\left(\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xf_x' + yf_y' + zf_z'}\right),$$

e per la particolare equazione della superficie, avendo :

$$f_x' = 4x(x^2 + y^2 + z^2) - 2a^2x$$

$$f_y' = 4y(x^2 + y^2 + z^2) - 2b^2y$$

$$f_z' = 4z(x^2 + y^2 + z^2) - 2c^2z$$

e quindi

$$xf_x' + yf_y' + zf_z' = 4(x^2 + y^2 + z^2)^2 - 2(a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2)$$

la quale si riduce ad :

$$xf_x' + yf_y' + zf_z' = 2(x^2 + y^2 + z^2)^2.$$

Per questa le richiamate equazioni generali si mutano, dopo semplici riduzioni ad :

$$X = \frac{a^2x}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad Y = \frac{b^2y}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad Z = \frac{c^2z}{x^2 + y^2 + z^2}$$

dalle quali si trae :

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = \frac{a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^2}$$

la quale per la data equazione della superficie pedale sopra i piani tangenti, si riduce ad

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = 1$$

che rappresenta una ellissoide.

Nello stesso modo si opererebbe quando per la superficie data si avesse una qualunque delle due seguenti :

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 - (a^2x^2 - b^2y^2 - c^2z^2) = 0$$

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 - (a^2x^2 + b^2y^2 - c^2z^2) = 0$$

le quali portarebbero alla determinazione delle iperboloidi a due, e ad una falda.

Sia finalmente :

$$p_1y^2 + pz^2 + 4x(x^2 + y^2 + z^2) = 0$$

l'equazione della superficie della quale si domanda l'antipedale.

Prendendo le solite derivate parziali di prim'ordine troviamo :

$$f_x' = 4(x^2 + y^2 + z^2) + 8x^2 \; ; \quad f_y' = 2p_1y + 8xy \; ; \quad f_z' = 2pz + 8xz$$

dalle quali risulta

$$xf_x' + yf_y' + zf_z' = 4x(x^2 + y^2 + z^2)$$

e quindi

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xf_x' + yf_y' + zf_z'} = \frac{1}{4x}.$$

L'equazioni generali che danno l'antipedali divengono:

$$X = -\frac{x^2 + y^2 + z^2}{x}, \qquad Y = -\frac{p_1 y}{2x}, \qquad Z = -\frac{pz}{2x}$$

dalle quali

$$\frac{Y^2}{p_1} + \frac{Z^2}{p} = \frac{p_1 y^2 + pz^2}{4x^2}$$

colla quale combinata l'equazione della superficie data, abbiamo:

$$\frac{Y^2}{p_1} + \frac{Z^2}{p} = -\frac{x^2 + y^2 + z^2}{x}$$

e finalmente:

$$\frac{Y^2}{p_1} + \frac{Z^2}{p} = X$$

che rappresenta il paraboloide ellittico.

TROMOSISMOMETRO

DEL P. D. TIMOTEO BERTELLI B.[a]

Le parti principali di questo apparecchio sono tre, cioè 1.° l'*Avvisatore sismoscopico*; 2.° l'*Isosismometro*, per tutti i moti orizzontali, siano grandi o minimi; 3.° l'*Ortosismometro* per gli stessi moti verticali (1).

I. L'Isosismometro si compone primieramente di un pendolo P, ben centrato e regolare, sostenuto da un lungo filo di rame rincotto ed assai flessibile; tenace solo quanto basta a reggere il peso (2). Il pendolo è munito, all' estremità conica inferiore di una vite la quale porta un punto di mira *m*, collocato sull'asse geometrico del pendolo, che passa pel centro di gravità e nel prolungamento del filo di sospensione. A tal fine i punti d'attacco di questo sono costruiti colle medesime cautele del pendolo di Foucault. Il punto di mira *m* (per l'osservazione dei moti *microsismici*) è determinato dall' intersezione di due linee sottilissime rischiarate o colla luce del giorno o con una lanterna (3) per mezzo di uno specchietto concavo, come nei microscopi. Questo specchietto basta regolarlo una volta per sempre, mantenendo fissa la posizione del mezzo illuminante.

---

(1) Spiego il mio apparecchio secondo le ultime modificazioni e perfezionamenti che l' esperienza in questi anni mi ha suggerito, e quale ora si costruisce all'Officina Pelli di Firenze (Viale militare n.° 12) per alcuni Osservatorii d'Italia. Nel mio primo sismometro, la parte spettante ai moti microsismici, cioè il *Tromometro* (misuratore del tremollo del suolo) era distinta dal *Isosismometro* e dall'*Ortosismometro*, destinati soltanto alla valutazione dei moti sismici più grandi (da un millimetro in su) *orizzontali* o *verticali*. Ora, per alcune speciali ragioni, avendo ridotto ciascun istrumento ad indicare e valutare insieme tanto i veri terremoti quanto le vibrazioni microsismiche, chiamo complessivamente il mio apparecchio *Tromosismometro*, ritenendo poi a ciascuna delle sue parti le denominazioni di prima. Quanto ai moti microsismici (che così chiamo per ora, unicamente per la somiglianza di forma che manifestano con quelli dei veri terremoti, qualunque ne sia la causa) quando pubblicherò le curve giornaliere di questi moti, recherò anche nuovi argomenti a fine di mostrare la realtà dei medesimi e per iscioglière le obiezioni che ora, come in passato, si sono prodotte per negarli o attribuirli a cause puramente accidentali e locali. Quanto poi agli istrumenti stessi, che qui descrivo, non intendo sminuire punto il merito di priorità, che per avventura ad altri potesse appartenere riguardo ad alcuna parte dei medesimi, nè di proporre esclusivamente il mio apparecchio come il migliore, professando io tutta la stima agli eminenti fisici, i quali hanno finora proposto altre specie di Sismometri assai ingegnosi e pregevoli, come la conservo per tutti quelli altresì, i quali, per amore della scienza, hanno opposto qualche difficoltà alle mie osservazioni.

(2) La parte esteriore o scatola del pendolo essa è di ottone, tornita con esattezza esternamente ed internamente, e così la forma massiccia di piombo che contiene. Tutto insieme il pendolo pesa chilogrammi 3,400. Da questo e dalle parti degli altri istrumenti è escluso ogni metallo magnetico, per evitare qualunque influenza del magnetismo locale o terrestre, e poter collocare anche, volendo, l'apparecchio negli Osservatorii magnetici. Queste cautele, in tal caso, si usano pure per il sostegno del pendolo, come dirò in fine.

(3) La lanterna illumina l'istrumento dal di fuori della vetrata esteriore, e non si usa che al momento dell'osservazione.

Alla distanza di 2 centimetri circa, e verticalmente al di sotto del punto *m* di mira (Fig. 1.ª) corrisponde un prisma triangolare rettangolo di cristallo, sull'ipotenusa del quale si riflette orizzontalmente per entro il microscopio CMO l'immagine della curva microsismica descritta dal punto *m*. Al fuoco dell'oculare O (che sporge dalla campana H, è fissata internamente al tubo stesso una scala di decimi di millimetro incisa sul vetro e capace delle massime escursioni microsismiche del pendolo. Essa inoltre è spartita centralmente da una traccia più lunga delle altre, e questa è pure intersecata ad angolo retto da un filo micrometrico. Questo crocicchio, confrontato colle linee dell'altro della mira *m*, fa conoscere, 1.º se vi è stato spostamento in senso rotatorio, o se vi è moto di rotazione nel pendolo; 2.º comparando i punti d'intersezione dei due crocicchi si rileva pure lo spostamento, se vi è, dalla verticale. Per valutare poi quanto sia questo spostamento o verso qual rombo, e così a fine di avere l'ampiezza e direzione dell' asse maggiore, o di qualunque altra parte della curva microsismica, si fa ruotare l'oculare O in modo che la scala riesca parallela ai punti dello

Fig. 1.ª

spostamento stesso osservato. Un indice I fisso al tubo oculare O, e che ruota con esso, segna sopra la rosa dei venti, tracciata sopra un disco D (il quale è esternamente masticciato alla campana H) quel rombo, che nel piano dell'orizzonte locale, corrisponde allo spostamento del punto *m* osservato nel campo del microscopio, e che si può valutare fino ad $\frac{1}{100}$ di millimetro per approssimazione. L'oculare del microscopio, come ho detto, riesce all'esterno della campana a grossi cristalli (1), che chiude ermetica-

(1) Nondimeno il microscopio si può a piacimento sciogliere dal contatto della campana, allentando cioè la vite che lo stringe al disco D, e ciò per assicurarsi da ogni supposta vibrazione.

mente tutto il resto dell'istrumento, compreso il pendolo fino al suo punto di sospensione. Questa disposizione presenta diversi vantaggi: 1.º si può fare l'osservazione e prolungarla sufficientemente senza influire punto nei moti del pendolo sia con movimento d'aria, sia coll'azione calorifica della persona o del lume (1); 2.º In un colpo d'occhio si vede con maggior facilità, chiarezza e precisione tutta per intero la curva sismica attuale e si può tener dietro alle successive modificazioni che spesso in brevissimo tempo subisce; 3.º Allungandosi o accorciandosi il pendolo (2) per azione termica, non si ha che a muovere leggermente l'oculare, senza bisogno di cambiar di livello l'istrumento; 4.º con un filo scaricatore, messo in comunicazione col suolo, esso si può liberare da ogni effetto d'induzione elettrica ecc.

Questa è in breve la parte dell' Isosismometro che serve all' osservazione dei moti microsismici orizzontali, i quali, per l'esperienza che assai volte ne ho preso in tre anni, non arrivano mai nel mio pendolo ad un millimetro. Pei moti orizzontali maggiori, cioè pei veri terremoti, che a *pianterreno* (3) danno al pendolo stesso un'oscillazione che eguaglia o supera un millimetro, valgono le altre parti dell'istrumento che ora descrivo.

A circa metà dell'altezza del pendolo cilindrico P (Fg. 1.ª) corrispondono orizzontalmente otto fili rigidi di argento *a* (Fig. 1.ª e 2.ª) disposti ed orientati (1) secondo la rosa dei venti principali, e che sono assai scorrevoli ciascuno in due fori a sguscio, fatti in due ritti *f* ed *f'*. Allo stato normale questi otto indi-

Fig. 2.ª

(1) Però anche nel mio primo modello quest'influenza era piccolissima, prolungando pure l'osservazione, ed impercettibile facendola con celerità, e con alcune altre cautele.

(2) Usando di un filo di rame rincotto e gravato prima di un peso alquanto maggiore del pendolo, il filo da prima si allunga fino ad un certo limite, che poi conserva con piccolissime variazioni, per le quali vi ha pure qualche compensazione nel sostegno metallico del punto di sospensione che si dilata e restringe in senso inverso. Oltre a ciò il filo così stirato (probabilmente per effetto della disposizione che prendono le sue molecole) non presenta moto di torsione che sia apprezzabile.

(3) Riguardo all' ampiezza, e spesso anche quanto alla direzione, e in generale riguardo agli effetti dinamici, vi ha gran divario fra la traccia dei moti sismometrici osservati a pianterreno e quelli dei medesimi, ai piani più o meno elevati in uno stesso edificio, o in altro fabbricato anche vicino, che abbia diversa altezza, orientazione e costruzione, di che produrrò a suo tempo prove indubitate. Questa differenza, posti ancora giusti al possibile ed uniformi i mezzi di osser-

ci per la loro estremità che è rivolta al pendolo, distano tutti dalla superficie laterale del medesimo di $\frac{1}{2}$ millimetro, o anche meno, potendosi regolare la distanza a piacimento come si dirà. Al sopravvenire di una scossa, siccome per ragione d'inerzia e pel tempo che si richiede alla comunicazione del moto, è prima la terra a muoversi che non la massa pendolare, così contro la superficie laterale del pendolo, (il quale in quell'istante è ancora fermo) viene ad urtare l'uno o l'altro degli otto indici *a*; di questi, restano relativamente spostati di più quelli che corrispondono alla parte dell' orizzonte d' onde è venuta la impulsione terrestre, secondochè la esperienza m'ha costantemente dimostrato (2) ciò che è pure conforme alla teoria. Il valore in millimetri e decimi dello spostamento di ciascuno degli otto indici è dato da un nonio *n* (congiunto a ciascuno degli indici) sotto il quale corrisponde una scala *d* divisa in millimetri. Però, come ho detto, ciascun indice è già spostato di $\frac{5}{10}$ di millimetro, a fine di lasciar libero il pendolo pei moti microsismici (3). Questo spostamento normale da farsi si regola così: Da prima essendo gli indici tutti allontanati dal contatto del pendolo (Fig. 1.ª) si serra questo sulla linea a piombo per mezzo di tre viti V, V', V'', che sono obliquamente disposte al di sotto del pendolo (e in questa operazione si giova ancora dell'aiuto del microscopio sottoposto). Ciò fatto con un pezzetto di carta molleggiante si pigia ciascuno degli otto indici (Fig. 1.ª e 2.ª) finchè riescano a contatto del pendolo, e poi si serra pure ciascuno di essi con la viterella *v'*. Allora si fa ruotare l'altra vite *v*, di quella frazione di millimetro che si vuole, secondo

---

vazione, pare dipenda dai moti susseguenti assai vari che prende a diverse altezze, ciascun fabbricato, considerato come un complesso di altrettante leve o molle oscillanti di diversa lunghezza, elasticità, massa contrasto o rinsacco d'onda rispetto alla maggiore o minore ampiezza, velocità e varia direzione delle impulsioni sismiche terrestri. Del resto per quanto è stato osservato da me e da altri non pare che la traccia avuta a pianterreno con un pendolo lungo superi in ampiezza 1 centimetro anche per forti terremoti. In quelli del 1873 qui arrivò appena ad $^1/_4$ di centimetro, e in quei del 1870 a Forlì giunse a 7 o 8 millimetri. Nel mio istrumento ritengo di essermi tenuto al sicuro computando a 4 centimetri la massima escursione del pendolo.

(1) A questo fine il cerchio che porta le otto guide degli indici si può ruotare indipendentemente dal resto del piede dell'istrumento: così due degli indici diametralmente opposti, ridotti a corrispondere a piombo ad una traccia meridiana fatta sul piedistallo, tutti gli altri indici resteranno pure orientati. La traccia meridiana si può fare anche colla bussola, tenuto conto della declinazione magnetica locale.

(2) A meglio rilevare l' *azimut* dell' impulsione principale e delle secondarie angolari, e in quale ordine di tempo si sono succedute, giovano anche le indicazioni dell'*Avvisatore*, come dirò fra breve.

(3) In questi minimi moti ogni più piccolo impedimento (anche la stessa coesione ed adesione dei liquidi, come ho sperimentato) è nocivo, trattandosi di un numero grandissimo di moti microscopici successivi, per ognuno dei quali si ripete l'ostacolo, per quanto tenue esso sia.

che viene dimostrato dal nonio d' e dalla scala n', posti presso la base della guida. Messi così tutti gli otto indici ad egual distanza dalla superficie laterale del pendolo, si disserrano essi, perchè siano liberi a scorrere, allentando le viti v'. L'operazione quì descritta si fa soltanto la prima volta che si posta l'istrumento, e così dopo una qualche scossa a fine di rimetterlo in sesto. Del resto il minimo e costante spostamento, che ho detto, degli otto indici, non toglie di poter valutare un trascorrimento maggiore nei medesimi, quale appunto, secondo l'esperienza, si trova generalmente, dal più al meno, in tutti gli indici nel caso di veri terremoti (1). La lettura poi dell'ampiezza del movimento si fa con facilità, essendo le scale ed i noni incisi sopra ambe le faccie inclinate di un prisma triangolare. Da ultimo confrontando fra loro i numeri che rappresentano sia lo spostamento di ciascun indice nel suo rombo corrispondente, sia quei che si ottengono dalla somma degli spostamenti stessi negli indici diametralmente opposti, si rileva, 1.° secondo quali piani principali ha avuto luogo il moto sismico, 2.° da qual punto dell' orizzonte è provenuto, 3.° di quanto e in che direzione è stato, durante il moto stesso, lo spostamento del pendolo dalla verticale. Esporrò quì sotto in nota (2) come

(1) La traccia sismica, secondochè rilevo dalle curve dei terremoti che sinora si sono quì avvertiti, come pure da quelle del Prof. Riatti pei terremoti di Forlì nel 1870, ed inoltre da quanto hanno notato altri osservatori, è una curva irregolare o quasi stellare, per ragione, credo io, del rapido succedersi delle impulsioni sismiche in direzioni angolari, le quali si compongono col moto già concepito dal pendolo dopo la prima impulsione. Ciò si verifica anche assai spesso nelle curve microsismiche giornaliere. Nei pendoli corti, attesa l'ampiezza esagerata che essi pigliano per rinsacco d'onda, e anche in generale nei pendoli che lasciano la traccia del terremoto sulla polvere, difficilmente si rileva la forma stellare, restando essa come mascherata dai successivi movimenti ellittici o circolari che fa il pendolo prima di rimettersi in quiete.

(2) Prendo ad esempio il piccolo terremoto del 17 Settembre 1873, quale fu quì segnato dall'Isosismometro alle 8,30 pom. (t. m. di Roma). In questo si ebbero negli otto indici gli spostamenti seguenti (Fig. 3ª), espressi in decimi di millimetro: N=10; S=9; E=10; O=7. NE=9; SO=4; NO=6; SE=5, Ora se, disegnata la rosa dei venti, come qui appresso, si riportano sopra ogni rombo, a partire dal centro A i numeri sopra indicati, espressi in scala maggiore (p. e. di 2 millimetri per ogni unità dei medesimi) e poi si riuniscono i punti estremi con una poligona convessa, si avrà la traccia sismica complessiva. Da questa si rileva facilmente, nel caso nostro, che dai punti N ed E dell'orizzonte sono venute due impulsioni principali ortogonali fra loro, ed una intermedia NE, dovuta probabilmente a composizione di moto. Inoltre si scorge la deviazione della verticale A durante il moto sismico, non essendo eguali fra loro gli spostamenti a destra e a sinistra di A in ciascuna diagonale. Lo spostamento complessivo della traccia indica che la risultante delle impulsioni per noi derivò dal 1° quadrante. Infatti per

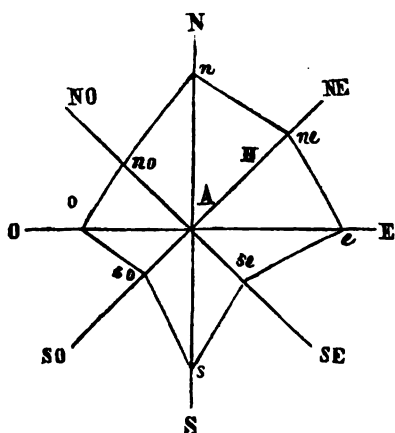
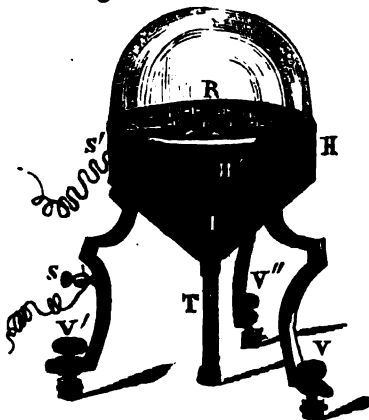



Fig. 3.ª

io ottenga anche graficamente queste indicazioni, recando ad esempio uno dei piccoli terremoti che quì furono avvertiti nell'anno scorso.

Noto ancora da ultimo che tutto l'Isosismometro (Fig. 1.ª) è sostenuto e livellato da tre viti X X' X'', e queste regolate e serrate per mezzo di viterelle nella cavità di tre dadi fissati sul piano del marmo o di pietra del piedistallo, e che inoltre le tre viti oblique V, V', V'', colle loro estremità rivestite di avorio, hanno pure per ufficio di sorreggere il pendolo, se mai cadesse per la rottura del filo di sospensione. Inoltre, perchè in qualche circostanza questo istrumento possa servire altresì da Avvisatore sismico, anche pel caso di un lento moto o spostamento passeggero dalla verticale, come quì alcuna volta è stato osservato, il pendolo P ha di faccia agli otto indici una zona inargentata a fine di assicurare il contatto elettrico, e tanto al piede dell'istrumento che al punto di sospensione del pendolo stesso vi sono serrafili, i quali possono servire a chiudere un circuito elettrico con una pila ed una soneria.

Fig. 4.ª

II. L'Avvisatore sismoscopico (Fig. 4.ª) dà indizio anche di piccolissimi moti orizzontali o verticali per mezzo di una soneria elettrica: esso mostra pure da qual parte dell'orizzonte, e con quale ordine si sono succedute le impulsioni orizzontali di uno stesso terremoto, non che il tempo della prima scossa. Al primo ufficio servono otto leve orizzontali L, p, p' (Fig. 5.ª e 6.ª) disposte in giro secondo gli otto venti principali, mobilissime soltanto nel senso della loro lunghezza, all'estremità delle quali ciascuna di esse porta in basso due punte di platino p, p': vicinissima a queste punte (e più o meno a piacimento) sta una superficie di di mercurio *m*, contenuto in un bacinetto di vetro *h m h'*. Sopra di questo, serrata alla scatola esteriore HH' (Fig. 4.ª), posa una stella d'ottone S (Fig. 6.ª) destinata a mettere in un solo contatto elettrico le otto leve colla scatola col suo piede e con un serrafili *s* mentre un altro serrafili *s'*, isolato dalla scatola HH', è in comunicazione soltanto col mercurio. La vite isolata R, fatta a

mezzo del *poligono delle forze* si trova per l'appunto che da H in A sarebbe la direzione del moto composto. Si noti che questo terremoto si manifestò specialmente nell'alta Italia e più nel Bellunese, che, riguardo a noi, giace presso a poco in quella direzione.

Fig. 5.ª

Fig. 6.ª

N

S

spire assai strette, per mezzo di una pelle *f* (Fig. 5.ª) posta al fondo del bacinetto, regola anche il livello del mercurio. I due serrafili *s*, *s'* fanno parte del circuito del filo elettrico che congiunge una pila di pochi elementi Daniell modificati (1), una sonerìa elettrica, ed un rocchetto, il quale ha l'ufficio di arrestare, ovvero di mettere in moto un orologio. Il circuito elettrico però si compie soltanto quando ad una oscillazione orizzontale o verticale del suolo (anche così piccola da passare altrimenti inavvertita) il mercurio si increspa leggermente, e le leve L (Fig. 5.ª e 6.ª) oscillano con un moto esagerato, come avviene pure (per effetto di rinsacco d'onda) in tutti i pendoli assai corti: allora la corrente elettrica agisce sull'orologio, e mette in moto la sonerìa. Questa però non si scarica tutta, ma rimane ancora pronta a dare altri segni, nel caso che a brevi intervalli di tempo sopravvenissero altre scosse (2). Nel mio primo Av-

(1) Gli elementi che io uso hanno l'altezza di 2 decimetri circa ed in essi, invece di vaso poroso, pongo soltanto un cartoccio di lastra di rame, chiuso anche in fondo come un bicchiere, e coll'orlo superiore più basso di circa tre dita del vaso di vetro esterno della pila. In esso pongo da prima dei cristalli di solfato di rame, e poi verso acqua acidulata dentro e fuori, sinchè questa superi l'orlo del cilindro di rame e giunga a poco meno di un dito dall'orlo del vaso esteriore. Cessata l'ebollizione dello zinco la pila è in ordine, e non rimane che a rifondere in essa ogni tanto un po'di acqua comune, ed aggiungere una volta al mese qualche cristallo di solfato di rame. Dopo aver provato diversi sistemi, questo è quello che per me trovo più comodo, economico e sicuro.

(2) Si potrebbe ancora, volendo, ottenere per approssimazione la durata di ciascuna di esse e l'intervallo di tempo fra l'una e l'altra, per mezzo delle impressioni fatte sopra un cilindro ruotante ecc. Ma io non ho voluto per ora complicar troppo il meccanismo; potrebbe però servire anche un telegrafo Morse, tenendo conto del tempo che esso impiega a svolger la carta.

visatore (che pure ha servito regolarmente ad indicare tutti i piccoli terremoti che si sono avuti) io non usava che della punta di una vite fissa che faceva riuscire vicinissima alla superficie del mercurio (1). Ora per accrescerne a piacere la sensibilità e la sicurezza sarebbe bastato anche un solo corpo metallico esteso oscillante, invece dell'antica vite fissa. Nondimeno mi sono determinato ad usare otto leve per ottenere ancora da esse l' altra utilissima indicazione che ho detto da prima; ed ecco in qual modo: Ciascuna delle otto leve (Fig. 5.ª e 6.ª) è formata da una palluccia L di piombo verniciata, sospesa per un orecchietta d'ottone ad una staffa traversata da un asse sottile. Sotto la palluccia passa orizzontalmente un filo di platino *opp'* (Fig. 5.ª), il quale presso l'orlo della scatola è terminato a gruccia *op*, ed all'altro capo interno a semplice squadra, coll'estremità *p'* rivolta in giù. La punta o speroncino superiore *o* che è presso il lembo *h* del bacinetto sta rivolto obliquamente all'insù verso un incavo nel quale sull' orlo del bacinetto di vetro posa una palluccia d' avorio *n*: quello speroncino, all'oscillare della leva, prende pur esso un moto rotatorio, pel quale la pallina urtata lateralmente, viene cacciata dal suo nicchio, e cadendo in un condotto sottoposto *cc'c''*, compreso fra alette che separano le due superficie interne di un doppio imbuto, si precipita al fondo del tubo T, di diametro poco superiore a quello delle palline. Queste poi sono tutte contrassegnate dal rombo del vento al quale appartengono, e così l'ordine successivo nel quale esse si troveranno poi sovrapposte le une alle altre entro il tubo T, indicherà l'ordine e la direzione delle impulsioni successive del suolo. Supponiamo per esempio che la prima scossa sia da Nord a Sud, la prima pallina in fondo al tubo sarà *n*, e poi *s*: e se durante lo stesso moto sismico sopravviene un' altra ondulazione da Est ad Ovest, le palline nel tubo si troveranno disposte nell'ordine *n*, *s*, *e*, *o* ecc. Benchè questo metodo possa, da solo, presentare in pratica qualche dubbio e difficoltà, per ragione della complicazione dei moti sismici, tuttavia per la sua semplicità non l' ho voluto omettere come mezzo di riprova delle indicazioni dell'Isosismometro (2), tanto più che se vi sono stati scuotimenti un po' no-

(1) L'idea di questo Sismoscopio e la sua sensibilità mi fu gentilmente indicata dal chiarissimo Sig. Professor Vincenzo Riatti, il quale in occasione dei famosi terremoti delle Romagne fece côl suo Sismometro a Forlì degli studi importantissimi, i quali, se fossero pubblicati, riuscirebbero di molto vantaggio alla scienza. Avverto però che alla necessaria sensibilità dell'istrumento si richiede che il mercurio sia ben purgato ed asciutto.

(2) Nel mio primo modello, usato sinora, oltre la vaschetta a mercurio, che ho detto sopra, per ottenere l' azimut e il piano generale della sola prima impulsione mi prevalsi del principio dell'esagerazione di moto de' pendoli assai corti, che mi fu suggerito dal chiarissimo Professore P. Filippo Cecchi delle Scuole Pie, Direttore dell' Osservatorio Ximeniano di Firenze, e che è

tevoli in senso verticale, questi rimangono segnati dagli indici dell'Ortosismometro, che ora passo a descrivere. Noto da ultimo, riguardo all'*Avvisatore*, che esso è sorretto e livellato da tre viti V, V', V'' (Fig. 4.ª) poste ai tre piedi del medesimo, e superiormente è riparato dalla polvere, dall'umidità e dall'aria da una campanella di vetro C. Per mettere in assetto la prima volta l'*Avvisatore* basta porre in circuito coi serrafili una bussola galvanometrica, o una piccola sonerìa ordinaria. Girando lentamente le viterelle *v* (Fig. 5.ª), le quali regolano verticalmente le staffe delle leve, si abbassano queste quanto occorre sinchè le loro punte di platino giungano appena al contatto del mercurio, come subito si riconosce dal moto dell' ago magnetico, ovvero dalla sonerìa; quindi si rialzano esse solo quanto basta a interrompere il circuito elettrico, quando si voglia ottenere l' avviso delle più piccole oscillazioni: d' ordinario però giova tenere una distanza alquanto maggiore pei terremoti comuni, anche piccoli, affinchè la sonerìa non disturbi per un nonnulla gli abitanti. Dopo avere una prima volta regolato l'istrumento, rispetto alle leve, la distanza del mercurio si può variare a gradi piccolissimi girando solamente la vite R, la quale alza o abbassa la pelle *f* della tubulatura che trovasi al fondo del bacinetto di vetro *h m f*.

III. L' *Ortosismometro* serve, come ho accennato, allo studio della componente verticale del moto sismico, cioè ai moti così detti sussultori del suolo, siano essi grandi o piccoli. Quanto a questi ultimi si sarebbero potuti osservare anche col solo Isosismometro, recando al medesimo alcune piccole modificazioni. Ma poichè queste avrebbero forse potuto nuocere alla precisione, almeno riguardo alla delicatissima ed importante ricerca delle deviazioni del

conforme al metodo usato dall' egregio mio confratello il P. Cavalleri nel suo ingegnoso Sismometro. Sospesi ad un filo sottile di seta cruda, lungo mezzo centimetro, un pendolino, dal quale in basso esce la punta di uno spillo che vi è contenuto. Per mezzo di una viterella che sostiene il pendolino si regola l'altezza di esso in modo che la punta d'ago riesca appena di mezzo millimetro discosta dal vertice di un piccolo cono sottoposto, alla base del quale è un orliccio con della polvere, segnato colla rosa dei venti. Una perletta di vetro forata o margheritina è posta sul vertice del cono in modo da ricevere nel suo foro la punta d'ago del pendolino, senza però che essa tocchi il cono: alla prima impulsione orizzontale, anche piccola, il pendolino sbalza rotando verso la parte d'onde il moto proviene, e per la forza centrifuga, oltre il suo proprio peso, la perletta si sfila dalla punta dell'ago e cade nella polvere alla base del cono, dove così segna il rombo del terremoto accaduto. Un altro sismoscopio assai delicato è stato costruito recentemente dal Sig. Conte Antonio Malvasia di Bologna, ed ha già indicato ivi due leggerissime scosse nel 26 e 27 gennaio 1874, che altrimenti sarebbero passate inavvertite. Dal medesimo io ebbi l'idea della leva oscillante e della palluccia per segnare l'*azimut* del moto sismico, alla quale poi aggiunsi il contatto elettrico, l'imbuto ed il tubo per la successione delle scosse, come ho accennato sopra. Del resto lo studio sperimentale che ho potuto fare sinora di diversi terremoti e di moltissimi moti microsismici, oltre quello che è stato notato già dal chiarissimo Professore M. S. De Rossi e da altri, mi ha convinto (come ho già avvertito sopra) che anche in uno stesso scotimento di terra si manifestano d' ordinario (più o meno sensibili) delle onde successive in direzioni angolari (V. la Fig. 3.ª) dalle quali deriva un moto composto rotatorio nel pendolo. Giova quindi non solo per la prima impulsione, ma anche per le seguenti, poter avere l'*azimut* e l'ordine di successione delle medesime.

filo a piombo dalla verticale, così, a togliere ogni dubbio, ho pensato invece di riunire nel solo Ortosismometro tutto ciò che riguarda il moto verticale. Ecco le parti principali del medesimo:

Fig. 8.ª Fig. 7.ª

Una lunga spirale (Fig. 7.ª) S contenuta in un tubo I (non però a contatto di esso) sostiene un pendolo cilindrico P, del peso di un chilogrammo, il quale mentre è affatto libero per le piccole oscillazioni verticali, può appena muoversi lateralmente, non solo perchè impedito dalla superficie interna del tubo I, ma anche da tre colonnette fisse C, C′, C″ le quali in cima portano tre viti orizzontali v, v', v'' colla loro estremità pochissimo discosta dalla superficie del pendolo. Esse inoltre hanno l'ufficio di sorreggerlo per l'orlo o cercine c, se mai cadesse per la rottura della spirale, e di serrarlo, quando occorre, nella sua giusta e naturale posizione verticale di equilibrio. Sotto il pendolo, e nel prolungamento del suo asse verticale, è fissato un cilindretto di vetro diviso in decimi di millimetro per un estensione di 4 centimetri, lunghezza sufficiente a comprendere (per quanto ho potuto rilevare) le maggiori oscillazioni verticali che si abbiano a *pianterreno*, che siano *valutabili* (1). Su questo tubetto graduato sono scorrevoli, con dolce molleggio, due lunghi indici orizzontali i i' (Fig. 8.ª), i quali quando poggiano sulle corrispondenti

facce parallele s, s' del diaframma *o s* corrispondono ciascuno allo *zero* di due graduazioni in decimi di millimetro, l'una ascendente, l'altra discendente, incise nel cilindretto stesso. Il livellamento e centramento di tutto l'apparecchio si ottiene per mezzo delle viti verticali V, V', V'', e delle altre laterali x dei dadi sottoposti. L'altezza conveniente, e le correzioni successive che occorresse di fare per la dilatazione termica e restringimento della spirale, si ottengono girando l'anello della madrevite M, che fa salire o scendere il tubo superiore T entro la cavità dell'inferiore T' (2): col tubo T si muove insieme il diaframma *o s* ed il microscopio NO. Questo porta al foco dell'oculare una croce di fili micrometrici, dei quali l' orizzontale da prima si fa coincidere con uno degli zeri della graduazione, e l'altro serve ad indicare se il pendolo è sulla verticale. Assicurate queste condizioni nel pendolo libero, si serra questo girando lentamente le tre viti v, v', v'', le quali corrispondono al piano geometrico orizzontale che passa pel centro di gravità del pendolo stesso. Allora essendo questo impedito da ogni movimento, ed il diaframma *os* colle sue due facce s, s' sugli zeri delle due graduazioni ascendente cioè e discendente, si pigiano i due indici i, i' fino ad aderire ciascuno alle superficie s, s'. Quindi, guardando nel microscopio, si gira lentissimamente l'anello M a destra e poi a sinistra tanto che basti a spostare dallo zero i due indici di mezzo millimetro, o anche meno a piacimento. Ciò fatto si disserrano delicatamente le viti v, v', v'', e dopo essersi assicurati col microscopio che il filo orizzontale del micrometro sia alla sua posizione, l'istrumento è in assetto per l'osservazione di ogni specie di moto sismico verticale.

Il piccolo spostamento degli indici i, i', che ho detto, è necessario per lo studio dei moti microsismici verticali, per le stesse ragioni già recate di sopra riguardo agli orizzontali. Del resto per mezzo del filo micrometrico orizzontale fisso è assai facile riconoscerli e valutarli (fino a $\frac{1}{100}$ di millimetro) riferendoli a quella linea, come ad un indice. Quanto poi alla componente verticale, o moto sussultorio dei terremoti sensibili ne viene indicata

(1) Dico questo perchè nei piani superiori l'elasticità dei palchi (in alcuni punti dei quali si producono realmente *nodi* e *ventri* di vibrazione, come ho provato) ed altre cagioni, altrove accennate, possono influire ad amplificare i moti naturali sussultori: inoltre escludo il caso eccezionale della ruina del fabbricato, ciò che renderebbe impossibile l'osservazione. Avverto ancora che taluni moti esagerati avvengono anche a pianterreno nella superficie dei liquidi, non solo per effetto di sincronismo d'onda colle vibrazioni sismiche, ma anche per rimbalzo sulle pareti del recipiente.

(2) Anche in questo Istrumento la dilatazione lineare *verticale* può essere in parte compensata dalla dilatazione inversa del sostegno verticale metallico del punto di sospensione del pendolo, e la rotazione termica di una metà della spirale, viene compensata da quella dell'altra metà, la quale appositamente è fatta a spira inversa. Nondimeno per la prima collocazione dell'istrumento, e in ogni altra occorrenza, vi è ancora alla parte superiore del pendolo una controvite, che serve a fissare alla sua giusta posizione prospettica il pendolo stesso, e per regolare l'altezza vi ha pure una vite al punto superiore di sospensione della spirale.

l'ampiezza dalla somma dei numeri di divisioni (e frazioni) delle due graduazioni inferiore e superiore. Quella inoltre di queste due somme che mostra uno spostamento maggiore relativamente all'altra, segna altresì (a quanto finora mi risulta dall'esperienza) da qual parte, se cioè da *zenit* ovvero da *nadir*, sia provenuta la prima impulsione sussultoria (1). Osservo da ultimo che tutto l'ortosismometro è chiuso da una vetrina, dalla quale sporge l'oculare del microscopio come nell'Isosismometro. In entrambi il tubo che racchiude i fili di sospensione si può sfilare dalla vetrina, essendo esso diviso in due pezzi scorrevoli l'uno nell'altro come nei cannocchiali.

COLLOCAZIONE DEL TROMOSISMOMETRO

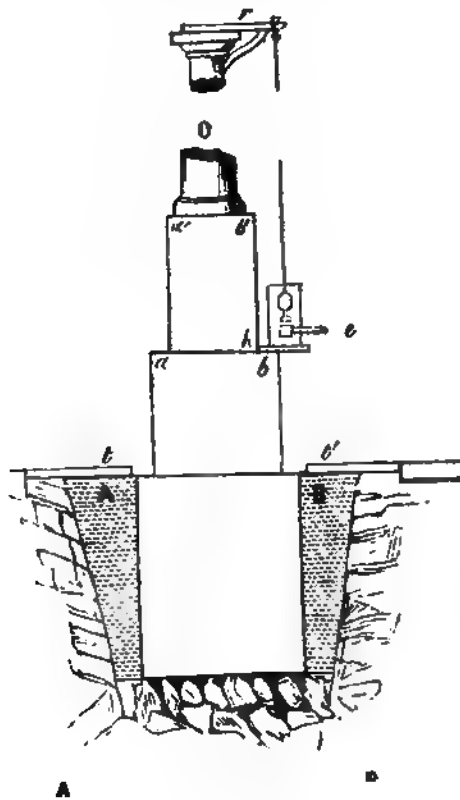
Questo istrumento, per la parte che spetta allo studio dei moti microsismici e della deviazione della verticale, richiede naturalmente alcune speciali cautele intorno alla sua collocazione, le quali ora brevemente accenno.

Per le ragioni che ho già dette innanzi, l'istrumento non può collocarsi che a pianterreno ovvero in un sotterraneo (asciutto), ciò che, potendo, sarebbe certamente preferibile. Ad ogni modo bisogna innanzi tutto assicurarsi che nel posto ove vuolsi fondare il piedistallo del *Tromosismometro* non vi sieno cavità sotterranee o sostruzioni murarie che faccian corpo colle pareti dell'ambiente e coi volti delle cantine, ed oltre a ciò che sull'istrumento non battano mai direttamente i raggi solari. Potendo scegliere, è utile (a pianterreno) preferire gli ambienti interni e più riparati dalle vibrazioni locali, dai rapidi cangiamenti di temperatura e dalle correnti d'aria.

Per assicurarsi se vi sia, o no alcun piccolo tremolìo nel luogo da scegliersi alla collocazione dell'istrumento proporrei di fare ivi questo facile saggio: Con un lungo palo di ferro si pratica nel terreno un foro alquanto profondo che si allarga poi man mano che si affonda svettando in giro il palo stesso. Quindi tolto questo, in luogo suo si conficca nel buco stesso un palo di legno un pò più stretto del primo e che in basso sia terminato in punta, ed in cima porti una tavoletta. Il vano poi che rimane nel buco intorno all'asta, si lascia del tutto libero, e sulla tavoletta si pone una vaschetta qualunque di mercurio, la quale, come specchio, rifletta a distanza l'im-

(1) Nel mio primo modello mi era proposto d'isolare le due componenti verticali ed orizzontale della prima impulsione sismica dalle susseguenti, e quindi dedurre in ampiezza e direzione, le risultanti parziali dei diversi luoghi di osservazione, a fine di ottenere approssimativamente l'ubicazione e profondità del centro dello scuotimento. Ora però non potendo complicare maggiormente questi nuovi modelli, i quali d'altra parte così servono meglio ad altre ricerche, pure importantissime, senza renderne troppo difficile l'acquisto e l'uso, ho in essa tralasciato quelle parti del meccanismo che nel primo modello servivano appunto ad isolare la prima impulsione dalle seguenti di uno stesso terremoto.

magine di un punto di mira o di una fiammella. Dall' apparire o no un piccolo tremito nell'immagine proiettata dal mercurio nel momento stesso di una forte vibrazione prodotta artificialmente in prossimità, si avrà l'indicazione cercata (1). Facilmente poi s'intende come in un sotterraneo le condizioni che ho detto siano più facili a rinvenirsi.

Figg. 9ª, 10ª

Ciò posto, si scava una buca quadrata ABCD (Fig. 9.ª) di 1m,50 circa di lato, e in essa alla profondità della punta del palo di prova, che ho detto sopra, si getta *in piena terra* un solido fondamento isolato di $\frac{1}{2}$ metro di altezza almeno: sovra di questo si costruisce centralmente un pilastro massiccio di un metro quadrato *abcd* che s'inalza di poi fino presso a poco a un decimetro dal lastrico (2). Ivi il pilastro con una risega di 15 centimetri, sporgendo dal livello del pavimento s'inalza ancora sino ad un'altezza che sia comoda ad osservare, stando seduti, i microscopi dell' Isosismometro e dell'Ortosismometro, i quali istrumenti sono collocati sopra una lastra quadrilunga di marmo *efgh* lunga 54 cent. circa e larga 42 cent. Sopra il pilastro *a' b' c' d'* sorge, per l'altezza di un metro, uno zoccolo di pietra *g h k l*, il quale porta una colonna di ghisa O (Fig. 9ª, 10ª), ovvero di pietra o di marmo, alta metri 2,50. Alla parte superiore di questa colonna sono fortemente serrati a vite due ro-

(1) Che se in qualche caso, come p. e. nei luoghi più frequentati delle città, dopo le cautele indicate, e scavando anche il terreno per la buca del piedistallo al di sotto del livello dei fondamenti dell' edificio, rimanesse qualche traccia di tremollo nel mercurio, ciò non impedirebbe di tener conto alcuno delle oscillazioni microsismiche le quali *sperimentalmente* si sono riconosciute maggiori di ogni effetto vibratorio locale.

(2) Questa massa considerevole è anche assai utile ad escludere gli effetti delle minime vi-

busti bracci di ferro *r* a squadra, destinati a reggere i fili di sospensione dei pendoli dei due istrumenti che ho detto.

Se nel posto del Tromosismometro non vi sono istrumenti magnetici, invece della grossa colonna di ghisa riempita di sabbia, che io uso, si può anche adoperare una colonnetta di ferro fuso, come quelle dei fanali del gas, o un tubo di ferro a pareti grosse, oppure una robusta spranga, rivestendo però questi sostegni (ma non a contatto) con una specie di cassetta di mattoni o di legno, ovvero con un tubo di terra cotta, simile alle colonne delle stufe. Tutto il vano interiore compreso fra le cassette ed i sostegni dovrebbero riempirsi di sabbia, o di segatura di legno, a fine di smorzare le vibrazioni sonore. In ogni caso poi ciò si deve fare (per le oscillazioni meccaniche locali) in tutto lo spazio ABCD (Fig. 9.ª e 10.ª) che circonda il piedistallo *abcd*, fino sotto il piano del lastrico, il quale ivi è sostituito da un piano di legno *f*, *f'* che non tocca nè la sabbia nè il piedistallo, ma è incassato nel pavimento dell'ambiente (1). Questo locale dev'essere presso a poco dell'altezza di 5 metri, per aver comodo di regolare alcuna volta le viti di sospensione dei pendoli, essendo d' altra parte desiderabile per l'eguaglianza di temperatura, che tutta la colonna sia contenuta nello stesso ambiente. È poi facile all'occorrenza ricorrere a qualche altro ripiego in mancanza dell'altezza indicata, la quale però per riguardo ai pendoli giova che sia uniforme a fine di rendere al possibile comparabili fra loro le indicazioni degli istrumenti medesimi posti in diversi paesi (2).

Inoltre per la stessa ragione di evitare i cangiamenti rapidi di temperatura, giova che tutto l' apparecchio descritto sia separato e chiuso da ogni parte dal resto dell' ambiente da uno stanzino, vetrata o cantoniera che sia, capace solo, senza toccarli punto, di contenere il piedistallo e la colonna, e con una finestra a cateratta che chiuda per bene e così vicina agli istrumenti stessi

---

brazioni locali ed accidentali, le quali così per la loro celerità e varia direzione successiva, non lasciano tempo alla comunicazione del moto a tutta la massa, e le loro impulsioni varie si collidono a vicenda.

(1) In qualche caso quando cioè usando la sabbia, la vaschetta del mercurio indicasse un minimo residuo di vibrazione, si può alla sabbia sostituire la pula, o anche lasciare affatto vuoto lo spazio che circonda il piedistallo al di sotto del pavimento.

(2) Si noti che prescindendo pure dalla diversità che si manifestano nei moti sismici ordinari anche in paesi vicini, trattandosi poi di impulsioni minime angolari, le quali si succedono con grande rapidità, ed agiscono sopra pendoli che hanno già partecipato al moto di queste vibrazioni, è assai difficile in pratica che i medesimi siano perfettamente identici per massa, centro di gravità e di oscillazione, tenacità e pieghevolezza nei fili di sospensioni ecc. le quali cause influiscono senza dubbio nella risultante dei moti minimi, nel dissincronismo dei medesimi e nella diversità dei *nodi* e dei *ventri* di vibrazione. Questa eterogeneità dinamica molto più si manifesterebbe in pendoli assai diversi fra loro.

che i medesimi restino abbastanza illuminati di giorno, ed all' occorrenza si possa anche dal di fuori, attraverso il vetro della finestra, guardare l'oculare dei microscopi che sono dentro. Nella notte poi, ovvero, quando di giorno non si abbia luce sufficiente, si fa uso di una lanterna a lente o a riverbero posta fuori della vetrata. Da ultimo noterò che, per ovviare in ogni caso ad effetti vibratorii d'induzione elettrostatica, è bene che i piedi degli istrumenti abbiano un filo scaricatore.

Quanto ad altre note ed avvertenze, risguardanti il tempo ed il modo di fare le osservazioni microsismiche, le esporrò poi in un articoletto a parte.

COMUNICAZIONE

Il Segretario dà parte all'Accademia della presentazione fatta il giorno 11 Febbrajo dal Comitato Accademico a Sua Santità Papa Pio IX del volume XXVI degli Atti dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei nobilmente legato secondo l'usanza : narra le gentili maniere con le quali la prelodata Santità Sua degnossi di accogliere il Comitato stesso, e riferisce le incoraggianti parole che il S. Padre diresse a tutta l'Accademia lodandone i lavori e benedicendo agli autori di questi ed alle loro famiglie.

COMITATO SEGRETO

L'Accademia raccoltasi in Comitato Segreto approvò la proposta di una circolare da spedirsi alle Istituzioni Scientifiche ed ai Soci Corrispondenti, onde avvisarli che a far giungere più sicuramente all'Accademia i plichi e le corrispondenze che bramano spedirle, dirigganno queste a Sua Eccellenza il Sig. Principe D. Baldassarre Boncompagni – Roma – Palazzo di Piombino – Piazza Colonna.

L'Accademia elesse quindi per votazione segreta a suo Corrispondente Straniero il Chmo Sig. Prof. Filippo Gilbert della Università Cattolica di Lovanio, che rimase ammesso a pieni suffragii.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. A. Secchi – Contessa E. Fiorini-Mazzanti – Cav. Michele Stefano De Rossi – Prof. Cav. Mattia Azzarelli – Prof. O. Astolfi – R. P. F. S. Provenzali – Prof. Tito Armellini – Prof. E. Olivieri – Conte Ab. F. Castracane degli Antelminelli – Monsignor F. Nardi – Monsignor F. Regnani – Prof. P. Stanislao Ferrari – D. B. Boncompagni – Prof. Cav. Vincenzo Diorio.

L'adunanza aperta legalmente alle ore 4 pom., fu chiusa alle ore 6.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften* Eilften Bandes Zweite Abtheilung in der Reihe der Denkschriften der XL. Band. München 1872. Verlag der K. Akademie in Commission bei G. Franz. In 4.°

2. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi*, Vol. IX. Dispensa 1.ª (*Novembre-Dicembre* 1873). Torino Stamperia Reale *Proprietà riservata*. In 8°

3. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze lettere ed arti dal Novembre* 1872 *all'Ottobre* 1873. Venezia presso la Segreteria dell'Istituto nel Palazzo Ducale Tip. Grimaldo e C. 1872—73. Tomo secondo, serie quarta Dispensa Nona — Id. Dispensa Decima. — Tomo terzo, serie quarta, Dispensa prima — Id. Dispensa seconda. (2 copie). In 8°

4. BEETZ (W.) — *Der Antheil der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften an der Entwickelung der Electricitätslehre. Vortrag, in der öffentlichen Sitzung der k. Akademie der Wissenschaften am* 25. *Juli* 1873 *zur Vorfeier des allerhöchsten Geburts-und Namensfestes Sr. Majestät des Königs Ludwig II gehalten von W. Beetz ordentl. Mitglied der mathem. physik. Classe*. München 1873. Im Verlage der k. Akademie. In 4°

5. BELLAVITIS (GIUSTO). — *Seconda parte della Duodecima Rivista di Giornali presentata al r. Istituto veneto nel novembre* 1873 *dal Prof. Giusto Bellavitis, Membro effettivo del R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* (Estr. dal vol. III, ser. IV dell' Istituto stesso). Venezia, 1874. Tip. Grimaldo e C. In 8°

6. BONCOMPAGNI (B.) — *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni* — Tomo VI. Luglio 1873. Roma, tipografia delle scienze matematiche e fisiche, Via Lata, Num. 211 A. 1873. In 4.°

7. DÖLLINGER (J. von). — *Rede in der öffentlichen Sitzung der K. Akademie der Wissenschaften am* 25 *Juli* 1873 *zur Vorfeier des Allerhöchsten Geburtsfestes Sr. Majestät des Königs Ludwig II., gehalten von J. von Döllinger Vorstand der k. Akademie*. München, 1873. Auf Kosten der k. Akademie. In 4.°

8. *Jahrbuch der Kaiserlich-Königlichen Geologischen Reichsanstalt Jahrgang* 1873. XXIII. Band N.° 1. Janner, Februar, März. Mit Tafel I—IV. Hierzu Dr. Gust. Tschermak, Mineralogische Mittheilungen, III Band, 1 Heft. Wien Druck der k. k. Hof-und Staats Druckerei in Commission Bei Wilhelm Braumüller Buchhändler des K. K. Hofes, für das Inland.-bei F. A. Brockhaus in Leipzig für das Ausland. — N. 2. April, Mai, Juni. Mit Tafel V—VI. 2. Heft. In 4°

9. KORNHUBER (Dr. A.) — *Über einen neuen fossilen Saurier aus Lesina. Von Dr. A. Kornhuber Professor am Wiener Polytechnicum. Herausgegeben von der k. k. geologischen Reichsanstalt Abhandlungen* Band V. Heft. Nr. 4. Mit zwei lithographirten Tafeln. Wien, 1873. aus der Kaiserl. konigl. Hof-und Staatsdruckerei in Kommission Bei Wilhelm Braumüller. Buchhändler. In f.°

10. REDTENBACHER (ANTON). — *Die Cephalopodenfauna der Gosauschichten in den Nordöstlichen Alpen von Anton Redtenbacher Herausgegeben von der k. k. geologischen Reichsanstalt Abhandlungen* Band V. Heft Nr. 5. Mit neun lithographirten Tafeln. Wien, 1873, ecc. In f.°

11. SÉDILLOT (L.-AM.). — *Sur l'origine de la Semaine Planétaire et de la Spirale de Platon Par M. L.-Am. Sédillot* Extrait du Bull. di Bibl. e di St. delle Sc. mat. e fis. Tomo VI Giugno 1873. Rome imprimerie des Sc. mat. et phys. etc. 1874. In 4.°

12. SERPIERI (A.) — *Estratto dal Supplemento alla Meteorologia Italiana* 1872. *Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio* (*Divisione di Statistica*) *Rapporto delle osservazioni fatte sul Terremoto avvenuto in Italia la sera del* 12 *Marzo* 1873 *per A. Serpieri, Direttore del R. Osservatorio Meteorologico di Urbino*. Urbino 2 Agosto 1873. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IVa DEL 22 MARZO 1874

PRESIDENZA DI MONSIG. FRANCESCO NARDI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

PRESENTAZIONE E RIVISTA DI DUE DISSERTAZIONI DEL CH. PROF. A. SERPIERI SUL TERREMOTO DEL 12 MARZO 1873.

NOTA

DEL PROF. CAV. MICHELE STEFANO DE ROSSI

Nella passata seduta ebbi l'onore di presentare a nome dell'Illustre Prof. P. Alessandro Serpieri di Urbino un esteso suo lavoro intitolato: *Rapporto delle osservazioni fatte sul terremoto avvenuto in Italia la sera del 12 Marzo* 1873. Oggi il medesimo Autore fa pervenire alla nostra Accademia un altro scritto sul medesimo argomento in forma di *lezione popolare* con titolo più generico: *Il terremoto e le sue leggi*. Può dirsi che il primo lavoro contiene l'analisi minuta e quasi l'archivio delle osservazioni, le quali servono di base al più libero, filato e semplice ragionamento svolto nella seconda publicazione. L'una e l'altra però riunite sono tali e tanto importanti, che mi sembrano essere un vero modello d'analisi scientifica d'un fenomeno. La quale analisi se similmente fosse stata fatta per l'addietro, assai più avrebbe già progredito la scienza sismica; e se altri la imiterà nell'avvenire, nuovi giganteschi passi saranno assicurati a questa scienza oltre i guadagnati

per l'opera attuale di che ragiono. Quindi stimo utilissimo per la scienza e doveroso per l'onore dell'Autore il riepilogare le conclusioni e mostrare i pregi di questi studi, che oggi sono presentati dal Serpieri alla nostra Accademia, aggiungendovi anche qualche mia riflessione.

Quattro sono i principali capi dell' analisi istituita dal nostro autore sul grandioso fenomeno del 12 Marzo. 1.º Intorno all'ora del fatto relativamente alla topografia dei luoghi percossi. 2.º Intorno alla qualità e varietà delle direzioni sperimentate nelle ondulazioni. 3.º Intorno al presentimento del fenomeno osservato negli animali. 4.º Intorno ai fenomeni elettrici e magnetici che hanno preceduto ed accompagnato la tempesta sismica. Questi due ultimi capi d' analisi sono piuttosto una dimostrazione della importanza, utilità e fecondità dello studio da fare su quelle due categorie di fenomeni e tentativi o previsioni di sintesi, di quello che vere conclusioni, per le quali manca tuttora il fondamento delle sufficienti ed accurate osservazioni. I due primi capi però formano il corpo del lavoro e con risultati veramente meravigliosi. Potrebbe parere che io ammirassi quelle due prime parti, perchè in esse l'Autore con pari sagacia e cortesia verso di me riesce principalmente a confermare con la luce dell'evidenza assoluta la teoria meccanica dei terremoti da me enunciata sullo studio delle oscillazioni laziali del Gennaio 1873 (1). L'importanza della teoria in sè stessa e la evidenza della conferma che essa riceve dalla grandiosità del fenomeno del Marzo e dalla perfezione dell'analisi fattane dal Serpieri, mostrerà a qualsivoglia mente benevola, che è il piacere dell'acquisto fatto dalla scienza non la personale soddisfazione, ciò che mi spinge a porre in luce lo studio ora publicato dal Serpieri. Ed è veramente un caso provvidenziale e raro nella scienza, che subito dopo tentato di proporre una teoria, sia sopragiunto un fenomeno raro anche esso ed in proporzioni tali da confermarne la verità.

Non senza grande fatica è riuscito il Serpieri ad accertarsi dell'ora precisa nella quale avvenne il fenomeno nelle varie regioni. E ridotti tutti i tempi al meridiano di Roma, ne formò un quadro topografico ed orario, dal quale risultò la scoperta di due focolari o centri di movimento. Uno di questi centri apparve a Ragusa nella Dalmazia, alle ore 8. 56′ e diffuse le oscillazioni progredendo da SE verso NO con una velocità media di 62 chilometri per minuto primo. L'altro urtava nel centro appennino in una linea da Perugia a Spoleto e Norcia alle ore 9. 2′ diffondendosi lungo l'asse appennino in

(1) V. Le fratture vulcaniche laziali ed i terremoti del Genn. 1873. Atti della P. Acc. dei nuovi Lincei. Ann. 1873. Sessione III.

due correnti opposte, dirette l'una verso l'Italia meridionale l'altra verso la settentrionale. Da questa corrente centrale sull'asse montuoso diramavansi gli scuotimenti verso le rive dei mari, giungendo quasi tutta ad un colpo sull'Adriatico in media alle 9. 4 $\frac{3}{4}$ ed al Mediterraneo alle 9. 6 $\frac{1}{2}$.

La vastità dell'area percossa dal terremoto e la coincidenza della oscillazione della costa Dalmata fa concludere all'autore doversi questo terremoto classificare fra gli appellati tellurici dallo Stoppani. Il Denza però in un articolo publicato su questo terremoto contradice al Serpieri e poggiandosi anche esso sui criteri dati dallo Stoppani, lo classifica fra i perimetrici conseguenti dal vulcanismo (1). Le ragioni addotte dal Serpieri per giustificare il suo giudizio si riassumono nella vastità dell'area scossa da due centri di commozione contemporanea lontani però fra loro, e nel fatto della quiete totale dei vulcani e pseudo-vulcani dell'Italia. Ma a dir vero la quiete del vulcanismo non fu completa, perchè appunto non lungi dal centro italico della scossa in due diverse salse avvennero piccole eruzioni contemporaneamente o prossimamente al terremoto. Di una di queste eruzioni ci da notizia lo stesso Serpieri, e la descrive avvenuta nella Salsa di S. Paolo presso Jesi. Della seconda ebbi io contezza dopo la publicazione dei miei studi sul terremoto del 12 Marzo dalla cortesia del sig. Francesco Coppi il quale verificò essere avvenuta nella Salsa di Nirano. Oltre a ciò in Roma fu osservato dai barcajuoli del Tevere lo spumeggiare delle acque e l'uscirne delle bolle come se fossero in ebollizione. Osservo eziandio che il terremoto del 12 Marzo si trovò preceduto accompagnato e seguito da molti terremoti veramente vulcanico—perimetrici. Quindi io crederei nella divergenza di opinione fra il Denza ed il Serpieri di dover rigettare la distinzione teoretica fra terremoto tellurico e terremoto vulcanico perimetrico riferendo l'uno e l'altro sempre ad una unica causa tutta tellurica e varia soltanto negli effetti in proporzione della forza e del modo con che si è manifestata. In questa guisa noi conserveremo la distinzione data dallo Stoppani fra terremoti tellurici e perimetrici soltanto perciò che riguarda l'effetto ossia la quantità di superficie scossa, ma non conserveremo quella distinzione relativamente alla causa.

Seguendo il Serpieri nello studio delle direzioni delle scosse si vede a colpo d'occhio esso dice nella tavola generale delle direzioni, che tutte le stazioni prossime all'appennino comprese fra le latitudini di Velletri e di Firenze ebbero il terremoto in due direzioni successive diverse. Inoltre aggiunge, che

(1) Bullettino dell' Osservatorio di Moncalieri, Vol. VIII, n. 8 e 9.

fra le due serie di scosse fu con certezza notato in circa 20 di quelle stazioni un intervallo di sensibile diminuzione e in qualche luogo anche di quiete. Perciò esser da dire che furono realmente due terremoti distinti, nel primo dei quali prevalse una direzione vicina alla linea di SE e NO e nel secondo la direzione di SO a NE cioè due direzioni incrociate ad angolo retto e perciò facili ad essere nettamente e sicuramente stabilite. A questa osservazione assai positiva l'Autore confronta il risultato dello studio delle ore e fa notare principalmente come tutte le stazioni da Rimini a Pescara, cioè una linea di 240 chilometri, ebbero il terremoto ad un colpo verso le ore 9. 5' quasi che il terremoto, che fa soli circa 60 chilometri a minuto primo, fosse caduto come un fulmine su tutta quella linea, che vuole quattro minuti primi per essere percorsa longitudinalmente dall'onda sismica. Dunque conchiude il Serpieri, le onde non corsero il lido nella sua lunghezza, ma l'urtarono di fianco. Ed infatti risalendo coll'ora e colla topografia delle valli sulle linee di vibrazione, siamo condotti al centro già indicato di Norcia, Spoleto, Perugia. E qui l'autore entra nell'esame particolareggiato della orografia appennina ed italiana, mostrando la coincidenza fra le vibrazioni sismiche e lo scheletro delle fratture appennine e vulcanico appennine. Quindi considerando, esso conclude, « l'impeto fatto dalle forze vulcaniche contro le interne fratture, que» ste tendono a spaccare la mole delle terre sovrapposte ed adiacenti. Ma
» le giogaie col loro peso prontamente reagiranno contro gli urti laterali ed
» ondeggeranno avanti indietro allontanandosi ed avvicinandosi con alterna
» vicenda alla linea di frattura, compiranno cioè una serie di oscillazioni tras» versali che saranno la seconda fase del terremoto, e si propagheranno per
» linee perpendicolari alla linea di frattura. E correndo perciò in direzioni
» fra loro parallele arriveranno in tempi uguali a distanze uguali, si che
» tutta una linea lontana parallela alla linea di frattura trabalzerà d'un tratto
» come percossa dal fulmine. Ecco spiegata, continua il Serpieri, la parte più
» maravigliosa del fenomeno, ed ecco insieme stabilita ai 12 Marzo con un
» gran numero di dati sperimentati la legge di geologia dinamica, che il de
» Rossi raccolse pel primo dalle osservazioni sui terremoti laziali del Gen» naio 1873, e che formolò nella seguente proposizione: *Allo scuotimento di una linea di frattura segue l'ondulazione trasversale dei suoi labri.*

A tutto questo il Serpieri aggiunge una luminosa riprova dedotta dallo studio analitico di 100 terremoti storicamente conosciuti ed avvenuti in Urbino. Le direzioni dei quali ed i danni arrecati alla contrada confermano pienamente l'enunciata teoria. Questo studio storico del Serpieri è analogo a quello che io altra volta ebbi l'onore d'accennarvi come fatto da me sulle

rovine degli antichi monumenti romani, massime di quelli che sappiamo positivamente essere stati scompaginati dal terremoto.

Da ultimo giustamente osserva e prova coll'esperienza, che la mia legge dinamica è feconda di utile applicazione pei precetti che se ne possono dedurre per gli architetti ed ingegneri. Sapendo essi dalla geologia dinamica quale è la parte, dalla quale vengono per ciascun luogo le onde del terremoto, debbono orientare le loro fabriche in guisa, che le suddette onde non vengano giammai a colpire parallelamente ai piedritti delle volte, ma invece si presentino normalmente all'asse delle medesime.

Giusta sarebbe questa riflessione del Serpieri, se costantemente una sola fosse l'onda dei terremoti; ma esso stesso analogamente alle mie osservazioni ha dimostrato, che le onde possono esser due e normali fra loro. La prima cioè parallela all'asse della frattura e che si confonde con la parte sussultoria del fenomeno, la seconda poi normale alla prima, cioè l'oscillazione trasversale dei labri della screpolatura tornanti all'equilibrio. Se i piedritti delle volte sono orientati, come dice il Serpieri, normalmente all'asse della frattura, potranno certamente sottrarsi all' azione più terribile dell' onda trasversale; ma rimarranno soggetti allo spostamento che gli cagionerà la prima onda ossia la parallela all'asse della frattura. A me pare che il precetto architettonico dovrà formolarsi in altro senso e dovranno gli edifizi nei luoghi soggetti ai terremoti per lunga esperienza, presentare all'urto di qualsivoglia delle due onde normali del terremoto una delle diagonali del fabricato. L'onda sismica qualunque essa sia, la prima cioè o la seconda sua normale, passerà allora sotto l'edificio sostenendone essa stessa i muri opposti in angolo retto al suo passaggio. E non è soltanto teoretica questa mia proposta di legge architettonica. Essa è eziandio confermata da qualche osservazione sui monumenti. Sul quale argomento però attesa appunto la sua prattica importanza mi propongo di tornare espressamente e nulla ne avrei accennato se non avessi dovuto modificare alquanto il principio in genere ben fondato dal Serpieri.

Dovrei ora riepilogare le altre due parti concernenti ambedue le ricerche intorno all'elettricità posta in giuoco dal terremoto. Ma poichè, come già dissi, l'autore medesimo raccogliendo molti fatti di quest'ordine ad altro non tende che a dimostrare la verità degli squilibri elettrici i quali anche precedono sensibilmente i terremoti, e perciò la somma importanza di farne soggetto di speciale studio; stimo aver adempiuto al dovere della rivista encomiando la proposta indagine e la prova tentata, e sopratutto poi raccomandando ai fisici tutti di corrispondere all'appello dell'illustre Serpieri in questa materia che non è solo scientifica, ma di prattica utilità filantropica.

DI ALCUNI LUOGHI GEOMETRICI DERIVATI CON DETERMINATA LEGGE DA LINEE E SUPERFICIE DATE

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI

1. Nel tomo XVI dei nuovi Annali di Matematica pubblicati in Parigi dai Signori Terquem e Gerono per l'anno 1857 alla pag. 401 sono annunciate dal Sig. M. Roberts le due seguenti proposizioni.

« On projette un point d'une ellipse sur ses deux axes ; démontrer que » l'enveloppe de la droit qui joint les deux projections est la développée » d'une ellipse.

» Même question pour l'hyperbole.

» On projecte orthogonalement un point d'une ellipsoïde sur ses trois plans » principaux; trouver l'enveloppe du plan qui passe par les trois points.

» Même question pour les deux hyperboloides. »

La soluzione di queste proposizioni si può far dipendere da una teorica generale nella quale si stabiliscano formole tanto per le linee piane e a doppia curvatura quanto per una superficie qualunque. Ed è scopo di questa nota l'assegnare tali formole generali, e presentarne delle applicazioni ad alcuni casi particolari tanto pel problema diretto quanto inverso.

2. Se un punto qualunque di una data linea si projetta sopra i due assi ortogonali, e per queste due projezioni si fa passare una retta: si domanda il luogo geometrico che lega tutte le successive e continue intersecazioni di queste rette.

Sia

$$f(x,y)=0 \qquad (1)$$

l'equazione di una qualunque linea piana data, ed x, y siano le coordinate di un suo punto qualunque M: s' immagini che per le projezioni P, Q di questo punto sopra i due assi ortogonali venga condotta una retta, e dette X, Y le coordinate variabili di essa, la sua equazione sarà:

$$\frac{X}{x}+\frac{Y}{y}-1=0$$

che potrà mettersi sotto la forma

$$Xy + Yx - xy = 0. \qquad (2)$$

Lorchè mutano valore x, y è chiaro che si passa ad un'altra retta, la quale generalmente incontra la prima in un punto, e perchè x, y vanno cangiando di valore con continuità geometrica passando da punto a punto della linea data, cosi con eguale continuità si devono succedere le intersecazioni, onde per avere la retta che immediatamente siegue quella dataci dalla (2) basta differenziare questa, e cosi operando si ottiene:

$$(X - x)\,dx + (Y - y)\,dy = 0. \qquad (3)$$

Le coordinate x, y in questa sono quelle stesse della (1) che differenziata ci dà:

$$dx\,f'_x + dy\,f'_y = 0 \qquad (4)$$

e dalla coesistenza delle (3), (4) otteniamo la seguente:

$$Y f'_y - X f'_x = y f'_y - x f'_x \qquad (5).$$

Ora dalle (2) (5) ne deduciamo le due:

$$X = \frac{x^2 f'_x}{x f'_x + y f'_y} \quad ; \quad Y = \frac{y^2 f'_y}{x f'_x + y f'_y} \qquad (6)$$

le quali per mezzo della (1) si riducono a dipendere dalla sola variabile x od y che eliminata, ci fornisce la relazione tra X, Y, cioè:

$$\varphi\,(X, Y) = 0 \qquad (7)$$

che dà il luogo geometrico dimandato.

3. Prima di procedere innanzi è bene di notare che la soluzione del presente problema può farsi dipendere dal discriminante nullo di una forma omogenea di egual grado della (2) lorchè in questa sia stato sostituito in luogo della y il suo valore dato in x dedotto dalla (1) e ridotta a forma razionale, perchè il luogo geometrico dimandato è un inviluppo, cui le rette successive che lo generano risultano tangenti, e perciò ogni punto di questa linea corrisponde a due punti della proposta pei quali le coordinate sono diventate eguali.

Tralasciamo di far parola del metodo comune per la soluzione di problemi simiglianti, quale consisterebbe nel trovare per mezzo della derivazione la condizione perchè la (2), ridotta a contenere la sola variabile x od y ammettesse rispetto di questa valori eguali. Per alcune applicazioni è utile che le (6) siano espresse per simboli differenziali, ed allora avremo:

$$X = \frac{x^2\,dy}{x\,dy - y\,dx}\,, \quad Y = -\frac{y^2\,dx}{x\,dy - y\,dx}. \qquad (8)$$

4. Noteremo qui che il luogo geometrico assegnato è una linea inviluppante alla quale le successive rette sono tangenti.

Onde ne siegue che se fosse data la inviluppante $am\ldots b$ e si domandasse la linea AM...B, questa deve risultare dall'incontro di quelle rette che si ottengono col guidare delle parallele agli assi coordinati per quei punti P, Q nei quali la tangente nel punto m alla $am\ldots b$ taglia gli assi medesimi. Ciò posto è facile stabilire le formole generali per la soluzione del problema inverso.

Si dicano:

$$OP = X_1\,, \quad OQ = Y_1\,,$$

per la tangente PmQ avremo

$$y - Y = \frac{dY}{dX}(x - X) \qquad (9)$$

ove X, Y sono le coordinate del punto m ed x, y quelle di qualunque punto della retta tangente.

Se nella (9) poniamo:

$$\begin{aligned} x = 0,\ y = Y_1 \ \text{avremo}\ Y_1 &= -\frac{X\,dY - Y\,dX}{dX} \\ y = 0,\ x = X_1 \quad \text{»} \quad X_1 &= \frac{X\,dY - Y\,dX}{dY} \end{aligned} \qquad (10)$$

e se queste si esprimeranno per mezzo delle derivate, ne risulterà

$$Y_1 = \frac{X\varphi'_x + Y\varphi'_y}{\varphi'_y}\,, \quad X_1 = \frac{X\varphi'_x + Y\varphi'_y}{\varphi'_x} \qquad (11)$$

le quali per la (7) si ridurranno a contenere la sola X, od Y e dalla loro eliminazione ne avremo l'equazione

$$F(X_1\,, Y_1) = 0.$$

5. Poste queste formole generali passeremo a farne alcune applicazioni.

Sia la retta:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$$

che tiene il luogo della (1), avremo:

$$f_x' = \frac{1}{a}\,, \quad f_y' = \frac{1}{b}\,, \quad f_x' + y f_y' = 1$$

e così le (6) si mutano in:

$$X=\frac{x^2}{a}\ ,\quad Y=\frac{y^2}{b}$$

dalle quali:

$$\frac{x}{a}=\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{1}{2}}\ ,\quad \frac{y}{b}=\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$$

onde pel luogo geometrico dimandato si ha:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{1}{2}}=1,$$

la quale ridotta a forma razionale, troviamo:

$$\frac{1}{a^2}X^2-\frac{2}{ab}XY+\frac{1}{b^2}Y^2+\frac{2}{a}X-\frac{2}{b}Y+1=0$$

che rappresenta una parabola.

A questo medesimo risultato si giunge ancora facendo uso del discriminante nullo per le forme omogenee di egual grado. Ripresa perciò la (2) e da essa eliminando la y per mezzo dell'equazione alla retta troveremo:

$$\frac{1}{a}x^2-2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{X}{a}-\frac{Y}{b}+1\right)\right]x+X=0.$$

La forma omogenea di secondo grado è:

$$Ax^2+2Bxy+Cy^2=0$$

il cui discriminante è

$$B^2-AC=0$$

nel quale sostituiti i relativi valori, si ha:

$$\frac{1}{4}\left(\frac{X}{a}-\frac{Y}{b}+1\right)^2+\frac{X}{a}=0$$

che conduce al medesimo risultato.

6. Sia una ellisse la linea data:

$$f(x,y)=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$$

da cui:

$$f_x'=\frac{2x}{a^2}\ ,\quad f_y'=\frac{2y}{b^2}\ ,\quad xf_x'+yf_y'=2$$

e questi valori sostituiti nelle (6) si hanno:

$$\frac{X}{a}=\left(\frac{x}{a}\right)^3 \quad , \quad \frac{Y}{b}=\left(\frac{y}{b}\right)^3$$

e quindi

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}=1$$

che è della stessa forma di quella della evoluta di una certa ellisse, e così è risoluta da questione di M. Roberts.

Se poniamo il caso di $a=b$ avremo:

$$X^{\frac{2}{3}}+Y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$$

che deriva dalla circonferenza.

Si supponga che la curva data sia:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}-1=0$$

avremo:

$$f_x'=\frac{2}{3}\left(\frac{x}{a}\right)^{-\frac{1}{3}}\cdot\frac{1}{a} \quad , \quad f_y'=\frac{2}{3}\left(\frac{y}{b}\right)^{-\frac{1}{3}}\cdot\frac{1}{b}$$

ed

$$x f_x'+y f_y'=\frac{2}{3}$$

che sostituiti nelle consuete espressioni abbiamo:

$$X=x\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} \quad , \quad Y=y\left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}$$

dalle quali

$$\left(\frac{X}{a}\right)^3=\left(\frac{x}{a}\right)^5 , \quad \left(\frac{Y}{b}\right)^3=\left(\frac{y}{b}\right)^5$$

e quindi

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{2}{5}}+\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{2}{5}}=1$$

la quale è binomia come la proposta, e muta semplicemente il grado fratto.

Se $a=b$ si ottiene:

$$X^{\frac{2}{5}}+Y^{\frac{2}{5}}=a^{\frac{2}{5}}.$$

Sia generalmente

$$f(x,y)=\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{2n+1}}+\left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{2n+1}}-1=0$$

troveremo:

$$f_x' = \frac{2}{2n+1}\left(\frac{x}{a}\right)^{-\frac{2n-1}{2n+1}} . \frac{1}{a}\ ;\ f_y' = \frac{2}{2n+1}\left(\frac{y}{b}\right)^{-\frac{2n-1}{2n+1}} . \frac{1}{b};\ x f_x' + y f_y' = \frac{2}{2n+1}$$

onde a riduzioni eseguite:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{2n+1} = \left(\frac{x}{a}\right)^{2n+3}\ ;\ \left(\frac{Y}{b}\right)^{2n+1} = \left(\frac{y}{b}\right)^{2n+3}$$

e da queste

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{2}{2n+3}} + \left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{2}{2n+3}} = 1$$

nella quale attribuendo ad n i successivi valori

$$n = 0,\ = 1,\ = 2,\ = \ldots.$$

si ottengono i differenti casi particolari.

È da notarsi che tutte queste linee le quali traggono origine dall'ellisse hanno tutte con essa comuni gli assi.

Queste curve possono essere definite da equazioni circolari, perchè essendo per ognuna:

$$X < a, \quad Y < b$$

le funzioni:

$$\frac{X}{a},\ \frac{Y}{b}$$

sono frazioni, onde può stabilirsi:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{1}{2n+3}} = \cos\varphi\ ,\ \left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{1}{2n+3}} = \operatorname{sen}\varphi$$

dalle quali

$$X = a \cos^{2n+3}\varphi\ ,\quad Y = b \operatorname{sen}^{2n+3}\varphi$$

e da queste ne deduciamo:

$$dX = -(2n+3)\, a\, d\varphi \operatorname{sen}\varphi \cos^{2n+2}\varphi$$

$$dY = (2n+3)\, b\, d\varphi \cos\varphi \operatorname{sen}^{2n+2}\varphi$$

e così la inclinazione all'asse delle ascisse per ogni punto è data da:

$$\frac{dY}{dX} = -\frac{b}{a}\operatorname{tang}^{2n+1}\varphi$$

onde gli assi sono tangenti la curva nei suoi vertici, ed ogni vertice presenta un punto di regresso di prima specie.

Per la rettificazione di queste curve si trova facilmente essere:

$$dS = (2n + 3)\, d\varphi \,\text{sen}\, \varphi \cos \varphi \sqrt{a^2 \cos^{4n+2} \varphi + b^2 \,\text{sen}^{4n+2}\, \varphi}$$

onde per $n = 0$, risulta:

$$dS = 3\, d\varphi \,\text{sen}\, \varphi \cos \varphi \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \,\text{sen}^2\, \varphi}$$

che può mettersi sotto la seguente forma:

$$dS = 3\, d\varphi \,\text{sen}\, \varphi \cos \varphi \sqrt{a^2 - (a^2 - b^2)\,\text{sen}^2\, \varphi}$$

e supposto che per $\varphi = \frac{\pi}{2}$ debba essere $S = 0$ integrando troviamo:

$$S = \frac{1}{a^2 - b^2}\left[(a^2 - (a^2 - b^2)\,\text{sen}^2\, \varphi)^{\frac{3}{2}} - b^3\right].$$

Quando si voglia una quarta parte di perimetro basta porre $\varphi = 0$, il che ci dà:

$$S = \frac{1}{a^2 - b^2}(a^3 - b^3) = \frac{a^2 + ab + b^2}{a + b}.$$

e per $a = b$

$$S = \frac{3a}{2}.$$

La rettificazione in questo caso doveva aver luogo, perchè tali sono tutte le evolute.

L'area rinchiusa da questo genere di linee è data da:

$$A = (2n + 3)\, ab \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \,\text{sen}^{2n+4}\, \varphi \cos^{2n+2} \varphi$$

che consideriamo positiva perchè l'ampiezza φ e l' area A crescono simultaneamente, e da questa formola rileviamo che può sempre aversi per mezzo di un numero finito di termini qualunque sia il valore del numero intero e positivo n. Considerando qui principalmente il caso di $n = 0$, abbiamo:

$$A = 3\, ab \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \,\text{sen}^4\, \varphi \cos^2 \varphi$$

che colla integrazione ci da; essendo:

$$A = 3\, ab \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \,\text{sen}^4\, \varphi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \,\text{sen}^6\, \varphi\right]$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \,\text{sen}^6 \varphi = \frac{1.3.5}{2.4.6} \cdot \frac{\pi}{2}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \,\text{sen}^4\, \varphi = \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{\pi}{2},$$

$$A = \frac{3}{32} \pi ab$$

e l'area totale:

$$4 A = \frac{3}{8} \pi ab$$

cioè tre ottavi dell'area dell'ellisse dalla quale deriva.

7. Se poniamo essere:

$$f(x,y) = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

l'equazione della iperbole si trova, operando come si è fatto per la ellisse:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$$

colla quale si risponde alla questione del sig. M. Roberts.

Qualora si operasse qui come per la ellisse, si troverebbe essere tutte le linee, che colla medesima legge si derivano dalle iperbole, date da:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{2}{2n+3}} - \left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{2}{2n+3}} = 1$$

le quali ammettono tutti i medesimi assi della iperbole dalla quale derivano. Poichè nell'ultima equazione ottenuta deve essere $X > a$, si può dunque porre:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{1}{2n+3}} = \frac{1}{\cos \varphi}$$

e quindi per l'equazione stessa della linea ne risulta:

$$\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{1}{2n+3}} = \operatorname{tang} \varphi$$

e per ciò le coordinate circolari di queste curve saranno:

$$X = \frac{a}{\cos^{2n+3} \varphi}, \quad Y = b \operatorname{tang}^{2n+3} \varphi$$

dalle quali risulta che a $\varphi = 0$ corrispondono:

$$X = a, \quad Y = 0$$

ed a $\varphi = \frac{\pi}{2}$:

$$X = \infty, \quad Y = \infty.$$

Se nella equazione generale poniamo $n = 0$ abbiamo nuovamente quella che direttamente trovammo per la iperbole, e l'equazioni circolari diventano:

$$X = \frac{a}{\cos^3 \varphi}, \quad Y = b \operatorname{tang}^3 \varphi$$

le quali differenziate ci danno:

$$dX = \frac{3\,a\,d\varphi \operatorname{sen}\varphi}{\cos^4\varphi} \quad , \quad dY = \frac{3\,b\,d\varphi \operatorname{sen}^2\varphi}{\cos^4\varphi}$$

e

$$\frac{dY}{dX} = \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{\operatorname{sen}\varphi}$$

che per $\varphi = 0$ ci dà:

$$\frac{dY}{dX} = \infty\ ;$$

dunque al principio della curva la tangente è perpendicolare all' asse delle ascisse: e per $\varphi = \frac{\pi}{2}$ essendo:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{b}{a}\ ,$$

la curva ammette per assintoti quelli stessi della iperbole.

Dalle medesime espressioni differenziali delle coordinate risulta, indicando per S l'arco finito, valutato da $\varphi = 0$ fino ad una ampiezza qualunque :

$$dS = \frac{3\,d\varphi \operatorname{sen}\varphi}{\cos^4\varphi} \sqrt{a^2 + b \operatorname{sen}^2\varphi}\ .$$

Integrando per parti si trova

$$S = \text{Cost} + \frac{1}{\cos^3\varphi} \sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2\varphi} - b^2 \int \frac{d\varphi \operatorname{sen}\varphi}{\cos^2\varphi \sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2\varphi}}$$

ma essendo

$$\int \frac{d\varphi \operatorname{sen}\varphi}{\cos^2\varphi \sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2\varphi}} = \frac{1}{\cos\varphi \sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2\varphi}} + b^2 \int \frac{d\varphi \operatorname{sen}\varphi}{(a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

e perciò

$$S = \text{Cost} + \frac{\sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2\varphi}}{\cos^3\varphi} - \frac{b^2}{\cos\varphi \sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2\varphi}} - b^4 \int \frac{d\varphi \operatorname{sen}\varphi}{(a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

Per integrare quest'ultimo termine si ponga:

$$\operatorname{tang}\varphi = m \operatorname{tang}\theta$$

essendo m una quantità costante da determinarsi; avremo:

$$d\varphi = m\,d\theta \frac{\cos^2\varphi}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{\cos^2\varphi}{\cos^2\theta} = \frac{\operatorname{sen}^2\varphi}{m^2\operatorname{sen}^2\theta} = \frac{1}{1-(1-m^2)\operatorname{sen}^2\theta}$$

dalle quali

$$\operatorname{sen}^2\varphi = \frac{m^2\operatorname{sen}^2\theta}{1-(1-m^2)\operatorname{sen}^2\theta}$$

e per mezzo di questi valori troveremo:

$$d\varphi\operatorname{sen}\varphi = \frac{m\operatorname{sen}\theta}{\left[1-(1-m^2)\operatorname{sen}^2\theta\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$(a^2+b^2\operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}} = \left[\frac{a^2-a^2(1-m^2)\operatorname{sen}^2\theta+b^2m^2\operatorname{sen}^2\theta}{1-(1-m^2)\operatorname{sen}^2\theta}\right]^{\frac{3}{2}}$$

$$= \left[\frac{a^2-(a^2(1-m^2)-b^2m^2)\operatorname{sen}^2\theta}{1-(1-m^2)\operatorname{sen}^2\theta}\right]^{\frac{3}{2}}$$

Se profittiamo qui della indeterminazione della m, e poniamo la condizione:

$$a^2(1-m^2)-b^2m^2=0$$

da cui

$$m^2 = \frac{a^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2}{e^2},$$

ne risulta:

$$(a^2+b^2\operatorname{sen}^2\theta)^{\frac{3}{2}} = \frac{a^3}{\left[1-(1-m^2)\operatorname{sen}^2\theta\right]^{\frac{3}{2}}}$$

Dopo ciò sostituendo troveremo:

$$\int\frac{d\varphi\operatorname{sen}\varphi}{(a^2+b^2\operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{ae^2}\cos\theta.$$

Dalla relazione fra gli angoli φ, θ deduciamo:

$$\cos\theta = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{a^2+b^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

onde

$$\int\frac{d\varphi\operatorname{sen}\varphi}{(a^2+b^2\operatorname{sen}^2\varphi)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{e^2}\cdot\frac{\cos\varphi}{\sqrt{a^2+b^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

dunque per l'espressione totale dell'arco abbiamo:

$$S = \text{Cost} + \frac{\sqrt{a^2+b^2\operatorname{sen}^2\varphi}}{\cos^2\varphi} - \frac{b^2}{\cos\varphi\sqrt{a^2+b^2\operatorname{sen}^2\varphi}} + \frac{b^4}{e^2}\,\frac{\cos\varphi}{\sqrt{a^2+b^2\operatorname{sen}^2\varphi}}.$$

Si supponga ora che a $\varphi = 0$, corrisponda $S = 0$, per determinare il valore della costante avremo:

$$0 = \text{Cost} + a - \frac{b^2}{a} + \frac{b^4}{a\,e^2}$$

onde

$$S = \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}{\cos^2 \varphi} - a\right) - b^2 \left(\frac{1}{\cos\varphi \sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} - \frac{1}{a}\right) + \frac{b^4}{e^2}\left(\frac{\cos\varphi}{\sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} - \frac{1}{a}\right)$$

che volendo può darsi in funzione delle coordinate cartesiane X, Y per le relazioni che hanno coll'ampiezza φ.

Se l'iperbole fosse equilatera, essendo allora $a = b$ sarà:

$$S = a\left(\frac{\sqrt{1 + \operatorname{sen}^2 \varphi}}{\cos^3 \varphi} - 1\right) - a\left(\frac{1}{\cos\varphi \sqrt{1 + \operatorname{sen}^2 \varphi}} - 1\right) + \frac{a}{2}\left(\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{sen}^2 \varphi}} - 1\right).$$

Se si trattasse ancora della iperbole riferita agli assintoti, siccome le formole (6) valgono per tutte le inclinazioni degli assi, così per questo caso considerato generalmente sarà:

$$f(x, y) = x^m y^n - a = 0$$

$$f'_x = m x^{m-1} y^n, \quad f'_y = n x^m y^{n-1}, \quad x f'_x + y f'_y = (m + n)\, a$$

che sostituiti ci danno:

$$X = \frac{m}{m+n}\, x, \quad Y = \frac{n}{m+n}\, y$$

e quindi

$$X^m Y^m = \frac{m^m n^n}{(m+n)^{m+n}}\, a$$

le quali sono linee dello stesso genere iperbolico, e quando si supponesse $n = m = 1$ si avrebbe la iperbole conica tanto per la proposta quanto per la derivata, la quale verrebbe data da:

$$XY = \tfrac{1}{4}\, a$$

merita essere avvertita la facilità colla quale si trova questa equazione quando si faccia uso del descriminante nullo.

Essendo:

$$xy - a = 0, \quad \text{donde} \quad y = \frac{a}{x}$$

la (2) si muta in

$$Y x^2 - a x + a X = 0$$

da cui

$$a^2 - 4\,a\,XY = 0, \quad \text{ovvero} \quad XY = \tfrac{1}{4}\,a.$$

8. La curva data sia una parabola, avremo:

$$f(x,y) = y^2 - 2\,p\,x = 0$$

$$f_x' = -2\,p, \quad f_y' = 2\,y, \quad x f_x' + y\, f_y' = 2\,p\,x$$

e per questi valori le (6) diventano

$$X = -x\ , \quad Y = 2\,y$$

e così

$$Y^2 = -8\,p\,X$$

che rappresenta un altra parabola, la quale si estende coi suoi rami dalla parte delle ascisse negative, ed il cui parametro è quadruplo di quello della parabola data.

Se poniamo essere:

$$f(x,y) = y^n - 2\,p\,x^m = 0$$

una linea del genere parabolico, anche il luogo geometrico è del medesimo genere e grado.

Abbiamo di fatti:

$$f_y' = n y^{n-1}\ , \quad f_x' = -2\,pmx^{m-1}$$

$$x\, f_y' + y\, f_y' = 2\,p\,(n-m)\,x^m$$

e per questi valori le (6) si mutano in:

$$X = -\frac{m}{n-m}\,x\ , \quad Y = \frac{n}{n-m}\,y$$

dalle quali:

$$y^n = \left(\frac{n-m}{n}\right)^n Y^n\ ; \quad x^m = (-1)^m \left(\frac{n-m}{m}\right)^m X^m$$

dunque:

$$Y^n = (-1)^m \cdot \frac{n^n}{m^m} \cdot \frac{2\,p}{(n-m)^{n-m}} \cdot X^m$$

Questa linea si estende dalla parte delle ascisse positive quando m è pari, e dalla parte opposta quando è dispari.

9. Per applicazione del problema inverso supponiamo che l'inviluppo sia una ellisse di equazione:

$$\varphi(X,\,Y) = \frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} - 1 = 0$$

di qui

$$\varphi'_x = \frac{2X}{a^2}, \quad \varphi'_y = \frac{2Y}{b^2}, \quad X\varphi'_x + Y\varphi'_y = 2$$

e per questi valori le (11) diverranno:

$$X_1 = \frac{a^2}{X}, \quad Y_1 = \frac{b^2}{Y}$$

dalle quali

$$\frac{X}{a} = \frac{a}{X_1}, \quad \frac{Y}{b} = \frac{b}{Y_1}$$

e quindi

$$\frac{a^2}{X_1^2} + \frac{b^2}{Y_1^2} = 1.$$

Questa curva è dotata di centro poichè non muta la forma della sua equazione, quando le coordinate da positive si mutano in negative.

Le sue equazioni circolari si hanno facilmente, giacchè per qualunque punto di essa deve essere:

$$X_1 > a, \quad Y_1 > b$$

dunque possiamo porre:

$$X_1 = \frac{a}{\cos\varphi}, \quad Y_1 = \frac{b}{\operatorname{sen}\varphi}$$

dalle quali differenziando:

$$dX_1 = \frac{a\, d\varphi \operatorname{sen}\varphi}{\cos^2\varphi}, \quad dY_1 = -\frac{b\, d\varphi \cos\varphi}{\operatorname{sen}^2\varphi}$$

Per mezzo delle quali può studiarsi l'andamento della linea.

L'equazione polare di questa curva si ha col rappresentare per θ l'angolo che il raggio vettore forma coll'asse delle ordinate, o coll'asse minore della ellisse:

$$X_1 = \rho \operatorname{sen}\theta, \quad X_1 = \rho\cos\theta$$

che sostituiti abbiamo:

$$\rho^2 = \frac{a^2}{\operatorname{sen}^2\theta} + \frac{b^2}{\cos^2\theta}$$

dalla quale riconosciamo che per ogni valore dell'angolo θ, il raggio vettore quadrato eguaglia la somma di due quadrati i cui lati sono le ipotenuse di triangoli rettangoli in uno dei quali il cateto eguaglia il semi asse maggiore, e nell'altro il semi asse minore della ellisse.

Merita essere notato quel punto della ellisse nel quale è tagliata dal raggio vettore minimo della curva trovata. Per questo fine si prenda la derivata prima della sua equazione ed avremo:

$$\rho \frac{d\rho}{d\theta} = -\frac{a^2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta}{\operatorname{sen}^4\theta} + \frac{b^2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta}{\cos^4\theta},$$

e pel minimo dovendo essere:

$$\left(\frac{b^2}{\cos^4\theta} - \frac{a^2}{\operatorname{sen}^4\theta}\right) \operatorname{sen}\theta \cos\theta = 0$$

essa da luogo alle tre seguenti:

$$\operatorname{sen}\theta = 0, \quad \cos\theta = 0, \quad \frac{a^2}{\operatorname{sen}^4\theta} = \frac{b^2}{\cos^4\theta},$$

le due prime corrispondono a $\rho = \infty$, e l'ultima ci dà:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}}, \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}}$$

Ora se nelle equazioni circolari della ellisse:

$$x = a \operatorname{sen}\theta, \quad y = b\cos\theta$$

poniamo i valori trovati per le funzioni circolari, avremo:

$$x = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a+b}}, \quad y = \frac{b\sqrt{b}}{\sqrt{a+b}}$$

e questo è quel punto dell'ellisse dal quale hanno principio quegli archi ellittici, la cui differenza è rettificabile. Come al Teorema di Fagnano per ognuna delle curve coniche, Anno XXIV – Sessione VI – 13 Agosto 1871, pag. 5.

Quando all'ellisse fosse sostituita la circonferenza, la curva del quart'ordine diventa in coordinate cartesiane:

$$a^2 (X_1^2 + Y_1^2) - X_1^2 Y_1^2 = 0$$

e polare

$$\rho = \frac{2a}{\operatorname{sen} 2\theta}$$

ove il raggio vettore è minimo quando è massimo $\operatorname{sen} 2\theta$, il che ha luogo per $\theta = \frac{\pi}{4}$. Il minimo raggio vettore nel caso della ellisse è

$$\rho = a + b.$$

10. Se ora si suppone una iperbole:

$$\varphi(X, Y) = \frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} - 1 = 0$$

si trova pel luogo geometrico

$$\frac{a^2}{X_1^2} - \frac{b^2}{Y_1^2} = 1$$

ed anche questa linea è dotata di centro.

Per comodo notiamo con x, y le sue coordinate, onde:

$$a^2y^2 - b^2x^2 - x^2y^2 = 0$$

è la sua equazione.

L'origine delle coordinate ed il centro è un punto duplo, perchè essendo generalmente per la esistenza di questo punto:

$$f_x'(x, y) = 0, \quad f_y'(x, y) = 0$$

$$\frac{dy^2}{dx^2} f_y''(a' + b') + 2\frac{dy}{dx} f''_{x,y}(a', b') + f_x''(a', b') = 0$$

ove a', b' sono i particolari valori che si ricavano dalle due prime derivate eguagliate a zero.

Nel caso presente le equazioni di condizione sono

$$-2x(b^2 + y^2) = 0, \quad 2y(a^2 - x^2) = 0$$

dalle quali apprendiamo che i soli valori reali che si ottengono simultaneamente per le coordinate sono

$$x = 0, \quad y = 0.$$

Ora per riconoscere se il punto è duplo si prendano le derivate seconde, le quali saranno:

$$f_x'' = -2b^2 - 2y^2, \quad f_y'' = 2a^2 - 2x^2, \quad f''_{x,y} = -4xy$$

nelle quali sostituiti i valori trovati abbiamo:

$$f_x''(a', b') = -2b^2, \quad f_y''(a', b') = 2a^2, \quad f''_{x,y}(a', b') = 0$$

e così l'equazione generale si muta in:

$$a^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - b^2 = 0, \quad \text{onde} \quad \frac{dy}{dx} = \pm\frac{b}{a}.$$

Dunque per la origine degli assi passano due rami della medesima curva, ed essa ha per tangenti in questo punto gli assintoti della data iperbole.

Se l'equazione si pone sotto la forma:

$$y^2 = \frac{b^2 x^2}{a^2 - x^2}$$

si riconosce ch'essa trovasi tutta compresa tra i limiti $+a$, $-a$ dell'ascissa, e che ad $x = \pm a$ corrispondono due assintoti paralleli all'asse delle ordinate.

Di qui apparisce chiaramente che dovendo essere per tutti i punti della curva $x < a$ dunque può mettersi:

$$x = a \text{ sen } \varphi$$

notando con φ l'ampiezza dell' arco circolare di raggio a contato dal semiasse b, ed allora ne risulta:

$$y = b \text{ tang } \varphi$$

onde

$$x = a \text{ sen } \varphi, \quad y = b \text{ tang } \varphi$$

ne sono le sue equazioni circolari le quali possono essere utilmente impiegate per dimostrarne le sue proprietà.

Il centro della curva non è soltanto un punto duplo, ma è pure un punto di flesso contrario. Poichè ponendo la sua equazione sotto la forma:

$$y = \frac{bx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

si trova

$$\frac{dy}{dx} = a^2 b (a^2 - x^2)^{-\frac{3}{2}}; \quad \frac{d^2y}{dx^2} = 3 a^2 b \cdot \frac{x}{(a^2 - x^2)^{\frac{5}{2}}}$$

ed eguagliata a zero la derivata seconda si ottiene:

$$x = 0.$$

11. Sia una parabola, cioè:

$$\varphi(X, Y) = Y^2 - 2pX = 0$$

da cui:

$$\varphi'_y = 2Y, \quad \varphi'_x = -2p, \quad Y\varphi'_y + X\varphi'_x = 2pX$$

e le (11) danno:

$$X_1 = -X, \quad Y_1 = \tfrac{1}{2} Y$$

e quindi:

$$Y_1^2 = -\tfrac{1}{4} \cdot 2pX_1$$

che corrisponde a quanto trovammo altrove.

12. Sia ora una curva a doppia curvatura, ci proponiamo assegnare l'equazioni generali che valgano a darci il luogo geometrico generato dal piano

che passa per quei tre punti degli assi coordinati che sono in essi le projezioni del punto qualunque della linea.

Siano x, y, z le coordinate di un punto qualunque M di una linea gobba le cui equazioni sono:

$$f(x,y)=0, \quad \varphi(x,y)=0 \qquad (1)$$

e dicendo X, Y, Z le coordinate variabili di un piano il quale tagli i tre assi alle distanze:

$$x\ ,\ y\ ,\ z$$

dalla origine, la sua equazione è:

$$\frac{X}{x}+\frac{Y}{y}+\frac{Z}{z}-1=0 \qquad (2)$$

Se in questa equazione in luogo di z ed y si pongono i loro valori dati in x per mezzo delle (1), essa sarà ridotta a contenere questa indeterminata, e perchè il piano variabile con x è tangente al luogo geometrico, così il descriminante di questa equazione ridotta che sarà ad essere omogenea, sarà nullo. E siccome l'equazione risultante conterrà X, Y, Z per sue variabili, essa sarà una superficie.

Per la soluzione del medesimo problema puo ancora osservarsi che la (2) deve coesistere col suo differenziale perchè allora si passa nella data curva al punto

$$x+dx, \quad y+dy, \quad z+dz$$

onde

$$\frac{X}{x^2}dx+\frac{Y}{y^2}dy+\frac{Z}{z^2}dz=0$$

che per le (1) diventa:

$$\frac{X}{x^2}-\frac{Y}{y^2}\cdot\frac{f_x'}{f_y'}-\frac{Z}{z^2}\cdot\frac{\varphi_x'}{\varphi_z'}=0 \qquad (3)$$

Le (2) e (3) si riducono a dipendere dalla sola variabile x, e la eliminezione di questa ci conduce a trovare l'equazione del luogo geometrico richiesto.

Da queste soluzioni non ne derivano che superficie. I piani però che abbiamo considerati nelle (2), (3) si tagliano secondo una linea retta, e se ora si considera coesistere con queste equazioni anche quella del piano osculatore nel punto x, y, z della curva a doppia curvatura, qual'è:

$$a(X-x)+b(Y-y)+c(Z-z)=0 \qquad (4)$$

ove:

$$a = dy\, d^2 z - dz\, d^2 y$$
$$b = dz\, d^2 x - dx\, d^2 z$$
$$c = dx\, d^2 y - dy\, d^2 x$$

da queste tre equazioni potremo ricavare i valori di x, y, z in funzione di X, Y, Z che sostituiti nelle (1) avremo:

$$f(X, Y, Z) = 0, \quad \varphi (X, Y, Z) = 0$$

le quali sono due superficie coesistenti onde il luogo geometrico dimandato deve risultare dal loro incontro.

Se in luogo di prendere il piano osculatore, si scegliesse il piano normale alla curva proposta anche questo generalmente incontrerebbe la linea d'intersecazione de'due piani (2), (3) e perciò essendo:

$$(X - x)\, dx + (Y - y)\, dy + (Z - z)\, dz = 0 \qquad (5)$$

l'equazione del piano normale, anche questo unito ai due precedenti ci conduce a due superficie coesistenti le quali rappresenteranno colla loro intersecazione la linea dimandata.

13. Per la soluzione del problema inverso immagineremo, che sulla curva venga preso un punto qualunque x, y, z e per questo sia guidata una tangente. Le projezioni di essa retta tagliano gli assi in punti di facile determinazione. Se si prendano su ciascun piano coordinato le distanze che corrono da questi punti all'origine per nuove coordinate, si domanda il luogo geometrico che ne deve risultare.

Siano:

$$X, Y, Z$$

le coordinate variabili per la tangente, e

$$f(x, y) = 0, \quad \varphi (x, y) = 0 \qquad (1)$$

l'equazioni della curva data.

Quelle che rappresentano la tangente saranno:

$$Y - y = \frac{dy}{dx}(X - x), \quad Z - z = \frac{dz}{dx}(X - x) \qquad (2)$$

e considerando primieramente il piano della x, y si assegnino i punti nei quali la projezione della tangente su questo piano taglia gli assi, ed a tal fine posto $X = 0$, ne risulterà:

$$Y = -\frac{x\,dy - y\,dx}{dx} = \frac{x f_x' + y f_y'}{f_y'}$$

e per $Y = 0$ si avrà: (3)

$$X = \frac{x\,dy - y\,dx}{dy} = \frac{x f_x' + y f_y'}{f_x'}$$

le quali dovendo coesistere con

$$f(x, y) = 0$$

i loro secondi membri si riducono a dipendere dalla sola variabile x, la quale eliminata ci fornisce la seguente:

$$F(X, Y) = 0 \qquad (4)$$

che rappresenta l'equazione di un cilindro projettante, e sul quale deve trovarsi il luogo geometrico richiesto.

Ora si consideri il piano delle $z\,x$ e si ponga $X = 0$, e quindi $Z = 0$, ne dedurremo le seguenti:

$$Z = -\frac{x\,dz - z\,dx}{dx} = \frac{x \varphi_x' + z \varphi_z'}{\varphi_z'}$$

$$X = \frac{x\,dz - z\,dx}{dz} = \frac{x \varphi_x' + z \varphi_z'}{\varphi_x'} \qquad (5)$$

colle quali coesiste

$$\varphi(x, z) = 0$$

e perciò i secondi membri delle (5) si riducono anch'esse a dipendere dalla sola x, che eliminata ci conduce a

$$F_1(X, Z) = 0 \qquad (6)$$

che dà una successione di punti posti sul piano coordinato zx e quindi un secondo cilindro projettante, che coesistendo con quello dato dalla (4) ci rappresentano il luogo geometrico dimandato.

14. Per applicazione delle (3) e (5) s'immagini una sfera di raggio R e coll'origine delle coordinate nel centro, ed un cilindro circolare, il cui diametro partendo dal centro della sfera, e diretto sull'asse delle x sia $2r$. Dalla coesistenza di queste due superficie, ne deriva una linea curva le cui projezioni sopra i piani coordinati XY, e ZX sono:

$$f(x, y) = y^2 + x^2 - 2rx = 0; \quad \varphi(x, z) = z^2 + 2rx - R^2 = 0. \qquad (7)$$

Dalla prima abbiamo:

$$f_x' = 2(r - x), \quad f_y' = 2y, \quad x f_x' + y f_y' = 2rx$$

e per questi valori le (3) ci danno:

$$Y = \frac{rx}{y}; \quad X = \frac{rx}{r - x}.$$

Di qui:

$$x = \frac{rX}{r - X}$$

e quindi:

$$y = \frac{r^2 X}{Y(r + X)} \quad .$$

Sostituiti questi valori in $f(x, y) = 0$ otteniamo la linea del terz'ordine:

$$Y^2 = \frac{r^2 X}{2r + X} \qquad (8)$$

la quale è simmetrica rispetto l'asse delle ascisse ed ha valori reali per $X > 0$. Se in essa supponiamo l'ascissa negativa avremo:

$$Y^2 = -\frac{r^2 X}{2r - X}$$

ove la Y è immaginaria per tutti i valori della $X < 2r$, ma per $X = 2r$ essendo $Y = \infty$ ha luogo un assintoto parallelo all'asse delle ordinate, e per tutti i valori dell'ascissa maggiori numericamente di $2r$ le ordinate sono nuovamente reali: dunque la curva che trovasi dalla parte delle ascisse positive è separata da quella situata nella parte opposta dalla costante $2r$.

Ora dalla seconda delle (7) abbiamo:

$$\varphi_x' = 2r, \quad \varphi_z' = 2z, \quad x\varphi_x' + y\varphi_y' = 2(R^2 - rx)$$

che sostituiti nelle (5) otteniamo:

$$X = \frac{R^2}{r} - x, \quad Z = \frac{rX}{z}$$

e da queste:

$$x = \frac{R^2}{r} - X, \quad z = \frac{rX}{Z}$$

che posti nella:

$$z^2 + 2rx - R^2 = 0$$

ci danno:

$$Z^2 = \frac{r^2 X^2}{2rX - R^2} \quad . (9)$$

che è pure simmetrica rispetto l'asse delle ascisse, e del terz'ordine ed ammette un assintoto per:

$$X = \frac{R^2}{2r}$$

e le ordinate sono reali soltanto dalla parte delle ascisse positive, e per valori di $X > \frac{R^2}{2r}$. Queste due equazioni (8), (9) sono quelle che rappresentano due cilindri projettanti che colla loro intersecazione danno la linea dimandata, ovvero sono le projezioni di questa.

Se si supponesse:

$$R = 2r$$

le due equazioni divengono:

$$Y^2 = \frac{R^2 X}{4(R + X)}, \quad Z^2 = \frac{R X^2}{4(X - R)}. \qquad (10)$$

15. Sia una superficie qualunque, ed in essa un punto x, y, z: per le estremità di queste valutate sugli assi si faccia passare un piano: e ripetendo questa operazione per tutti quei valori che tali coordinate acquistano nel passare da punto a punto della superficie, egli è chiaro che tali piani danno luogo colle successive e continue loro intersecazioni ad una superficie della quale si domanda l'equazione.

Designando per X, Y, Z le coordinate variabili del piano, la sua equazione è:

$$\frac{X}{x} + \frac{Y}{y} + \frac{Z}{z} - 1 = 0, \qquad (1)$$

mentre quella della superficie sarà:

$$f(x, y, z) = 0. \qquad (2)$$

Passando ora ad altro punto infinitamente prossimo sulla superficie avremo le due seguenti:

$$\left.\begin{aligned} \frac{X}{x^2}\, dx + \frac{Y}{y^2}\, dy + \frac{Z}{z^2}\, dz = 0 \\ dx\, f'_x + dy\, f'_y + dz\, f'_z = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Essendo x, y variabili indipendenti la eliminazione di dz ci conduce alle due seguenti:

$$\frac{X}{x^2} f'_z - \frac{Z}{z^2} f'_x = 0, \qquad \frac{Y}{y^2} f'_z - \frac{Z}{z^2} f'_y = 0,$$

che dovendo coesistere colla (1) ci danno le seguenti:

$$X = \frac{x^2 f_x'}{x f_x' + y f_y' + z f_z'}, \quad Y = \frac{y^2 f_y'}{x f_x' + y f_y' + z f_z'}, \quad Z = \frac{z^2 f_z'}{x f_x' + y f_y' + z f_z'} \qquad (4)$$

dalle quali in ogni caso particolare si ricaveranno i valori di x, y, z dati in funzione di X, Y, Z che poi sostituiti nella (2) daranno l'equazione del luogo geometrico dimandato.

Noteremo qui che per risolvere generalmente la questione proposta dal sig. M. Roberts, non si deve considerare il piano che passa per quei punti dei tre assi che vengono successivamente determinate dai valori di x, y, z, ma piuttosto quel piano che passa per le tre projezioni del punto qualunque della superficie data sopra i tre piani coordinati.

Per ottenere ora l'equazione di questo piano rappresenteremo con:

$$AX + BY + CZ + D = 0$$

la sua equazione generale, e dovremo assegnare i suoi coefficienti nella condizione che passi pei tre punti dati da:

$$x,\ y,\ z = 0; \quad x,\ y = 0,\ z; \quad x = 0,\ y,\ z.$$

Per queste avremo le tre seguenti:

$$Ax + By + D = 0$$

$$Ax + Cz + D = 0$$

$$By + Cz + D = 0$$

dalle quali si deducono:

$$A = -\frac{D}{2x}, \quad B = -\frac{D}{2y}, \quad C = -\frac{D}{22}$$

e l'equazione del piano attuale diventa:

$$\frac{X}{x} + \frac{Y}{y} + \frac{Z}{z} - 2 = 0 \qquad (5)$$

la quale dovrà tenere il luogo della (1). E perchè il differenziale della (5) è identico a quello della (1), così si riprodurranno anche nel caso attuale l'equazioni (3), le quali dovranno coesistere colla (5), onde se ne dedurranno i valori seguenti:

$$X = \frac{2x^2 f_x'}{x f_x' + y f_y' + z f_z'}, \quad Y = \frac{2y^2 f_y'}{x f_x' + y f_y' + z f_z'}, \quad Z = \frac{2z^2 f_z'}{x f_x' + y f_y' + z f_z'} \qquad (6)$$

Ne risulta che tanto le (4) quanto le (6) conducono a superficie della medesima natura.

16. Per ottenere ora le formole per la soluzione del problema inverso, si supponga che pel punto x, y, z della superficie sia guidato il piano tangente, e si prendano per coordinate le tre distanze che corrono dall'origine degli assi ai punti nei quali questi sono tagliati dal piano tangente. Notando per X, Y, Z le coordinate variabili del piano tangente, la sua equazione è:

$$(X - x) f_x' + (Y - y) f_y' + (Z - z) f_z' = 0. \qquad (7)$$

Se in questa porremo successivamente

$$Y = 0,\ Z = 0\,;\quad X = 0,\ Z = 0;\quad X = 0,\ Y = 0:$$

troveremo:

$$X = \frac{x f_x' + y f_y' + z f_z'}{f_x'},\quad Y = \frac{x f_x' + y f_y' + z f_z'}{f_y'},\quad Z = \frac{x f_x' + y f_y' + z f_z'}{f_z'} \qquad (8)$$

le quali dovendo coesistere con:

$$f(x, y, z) = 0$$

sono sufficienti per la determinazione del luogo geometrico dimandato.

17. Sia un piano la superficie data, cioè:

$$f(x, y, z) = \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0;$$

da cui

$$f_x' = \frac{1}{a},\quad f_y' = \frac{1}{b},\quad f_z' = \frac{1}{c},\quad x f_x' + y f_y' + z f_z' = 1$$

e così le (4) si mutano in:

$$\frac{x^2}{a} = X,\quad \frac{y^2}{b} = Y,\quad \frac{z^2}{c} = Z$$

e quindi

$$\frac{1}{a}\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{b}\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{c}\left(\frac{Z}{c}\right)^{\frac{1}{2}} = 1$$

la quale ridotta ad essere razionale ne risulta una equazione di quarto grado.

18. Sia la ellissoide:

$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$$

avremo:

$$f_x' = \frac{2x}{a^2},\quad f_y' = \frac{2y}{b^2},\quad f_z' = \frac{2z}{c^2},\quad x f_x' + y f_y' + z f_z' = 2$$

e le (4) ci daranno:

$$X = \frac{x^3}{a^2},\quad Y = \frac{y^3}{b^2},\quad Z = \frac{z^3}{c^2}$$

dalle quali:

$$\frac{x}{a}=\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{1}{3}},\quad \frac{y}{b}=\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{1}{3}},\quad \frac{z}{c}=\left(\frac{Z}{c}\right)^{\frac{1}{3}}$$

ed in fine:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{Z}{c}\right)^{\frac{2}{3}}=1.$$

Con questo risultato si soddisfa alla proposizione del sig. M. Roberts riguardo all'ellissoide.

Di questa superficie n'è stata assegnata la quadratura ed il volume che comprende dal sig. Prof. Tortolini (Raccolta scientifica Anno 4 pag. 69 Roma 1848) ed ha pure indicato che se questa equazione si trasforma in razionale essa ascende al grado 18°, da quanto abbiamo esposto risulta quale sia una legge di sua generazione.

Se ora supponiamo:

$$f(x,y,z)=\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{z}{c}\right)^{\frac{2}{3}}-1=0$$

otteniamo

$$f'_x=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{a}\left(\frac{x}{a}\right)^{-\frac{1}{3}},\quad f'_y=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{b}\left(\frac{y}{b}\right)^{-\frac{1}{3}},\quad f'_z=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{c}\left(\frac{z}{c}\right)^{-\frac{1}{3}}$$

$$x f'_x+y f'_y+z f'_z=\frac{2}{3}$$

e con questi valori le (4) ci danno:

$$X=a\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{5}{3}},\quad Y=b\left(\frac{x}{b}\right)^{\frac{5}{3}},\quad Z=c\left(\frac{x}{c}\right)^{\frac{5}{3}}$$

dalle quali:

$$\frac{x}{a}=\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{3}{5}},\quad \frac{y}{b}=\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{3}{5}},\quad \frac{z}{c}=\left(\frac{Z}{b}\right)^{\frac{3}{5}}$$

ed in fine:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{2}{5}}+\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{2}{5}}+\left(\frac{Z}{c}\right)^{\frac{2}{5}}=1.$$

Ed operando qui come abbiamo fatto per le linee piane, si trova:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{2}{2n+1}}+\left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{2}{2n+1}}+\left(\frac{Z}{c}\right)^{\frac{2}{2n+1}}=1$$

per una superficie qualunque che colla legge stabilita trae la sua origine dalla ellissoide, e colla quale tutte queste superficie hanno comuni i semi assi.

Nello stesso modo si ragionerebbe per uno qualunque degli iperboloidi.

19. Pel paraboloide ellittico è:

$$f(x, y, z) = \frac{y^2}{2p} + \frac{z^2}{2p_1} - x = 0$$

e di qui:

$$f'_x = -1, \quad f'_y = \frac{y}{p_1}, \quad f'_z = \frac{z}{p}$$

ed

$$x f'_x + y f'_y + z f'_z = x.$$

Per questi valori le (4) si mutano in:

$$X = -x, \quad Y = \frac{y^3}{pX}, \quad Z = \frac{z^3}{p_1 X}$$

dalle quali

$$x = -X, \quad y = (p\,XY)^{\frac{1}{3}}, \quad z = (p_1\,ZX)^{\frac{1}{3}}$$

ed in fine

$$\frac{1}{2p}(p\,Y)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2p_1}(p_1\,Z)^{\frac{2}{3}} + X^{\frac{1}{3}} = 0.$$

20. Per applicazione delle (8) supporremo primieramente che sia data una ellissoide:

$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$$

dalla quale deduciamo:

$$f'_x = \frac{2x}{a^2}, \quad f'_y = \frac{2y}{b^2}, \quad f'_z = \frac{2z}{c^2}$$

$$x f'_x + y f'_y + z f'_z = 2$$

onde:

$$X = \frac{a^2}{x}, \quad Y = \frac{b^2}{y}, \quad Z = \frac{c^2}{z}$$

e quindi:

$$\frac{a^2}{X^2} + \frac{b^2}{Y^2} + \frac{c^2}{Z^2} = 1$$

la quale è una superficie del sest'ordine.

Se poniamo:

$$f(x, y, z) = \frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} + \frac{c^2}{z^2} - 1 = 0$$

si trova:

$$f_x' = -\frac{2a^2}{x^3}, \quad f_y' = -\frac{2b^2}{y^3}, \quad f_z' = -\frac{2c^2}{z^3}$$

$$x f_x' + y f_y' + z f_z' = -2$$

onde:

$$X = \frac{x^3}{a^2}, \quad Y = \frac{y^3}{b^2}, \quad Z = \frac{z^3}{c^2}$$

e quindi:

$$\left(\frac{X}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{Y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{Z}{c}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$$

che è la medesima superficie che abbiamo trovato al § 18.

Eguale ragionamento ha luogo pei due iperboloidi.

21. Si consideri il parabolide ellittico:

$$\frac{y^2}{2p} + \frac{z^2}{2p_1} - x = 0$$

avremo

$$f_x' = 1, \quad f_y' = \frac{y}{p}, \quad f_z' = \frac{z}{p_1}, \quad x f_x' + y f_y' + z f_z' = x$$

e quindi sostituendo nelle (8) sarà:

$$X = -x, \quad Y = -\frac{pX}{y}, \quad Z = -\frac{p_1 X}{z}$$

dalle quali

$$x = -X, \quad y = -\frac{pX}{Y}, \quad z = -\frac{p_1 X}{Z}$$

ed in fine

$$\frac{p}{Y^2} + \frac{p_1}{Z^2} - \frac{2}{X} = 0$$

per la superficie richiesta, ch'è di quarto grado.

22. Finalmente si prenda a considerare la superficie di quart'ordine.

$$f(x, y, z) = a^2 b^2 y^2 + c^2 z^2 x^2 - b^2 c^2 z^2 = 0$$

per la quale avremo

$$f_x' = 2 c^2 z^2 x, \quad f_y' = 2 a^2 b^2 y, \quad f_z' = 2 c^2 x^2 z - 2 b^2 c^2 z$$

dalle quali

$$x f_x' + y f_y' + z f_z' = 2 c^2 z^2 x^2.$$

Con questi valori otteniamo dalle (8):

$$X = x\ ; \quad Y = \frac{a^2 b^2}{c^2 X} \cdot \frac{y^3}{z^2}, \quad Z = -\frac{a^2 b^2}{c X^2} \cdot \frac{y^2}{z}.$$

Dall'ultima di queste equazioni apprendiamo che le Z della nuova superficie sono di segno contrario a quelle della data. Eseguendo la determinazione delle y, z e la sostituzione quindi dei loro valori dati in funzione delle coordinate X, Y, Z si trova:

$$a^2 b^2 Y^2 + c^2 Z^2 X^2 - b^2 c^2 Z^2 = 0$$

Dalla quale risulta che colla legge stabilita per la generazione della nuova superficie si riproduce la superficie medesima, la quale per la osservazione fatta sulle distanze di ciascun punto corrispondente dal piano XY, esse sono poste l'una al disopra e l'altra al disotto dello stesso piano.

Dopo ciò è chiaro che se si considera il problema inverso deve trovarsi la superficie medesima , come di fatto avviene applicandovi le relative formole generali.

L'EREDITA' E LO ADATTAMENTO ORGANICO CONSIDERATI COME FATTORI DELLA CREAZIONE NATURALE

OSSERVAZIONI

DEL PROF. VINCENZO DIORIO

La estensione ed il favore sempre crescente che va trovando fra i cultori delle naturali discipline quella teorica recente che l'origine primordiale degli esseri derivando da un movimento di spontaneo sviluppo, la manifestazione successiva e seriale unica dei medesimi cerca di spiegare prima con la discendenza per la eredità, e poi con lo adattamento per le differenze sopra venute negli organismi; minacciano oramai di rovesciare ogni cardine della sapienza antica, sicchè apparisca necessario che ognuno, che il possa, proporzionatamente alle forze sue si mostri in iscena per sostenere la nobiltà della propria origine, la dignità della ragione e la sublimità de'principii religiosi attaccati sfacciatamente troppo da cotesta turba di novatori.

Non vi è nome, non dottrina, non lavoro per grande che sia già giudicato dal mondo scientifico, che possa considerarsi sufficientemente tutelato dinnanzi all'audacia di costoro. Per essi, quando manchino buone ragioni, la derisione di un passato giudicato già dalla scienza ed il promesso avvicinarsi di un avvenire in cui la bestialità ereditaria della stirpe umana sarà solennemente riconosciuta, ne tengono le veci.

E chi saprebbe mai predire ove sieno per giugnere cotali utopisti, se non trovino contradittori ai passionati loro discorsi?

Venni dunque nella determinazione di dire anche io qualche parola, aggiungendo la mia debole voce a quella di quei sommi che si assunsero il compito di ribattere gli argomenti proposti da questi immaginosi scrittori a sostegno ed abbellimento del chimerico loro edificio. Che se la povertà della mia parola non varrà ad aggiungere peso alle prove già addotte in proposito da quanti non rinnegarono ancora la coscienza del proprio essere, mi procurerà almeno la soddisfazione di non separarmi una volta ancora da quei miei carissimi confratelli ed amici che alla difesa della buona causa, a quella cioè che sostenendo i dritti umani difende ancora quelli che sono di Dio, dierono insieme con il nome il lavoro della propria intelligenza.

Fra gli uomini che si resero più celebri per i loro studii, fra quelli che si ebbero fino ad ora un popolo solo ed una sola voce plaudente nel mondo scientifico, nessuno sicuramente vorrà contrastare che sia stato il Barone Giorgio Cuvier. Egli il restitutore di una copiosa Fauna di specie estinte che sollevò arditamente per il primo il velo del passato sulla storia delle rivoluzioni subite dal globo prima che l'uomo venisse ad abitarlo; egli che diè valore scientifico ai resti fossili sepolti negli strati che compaginano la storia di un passato ignorato prima di lui, i pretesi giuochi della natura, cioè a dire ai fossili, e che riuscì a costruire con questi quel medagliere antico destinato a servire all'archeologia del mondo, come quello che si compila con le monete dei Re, dei Consoli e degl' Imperatori serve alla storia della grandezza di Roma: fu chiamato ben di ragione per antonomasia l'Aristotele francese da tutti i naturalisti che ne ammiravano il genio nelle scoperte ed il sapere nelle opere mandate alla luce. Or bene questo sommo autore dell'anatomia comparativa, che potrebbe pure chiamarsi il padre della paleontologia moderna, venne tacciato di un grave errore da un seguace della dottrina della creazione naturale e fù chiamato, per così dire, responsabile di tutte le conseguenze, che secondo questi novatori, ne derivarono. In fatti in un opera tradotta testè nell'idioma francese leggemmo con sorpresa che Giorgio Cuvier il quale scrisse che « le specie estinte delle quali rinveniamo i resti sepolti nei diversi strati geologici sovra posti, differiscono dalle specie analoghe contemporanee tanto più quanto la giacitura loro è più profonda, ossia tanto maggiormente, quanto l' antichità alla quale desse appartengono è più remota; diè luogo ad un grossolano errore (*elle engendra un grosse erreur*). In fatti ritenendo i fossili caratteristici di ciascheduna epoca geologica quasi intieramente distinti dai fossili giacenti al di sotto ed al di sopra, Cuvier credeva a torto che una medesima specie organica non si potesse trovare nei strati sovra posti; conchiuse egli da ciò che vi fossero una serie di periodi di creazioni successive, e questa sua sentenza fù legge per la maggior parte dei naturalisti contemporanei. Questa maniera di vedere fece autorità per molto tempo, ed impedì più di ogni altra cosa il sorgere di una vera storia della creazione « *Cette manière de voir fit longtemps autorité* » *et empêcha, plus que toute autre chose, l' avénement d' une veritable* » *histoire de la création* ». In fatti se vi sono stati di tali sconvolgimenti di tutta distruzione, egli è naturalmente impossibile di sognare ad uno sviluppo continuo delle specie; non havvi altro espediente che l' attività delle forze sopra naturali, bisogna per ispiegare i fatti invocare il miracolo. Il

miracolo soltanto poteva aver prodotto le rivoluzioni geologiche, e dopo che desse furono compiute, al principio di ogni epoca novella, questo solo poteva aver creato a nuovo (*à nouveau*) un mondo vegetabile ed animale. Ma la scienza in nessun luogo ammette il miracolo, se per miracolo s' intende l'intervenzione delle forze sopranaturali nello svolgimento della natura » (1).

Quando si leggono pubblicati a nome della scienza argomenti di tal fatta da uomini che professando il positivismo si vantano quali riformatori della società, si sarebbe tentati di rinnovare quello che i barbari fecero più volte, di distruggere cioè tutta la messe scientifica raccolta con tanti stenti e fatiche da que' sommi che considerati quali genii del sapere infino alla età presente, se riuscisse ad accertarsi la teoria novella, non avrebbero fatto altro che fuorviare dal vero gl'intelletti sani; facilitando per tale guisa il trionfo dei pregiudizii, mentre davano a credere di mirare solo al riscatto del mondo involuto nelle tenebre dalla ignoranza e negli errori dalla superstizione!

Si potrebbe è vero fare qualche osservazione filosofica relativamente all'anzidetta esclusione del miracolo, definito alla maniera dell'Haeckel, dalla creazione; questo però ne fuorvierebbe dal proposto sentiero. Ci basterà lo avvisare che quei miracoli tanto temuti dalla scienza moderna, onde potere cancellarli del tutto dal dizionario delle nazioni incivilite, converrebbe prima provare che realmente non abbiano avuto luogo giammai, nemeno cioè nella prima origine delle cose. Per riuscire però ad una tale dimostrazione, bisognerebbe provare o che il mondo ha esistito sempre, o che si è sviluppato di per se solo da elementi preesistenti; ciò che non è facile di conseguire. Che se i Darwinisti non potessero riuscire a tanto, troverebbersi non poco imbarazzati ove s'impegnassero di continuare nella negazione di ogni intervento di forza estramondiale nella creazione del mondo. In fatti mancherebbe loro quel primo anello senza del quale la catena seriale unica degli esseri non potrebbe sostenersi giammai.

Si dirà che hanno essi dalla lor parte i poteri illimitati della natura. Se però eglino intendono per natura una forza intelligente ed incircoscritta ne'suoi poteri, dovremmo ricordare che la Natura così definita si confonde con Dio. Laonde eziandio ragionandola così, si troverebbero alla per fine ridotti ad ammettere ed a confessare quello che prima negarono, ossia la intervenzione di una forza estramondiale cosciente illimitata nella creazione e nello ordinamento dell'universo.

(1) Histoire de la creation des êtres organisés d'après les lois naturelles. Par Ernest Haeckel Professeur de Zoologie à l'Université de Jena. Paris, Chez C. Reinwald et C. 1874, pag. 53-54.

La confutazione di cotesti errori fondamentali dei moderni materialisti la si trova già bella e scritta nelle opere di Cicerone, là dove dettando egli le sue idee intorno alla natura degli Iddii parlò di tali utopisti così « Ego non mirer esse quemquam qui sibi persuadeat, corpora quaedam solida atque individua, vi et gravitate ferri, mundumque effici ornatissimum et pulcherrimum ex eorum corporum concursione fortuita? Hoc qui existimat fieri potuisse, non intelligo cur non idem putet, si innumerabiles unius et viginti formae literarum vel aureae, vel quaslibet, aliquo coniiciantur, posse ex his in terram excussis annales Ennii, ut deinceps legi possint, effici: quod nescio an ne in uno quidem versu possit tantum valere fortuna » (1).

Si escluda l'intervenzione di una forza sopra naturale dalla creazione, che ne resterà mai? Gli atomi indestruttibili di una materia supposta eterna agitati fra loro in perpetua tenzone, aggruppandosi a caso, potranno mai dare l'essere e la vita ad alcuno dei corpi che noi chiamiamo organizzati per la maniera più o meno complicata di loro struttura, e nei quali discuopriamo ordinati in ogni lor parte istromenti distinti, adattati ad officii diversi, ed intanto tutti insieme armonizzati ad un unico fine? Risponderò con Tullio senza timore di essere smentito « nescio an ne in uno quidem versu possit tantum valere fortuna. »

Se non che possiamo oggi aggiungere che i seguaci del Darwinismo sembra che si facciano anche lecito in qualche occasione di travisare i fatti onde meglio tirarli alla loro ipotesi. E che io così dicendo non lavori di immaginazione, mi propongo di dimostrarlo con qualche argomento tratto dal libro sù citato del Haeckel. Lo farò poi tanto più volentieri, in quanto che me ne presenta l'occasione un recente lavoro di un nostro dotto corrispondente italiano e mio speciale amico il Prof. Giovanni Giuseppe Bianconi.

Pubblicava questi sull'esordire di questo anno in Bologna un opera interessantissima: « *Sulla teorica Darwiniana e la creazione così detta indipendente* » (2); ed in essa con argomenti scientifici ineccezionabili distruggendo ad uno ad uno tutti i ripari dell'errore ed i sofismi di una filosofia naturalistica, metteva in evidenza come la stessa unità di tipo negli animali di genere e di specie diversa, anzi che riuscire un argomento favorevole a sostegno di quella teorica che suppone la natura quale una potenza operante nella creazione degli esseri secondo il modo seguito dalla intelligenza

(1) Tullius. De Natura Deorum.

(2) La théorie Darwinienne et la création dite indipendante. Lettre a M. Ch. Darwin par J. Joseph Bianconi. Bologne, Chez Nicolas Zanichelli 1874.

umana nella produzione delle opere dell'ingegno, che tutte mano mano dopo di avernele abbozzate corrrege e perfeziona; dimostra invece che la forza creatrice per accertate e talora complicatissime modificazioni organiche, adattò originariamente le strutture, analoghe in apparenza, a condizioni di esistenza svariatissime e corrispondenti alle diverse maniere di funzionamento a cui venivano destinate. Per tale guisa la varietà stupendamente calcolata in un piano identico di costruzione, anzichè manifestare un semplice sviluppo seriale degli esseri naturali, rivela invece l'intelligenza infinita di chi ne modellò i tipi primitivi, e la potenza di colui, che stampando in ciascheduno di essi con le impronte del tipo, quella legge eziandio in forza della quale si perpetua esso nel tempo e si rinnova nello sviluppo eguale o ciclico delle specie; riunì nel medesimo la legge di successione, non già con quella di una mutabilità indefinita, ma si bene con l'altra dei limiti specifici, senza dei quali non vi sarebbe che ibridismo perpetuo nella natura. Impertanto se pure la eredità bastasse a spiegare la discendenza da un ceppo identico di tutti i viventi; le differenze sostanziali che risultano dallo adattamento di quello a funzioni differentissime, proverebbero evidentemente che la specificazione delle strutture ha dovuto avere una origine tutta distinta da quella che potrebbe comprendersi entro il titolo di una discendenza modificata semplicemente da successivi sviluppamenti. Basterebbe forse questa semplice osservazione a portare il fatto delle differenze strutturali degli animali fuori dei limiti della unità seriale, a difendere la quale si vanno accozzando da ogni parte prove claudicanti od immaginose dai Darwinisti.

L' Haeckel però nel su citato suo libro passando sopra molte differenze reali di struttura parlò delle estremità degli animali come di altrettanti organi fatti dei medesimi pezzi in numero, identici per costruzione e simili per i rapporti; e con questi ingannevoli argomenti si studiò di provare la sua tesi, senza molto curarsi nè della esattezza delle sue proposizioni nè delle conseguenze che potrebbero esserne derivate. Egli, a modo di esempio, scrisse così. « Quante le volte organismi apparentemente differentissimi sono presso che identici nella interna loro struttura, se avviene per la natura degli esseri viventi vegetabili ed animali, che le parti costruite dei pezzi medesimi acquistino forme ed usi diversi, se ne può conchiudere senza esitare (*sans hésiter*) che l'identità proviene dalla discendenza (*de l'herédité*), e la dissomiglianza dallo adattamento (*de l'adaptation*) ». (op. cit. p. 360).

Or bene ammessi senza esitare, secondo i precetti del citato scrittore, i ridetti principii ne verrebbero (supposte vere le premesse) le più ridevoli con-

seguenze. Così a modo di esempio dovrebbe dirsi che un sorce lanciato ripetutamente in aria per i reiterati sforzi che farebbe a fine di reggersi in mezzo al pelago gassoso dell'atmosfera, vedrebbe finalmente le sue zampette anteriori cangiarsi in paracadute, e si troverebbe finalmente cangiato in un pipistrello p. e. nel *Vespertilio murinus* il quale con il nome specifico ricorderebbe la discendenza antica. Un cane costretto a nuotare onde campare la vita da certa morte per annegamento in una palude di quelle che sorgevano improvise a bagnare le terre ancora tiepide del continente primitivo, divenne poco alla volta una *Foca*, supponi la *vitulina*, per le sue estremità modificate in natatoje. Il nuovo abitato di questo essere, determinò quindi il successivo adattamento dei denti suoi al novello regime alimentare, e ne nacque da ciò in lui un altro sostanzialissimo cambiamento. Da ultimo qualche scimmia antropomorfa (e non ci facciamo quì a discutere se sia stato l'Orang, il Chimpanzee, o la Gorilla) avendo sperimentato che giovandosi di un bastone poteva reggersi in piedi senza molta fatica, nè avvenne che l'animale cominciò a poco a poco ad abituarvisi; ed avvezzati poscia nello stesso sistema i proprii figliuoli, con il passare dei secoli, in forza dello adattamento delle membra posteriori alla stazione eretta, si trovarono i tardi nepoti di quelle scimmie primitive cangiati in bipedi ed in bimani da quadrumani che prima erano. Lo incivilimento fece loro perdere il pelo, la moltiplicazione crescendone il numero dileguò da essi ogni timore; e venne da ciò che sciogliessero finalmente spontanei la lingua alla favella, cangiati da bestie scimmiesche per l'organico adattamento in bestie umane, con le quali accettano la consanguineità i Darwinisti!

Nelle antiche scuole di fisiologia si riteneva che le funzioni, ossia gli atti vitali dei semoventi, fossero sempre corrispondenti e proporzionati alle strutture organiche che le servivano; ossia in altri termini, che dovessero sempre le funzioni avere organi acconci alle manifestazioni loro. Veniva da ciò che dallo studio degli organi si argomentava alla qualità delle funzioni; quantunque questa legge patisse sotto certi rapporti una qualche eccezione negli animali inferiori (1). Incorse perciò in errore il Lamarck quando ricusò la facoltà di sentire agli Infusorii ai Polipi ed ai Vermi perciò che in essi non si rinveniva l'organo cerebrale, intanto che ammise l' intelligenza nei pesci mentre la diniegava agli insetti, perchè nei primi vi ha un organo cerebrale che manca ai secondi. La sbagliò quel distinto naturalista credendo che una determinata manifestazione di vita, non possa esercitarsi se non per mezzo

(1) H. Milne-Edwards. Introduction a la Zoologie générale. Paris, Chez Victor Masson 1851, p. 70.

di un organo sempre identico; ma da ciò non potrebbe conseguirne che quando una funzione si verifica in un essere animato, essa possa verificarsi quante le volte le organiche strutture non la consentano (1). La natura ha saputo adattare organi eteronimi a funzioni omonime; ma funzioni eteronime non potranno mai verificarsi in organi omonimici, se prima questi non sieno divenuti acconci per modificata struttura alle funzioni di foggia novella alle quali dovranno concorrere.

Consiegue pertanto dal fin quì esposto che lo adattamento di un organo determinato ad una funzione determinata e diversa da quella che per sua struttura sarebbe chiamato a compiere, come p. e. il mutamento della zampa del cane nella natataja della foca, non potrà mai avvenire, se prima le parti essenziali che costituiscono quella estremità, non sieno adattate e cambiate in modo da poter servire all'uso novello.

E dapoichè il primo atto modificatore della struttura anzidetta non potrebbe verificarsi, se prima la medesima non fosse modificata corrispondentemente alle esigenze di quello; così non può ammettersi in modo alcuno la teorica dello adattamento, la quale si fonda sulla riduzione degli organi consecutiva all'uso che l'animale può fare dei medesimi, e pretende di spiegare così la varietà delle strutture che si rinviene nelle estremità omologhe degli animali. I sostenitori di questa dottrina immaginano un effetto operante sulla sua cagione; ripetono da ciò che ancora non è, l'occasione di quello che ha preceduto; confondono il moto con il mobile, ed immaginano che quello abbia preesistito ed abbia modellato a sua maniera il secondo, il quale dal primo non poteva giammai ottenere il suo essere.

Viene opportunamente al caso nostro quanto ha scritto il Burmeister, autore tutt' altro che sospetto di oltramontanismo, nella sua opera intitolata Storia della Creazione (2). Egli pertanto parlando di questa immaginata mutabilità delle specie si esprime così: « Noi ci sentiamo poco inclinati ad accordare il nostro assentimento a questa ipotesi per quanto essa sembrar possa ingegnosa a gran numero di persone. Come naturalisti esatti, noi affermiamo che i problemi di tale natura sono fuori del dominio della sana esperienza; e sarebbe meglio occuparsi di quello che possiamo noi conoscere scientificamente e sottoporlo ad un esame positivo, che attaccarsi a congetture le quali sfuggono alla osservazione. L'uomo e la scimmia si distinguono oggi l' uno

---

(1) H. Milne-Edwards. Op. e luogo citato.

(2) Histoire de la Création. Par H. Burmeister. Édition française, traduite de l'allemande d'après la huitième édition par E. Maupas. Paris, F. Savy 1870, pag. 643.

dall'altra zoologicamente e psicologicamente; e siccome noi non possiamo lasciare rovesciare il principio della invariabilità dei caratteri specifici senza manomettere al tempo stesso tutta la zoologia scientifica, noi abbiamo tutta ragione di credere che le differenze loro hanno esistito primitivamente ed in ogni tempo, e che le medesime sussisteranno ancora per l'avvenire ».

Dopo tanto esplicita professione di fede di un distinto ed imparziale scrittore, ei parrebbe superfluo l'occuparsi ancora delle Jole dei Darwinisti: ma dapoichè l'Haeckel invoca la scienza positiva a sostegno della teoria ripudiata da noi, ci è giuoco forza seguirlo ancora per poco ne' studii suoi, onde trarne nuovo lume intorno ai già enuuciati argomenti.

Egli adunque continua scrivendo così: « Paragonate per esempio le mani » o più tosto le estremità anteriori di nove mammiferi differenti rappresen- » tati nella Tavola IV (vi ha infatti questa tavola nel testo in modo da » lasciar vedere lo scheletro osseo della mano e delle cinque dita). In queste » nove estremità, si trovano sempre, qualunque sia la diversità delle forme » esterne, *le medesime ossa in numero eguale*, *nella medesima posizione* » *e nel medesimo modo di aggruppamento*. = Dans ces neuf extrémités, on » trouve toujours, quelle que soit la diversité des formes extérieures, les » mêmes os en nombre égal, dans la même position et le même mode de » groupement ». Le nove estremità indicate e figurate dall'Haeckel sono 1.° la mano dell'uomo. 2.° quella corrispondente della Gorilla, 3.° dell'Orang-outan, 4.° del cane, 5.° della Foca, 6.° del Delfino, 7.° del Pipistrello, 8.° della Talpa, 9.° dell'Ornitorinco. L'autore adunque continua col le seguenti parole: « Che » la mano dell' uomo differisca pochissimo da quella dei più prossimi suoi » parenti la Gorilla e l'Orang ciò sembrerà senza dubbio assai naturale; ma » che la zampa del cane, la natatoja pettorale della Foca e del Delfino sieno » essenzialmente costruite nella maniera stessa, ecco ciò che apparirà più » sorprendente. Pertanto si resterà ben altrimenti sorpresi di vedere le stesse » ossa costruire alla lor volta l' ala del Pipistrello, la zampa in forma di » vanga della talpa, e la estremità anteriore del più imperfetto fra gli ani- » mali mammiferi l'Ornitorinco. Il volume e la forma delle ossa hanno sol- » tanto subito modificazioni notevoli; il *loro numero*, *la loro disposizione*, » *il loro modo di articolazione* non hanno variato. A che mai sarebbe egli » possibile di attribuire questa sorprendente analogia, questa parità della » struttura interna essenziale, sotto la diversità delle forme esterne? A che » mai se non alla discendenza comune provenendo da parenti comuni? Ma » se scendendo ancora più in basso del gruppo dei mammiferi, voi trovate

» che parimenti le ali degli uccelli, le zampe anteriori dei rettili e degli
» amfibii sono essenzialmente e nella maniera stessa costruite delle stesse ossa
» che il braccio dell'uomo e le membra anteriori degli altri mammiferi; voi
» ne potrete già conchiudere sicuramente la comunanza di origine di tutti
» questi vertebrati. L'analogia delle forme fondamentali ci indica dunque quì
» come per tutto il grado di consanguineità. » (op. cit. pag. 360–361).

Dopo tanta dottrina che altro resterebbe fuori dell' ammirazione e dello stupore a noi che, retrivi per educazione viziata, abbiamo studiato le ossa degli animali su i corpi loro, ed abbiamo il pregiudizio di credere ancora a storie tradizionali giudicate oramai abbastanza dalla scienza e dal tempo?

Ci resta una risorsa, e questa solenne troppo per non venire dimenticata; cioè quella, svolta con tanta maestrìa dall' illustre nostro collega il Prof. Bianconi nel sullodato suo lavoro. Ci restano i fatti che costituiscono la vera scienza, quelli che vennero manomessi e travisati troppo dai seguaci del Darwinismo. Sì i fatti, anzi che riuscire a confusione nostra, sorgono invece a nostra difesa.

E valga il vero, il numero, la disposizione ed il modo di articolazione delle ossa che compongono le estremità degli animali corrispondenti alle mani nostre, non è quale lo ebbe asserito l'Haeckel nel suo libro, invariato nei mammiferi, e meno ancora negli altri vertebrati. Non vogliamo noi qui riprodurre quanto ha pubblicato sù tale argomento il nostro dotto corrispondente italiano, e rimandiamo perciò al suo libro i Darwinisti che desiderino approfondire i studii sul difficile argomento. Ci contenteremo solo di accennare che bisognerebbe distruggere ancora tutti i lavori anatomici di Giorgio Cuvier e di quanti lo seguirono cultori distinti della scienza della organizazione, per riguardare come vere tutte le assertive del professore di Jena.

Ed a fine di non rimanere nelle astrazioni ci sia lecito di richiamare ad esame sommario solo taluna delle proposizioni Haeckeliane quale per esempio sarebbe la prima e la più solenne di quelle già ricordate di sopra, per la quale egli ebbe dichiarato che il numero delle ossa componenti l' estremità anteriori dei suoi nove animali, è in tutti eguale « *les mêmes os en nombre égal* » (op. cit. pag. 360, lin. 20). Prendendo dunque questa proposizione per quello che esprimono le parole, dovremmo recisamente negarla. Di fatti se il numero delle ossa componenti le estremità corrispondenti degli animali mammiferi sempre dovesse essere eguale, non dovrebbero esistere fra i poppanti altro che animali a cinque dita: ovvero se pure di tali non ne esistessero, bisognerebbe ritrovare nelle estremità loro ammassate, non si sà come,

parecchie ossa senza uso e senza fine, ciò che per completare il numero voluto dall' Haeckel sarebbe indispensabile. Questo però contradirebbe a quelli altri termini della proposizione per i quali è detto che non solo le ossa si trovano nello stesso numero nelle estremità corrispondenti degli animali, ma che di più vi si rinvengono nella medesima posizione, e nel medesimo ordine di aggruppamento « *dans la méme position et le méme mode de groupement* » (op. e luogo citato).

Pertanto, se ciò fosse vero, dovrebbe riscontrarsi quell'irragionevole aggruppamento di ossa in tutti quei quadrupedi che hanno le estremità terminate da quattro, da tre, da due o da un dito soltanto. Ora quando mai si è di ciò potuto accertare il distinto professore tedesco ? Non può egli ignorare come fra le stesse scimmie gli *Ateles* mancando del pollice nelle mani anteriori, difettano pure almeno di una delle due falangi pollicari. Nella serie svariatissima dei poppanti poi , chi è che ignori esservi p. e. quattro sole dita complete nei piedi anteriori della Jena, della Talpa dorata di Buffon, dei Gerbi del Desmarest, dell'Istrice nostrano, del Daman, del Tapiro e con esso di tutto il genere dei Suini ? Il Rinoceronte è rimarchevole per le tre sole dita nelle quali ha terminati i piedi. Dallo avere due dita soltanto vien detto *didactylus* un Bradipo : sono conosciuti con l' appellativo comune di monodattili il Cavallo, la Zebbra, l'Onagro dal mostrarne che fanno un solo. Or bene in tutti questi esseri dove sono le ossa in numero eguale , nella posizione stessa e negli identici rapporti, siccome a sostegno della seriale discendenza sarebbe pur necessario di rinvenirle ? E qui si rifletta che noi avremmo potuto aggiungere gli esempii dei didattili ruminanti e quelli di tutti quei rosicchianti che non mostrano che quattro dita sviluppate alle estremità anteriori, nascondendone un quinto rudimentale ed incompleto sotto la pelle. Non ostante però una tale omissione non resta men vero che negli esempii da noi citati di animali nei quali il numero delle dita nelle estremità anteriori è minore di cinque, non può in modo alcuno verificarsi, e non si verifica mai in natura, che il numero delle ossa, che ne rappresentano secondo l'Haeckel la parte essenziale, rimanga lo stesso. Che se vera fosse una tale proposizione la quale è fra le fondamentali dei mutabilisti, eglino sarebbero costretti a negare siccome il diminuire, così lo accrescersi numerico delle ossa anzidette in taluni animali. Del che non mancano pure cospicui esempii fra i mammiferi. Ed in vero mentre le nostre dita, eccezione fatta dei pollici, non portano che tre pezzi ossei ossia tre falangi ciascuno; quelle corrispondenti ad un dito del Delfino crescono fino ad otto. Che dirà l'Haeckel a que-

sto salto numerico inaspettato nella serie ascendente dei mammiferi? Dunque per quello che riguarda lo insieme delle ossa componenti le estremità omologhe degli animali, apparisce evidentemente non potersi ritenere per vero che il numero complessivo di quelle rimanga eguale in tutti i poppanti siccome alla teoria dei mutabilisti interesserebbe che accadesse.

In secondo luogo l'Haeckel ci volle assicurati che i pezzi essenziali delle estremità simili degli animali non avevano ne anche variato nella loro disposizione, nell'ordinamento loro; e per conseguenza nemmeno nella maniera delle articolazioni. Certo che se ci limitassimo a quello che sembra delle estremità predette per le figure riportate dal professore di Jena nella sua tavola IV, potremmo forse essere indotti a credere probabile molto di quello che si legge scritto nel suo libro; ma se invece seguendo il di lui consiglio portiamo lo studio nostro alle ossa quali sono in natura, ed in modo speciale a quelle che compongono il così detto carpo degli animali, siccome praticò il dotto nostro amico e corrispondente Prof. L. Giuseppe Bianconi; scorgeremo allora facilmente, che con troppa leggerezza si è voluto contare sulla buona fede e sulla ignoranza degli ammiratori della novella dottrina. Lo ripetiamo ancora una volta, nè il numero, nè la disposizione, nè il modo di articolazione dei pezzi ossei delle estremità anteriori degli animali tolti ad esempio dal Professore di Jena riescono a comprovare la teoria dal medesimo sostenuta.

Ed in vero cosa mai hanno che fare i soli cinque pezzi ossei presso che tutti eguali e disposti quasi a scacchiera che compongono il carpo del Delfino, con le otto ossa che costituiscono quello umano chiamate per la forma loro caratteristica coi nomi di 1° scafoide, 2° semilunare, 3° piramidale, 4° pisiforme, 5° trapezio, 6° trapezoide, 7° osso grande ed 8° uncinato? Sarà mai possibile scambiare le cinque ossa carpiane del Delfino sepolte e confuse in una massa fibro-cartillaginea con quelle teste menzionate che si trovano nel carpo umano e vi stanno articolate a riscontri meccanicamente calcolati e complicatissimi, in rapporto cioè coi movimenti speciali di che solo la mano nostra è capace? La diversità di mole, la varietà di rapporto di ognuno degli otto pezzi ossei proprii del carpo umano, mai potrà essere che si rinvengano egualmente nelle estremità omologhe di nessun altro animale; giacchè ove lo fossero in taluno, questi possederebbe per ciò stesso l'istromento destinato della natura al servigio della ragione.

Ne ciò basta; mentre ove non occorressero altre eccezioni fra i mammiferi sotto il rapporto per il quale gli andiamo rovistando, potrebbe pure dirsi che quella del carpo dei Delfini anzi che essere una anomalia alla legge ge-

nerale, non presentasse che l'esempio di uno sviluppo organico sospeso perchè sufficiente alla forma ittica dell' animale: sospensione non rara a rinvenirsi nella storia della organizzazione dei mammiferi, specialmente se marini. Ma se invece potessi io ricordare altri esempii non meno evidenti ed assai più facili a costatare, di notevoli differenze di struttura nel carpo osseo degli animali che l'Haeckel ha detto senza riserbo consanguinei all'uomo, dove ricorrerebbe egli per trovar prove alla sua assertiva? Or bene sfido io tutti i mutabilisti a smentirmi se asserisco che nove ossa, e non otto, si rinvengono nel carpo delle scimmie, mentre solo sette se ne contano nel carpo delle fiere; fra le quali viene annoverato il cane, a cui otto ossa carpiane concesse il Professore di Jena. Dove esiste dunque il numero fisso ed identico assegnato da lui alle scimmie, al Cane alla Foca, al Delfino ed al Pipistrello? Del resto su quanto si riferisce allo sviluppo relativo delle ossa carpiane, alla diversa loro disposizione ed ai rapporti di articolazione delle medesime, temerei di diminuire il pregio del dotto e pazientissimo lavoro del nostro corrispondente ed amico già più volte lodato, se quì prendessi a parlarne: non posso dunque che iuvitare quanti si interessano a questi studii, a meditare sulle pagine vergate dall' illustre Prof. G. Bianconi, e ad esaminare attentamente le precise e nitidissime tavole con le quali volle egli arricchito il suo lavoro. Basta a me lo accennare che il solo confronto della tavola IV dell'Haeckel con quelle che accompagnano il libro del Bianconi, sarebbe più che sufficiente a dimostrare che i studii del Professore di Jena, giudicandone dalla poca verità delle figure sù indicate, non si dovrebbero forse ritenere per molto serii.

Del rimanente quei che volessero approfondirsi ancora di più nei dettagli della organizzazione delle estremità omologhe degli animali non avrebbero che a prendersi la pena di percorrere nell'opera di Anatomia Comparativa del Barone Giorgio Cuvier l' articolo VII della IV lezione, nel quale troverebbero descritte le ossa della mano e quelle delle estremità anteriori degli animali mammiferi (1). Che se ivi si rinverranno fatti utili a confermare la teorica

(1) Per far cosa grata a quanti non si trovino nella opportunità di consultare la lezione di Giorgio Cuvier quì accennata, ricaviamo dalla medesima quello che si riferisce più da vicino al carpo di sette degli otto animali paragonati dall' Haeckel all' uomo nella tavola IV dell' opera già citata e nel testo relativo Del carpo umano non diremo nulla, perchè già delle otto ossa che lo compongono abbiamo dato un qualche cenno nel testo. Non possiamo però dispensarci dallo avvisare come basta paragouare la figura 1 della tavola IV già indicata del libro dell'Haeckel con la tavola I dell'opera del sullodato nostro corrispondente, per iscorgere a colpo d'occhio, la differenza del carpo umano quale è in natura, a raffronto di quello figurato dal Professore di Jena. Adattandoci adunque all'ordine seguito da questi nella sua esposizione, raccogliamo qualche frase dalla sullodata

Derwiniana sostenuta dall' Haeckel, saremo ben contenti di essere publicamente smentiti.

L'autore della storia naturale della Creazione prese da Goëthe le sue ispirazioni e da Riccardo Owen le sue idee. Quest'ultimo scrisse « allorquando indipendentemente dalla conformità generale di struttura nelle membra delle differenti specie, si vede che può tracciarsi un parallellismo più speciale fra le membra anteriori e le membra posteriori della medesima specie, qualunque siasi la diversità delle funzioni alle quali ciascuna è chiamata; parallellismo od *omologìa* seriale che si seguita e si dimostra in ogni piccolo osso del carpo e del tarso dall'uomo fino al cavallo monodattilo: non si può che essere colpiti da questo concorso rimarchevole di fatti; l'imaginazione si trova ammaliata dal desiderio di penetrare più lontano; e lo spirito è condotto invincibilmente a ricercare se egli non sia possibile di risalire fino alla legge, o generalizzazione superiore, da cui queste armonie debbono derivare » (1). L'Owen però accennando con queste parole alla teoria degli omologhi, indicò la maniera di rinvenire le analogie fra le ossa destinate ad usi corrispondenti o facenti parte di membra parallele fra gli ani-

---

opera del Baron Cuvier relativa al carpo delle scimmie, del quale le figure 2 e 3 rappresentano il tipo nella più volte citata Tav. IV, a quello del Cane (fig. 4. id.), della Foca (fig. 5. id.), del Delfino (fig. 6. id.), del Pipistrello (fig. 7. id.) e della Talpa (fig. 8. id.). Dell' Ornitorinco non possiamo dir nulla, giacchè ci è mancata l'occasione di studiarne lo scheletro. Cominciamo quindi dalle scimmie, trascrivendo da Cuvier ciò che siegue.

« Le carpe des singes a un os de plus que celui de l'Homme » (Leçons d'Anatomie comparée. Tome I. Paris Baudouin Imprimeur de l' Institut National des sciences et des arts. Ann. VIII. pag. 302, lin. 26).

Per quello che si riferisce al Cane ed alla Foca troviamo scritto « Dans les carnivores, en général, mais particulièrement dans les chiens . . . et les phoques, le scaphoïde et le sémi-lunaire ne forment par leur réunion, *qu'un grand os* » (Id. pag. 303, lin. 19. = Bianconi op. cit. Tav. XIV, fig. 1).

In quanto alla Talpa leggiamo: « Dans la taupe, il y a les mêmes neuf os que dans les singes, et de plus un grand os semblable a un fer de faux qui garnit le bord radial de la main dans toute sa longueur, et lui donne cette largeur, et cette figure de pelle qui la rend propre au genre de vie de l'animal » (op. cit. pag. 304, lin. 7. Vedi ancora « Comparazione dell'organo fossorio della Grillo-talpa » Memoria del Dottore Gian-Antonio Bianconi. Bologna Tipi Gamberini e Parmeggiani 1869. Tav. I, fig. 1ª).

Intorno al Delfino G. Cuvier si è espresso così « Les os du carpe des dauphins et des autres cétacés, sont extrémement applatis, presque tous de figure hegagone, formant comme un pavé par leur réunion. Ils ont trois os à la première rangée, et deux seulement à la seconde. » (op. cit. pag. 306, lin. 19. Bianconi op. cit. planche XIV, fig. 2).

Si riferiscono da ultimo al Pipistrello le frasi seguenti: « Dans les roussetes, il y a deux os au premier rang; savoir un grand au bord radiale, et un très-petit à celui qui répond au cubitale; on retrouve le quatre os ordinaires du second rang. » (op. e vol. cit. pag. 303, lin. 13. Bianconi (op. cit. Tav. XVII, XVIII e XIX, fig. 2).

(1) Principes d'Ostèologie comparée par Richard Owen. Paris, Chez J. B. Baillière 1855, pag. 8.

mali; ma non intese mai di provare che il numero delle ossa rimanesse identico nelle membra omonime quantunque per forma terminale differentissime. Il che apparisce evidente da quanto lo stesso autore scrisse negli ultimi capitoli dell'opera su indicata, in una pagina dei quali leggiamo così: « Nel Cane e negli altri carnivori e nel Wombat (Phascolomys-Wombat. Péron) lo scafoide si sviluppa con il semilunare; un osso solo rappresenta dunque ivi tre ossa carpiane del pugno dell'Orang. Nel piede posteriore del Rinoceronte il cuneiforme interno sparisce, siccome il dito al medesimo corrispondente. Nei ruminanti il cuboide si salda con il navicolare. Nel cavallo il cuneiforme è il più grande del rango centrale che corrisponde al dito immenso che porta ed il navicolare resta distinto dal cuboide che si può supporre rappresentato dall'osso che sostiene il quarto dito dell' Emys. Nei ruminanti . . . i due metacarpi delle dita principali si uniscono per formare un osso semplice chiamato cannone . . . e mentre che il numero delle dita diminuisce slontanandosi così progressivamente dal numero cinque, il carattere tipico di questo numero viene indicato per la facoltà (che si ha) di determinare quale è il dito speciale o quali sono le dita speciali, fra le cinque esistenti nel piede dell'uomo, che restano nei piedi dei mammiferi inferiori ridotti a quattro, tre, due ed un dito soltanto » (1). Dal passo quì riferito risulta nettamente che l'Owen non pensò mai ad insegnare che il numero delle ossa rimanesse eguale, nelle estremità degli animali: egli non ne studiò che trascendentalmente i rapporti. L'Owen studiò le omologie da filosofo, l'Haeckel le descrisse invece da poeta.

Ma donde mai nasce nei Darwinisti tanto acciecamento nel sostenere una mera ipotesi, mentre in nessun'altra circostanza forse si vide spiegato zelo eguale a sostegno di una tesi scientifica? Perchè si versa fiele da costoro sù nomi rispettati dal mondo scientifico? Non benemeritarono essi forse della scienza e della società chiudendo le porte della filosofia naturale ad un trascendentalismo pericoloso, e demarcando i confini oltre i quali non può la scienza accompagnare i voli della immaginazione? È forse già passata l'era di quel positivismo di cui tanto vanto menarono i dotti moderni?

Potrei rispondere con il Bianconi, che forse la vera ragione per la quale si parteggia oggi cotanto per la teorica della creazione naturale degli esseri, mentre si vuole proscritta dalla scienza la dottrina antica, stà in ciò che in quest'ultima e nei fatti ch'essa raccolse e commentò: « *on a la preuve d'une intelligence créatrice* » (op. cit. pag. 302), ossia si ammette l'inter-

---

(1) Op. cit. pag. 414 e 415.

venzione di una forza sopranaturale operante nella costituzione primitiva del mondo, e nelle vicende subite dal medesimo. Per tale motivo da quanti vogliono rifiutata la esistenza e lo intervento di una forza increata nell' universo, viene attaccato chiunque si provi a nome della scienza di sostenerlo.

Tale sorte toccò pure da parte dell'Haeckel all'Agassiz, che non fù risparmiato non ostante i titoli che si era guadagnati alla publica stima coi suoi dotti lavori. Ebbe egli la sventura di considerare il creato siccome « l'espressione immediata del piano divino della creazione » (V. Haeckel op. cit. pag. 57, lin. 30), nel primo volume dell'opera intitolata : « Recherches sur l' histoire naturelle des État-Unis de l'Amérique du Nord » non poteva dunque essergli menata buona una simile proposizione dai seguaci del Darwinismo. Ecco il perchè l'Haeckel riferendosi a questo libro di Agassiz (alla pagina 63 dell'opera più volte citata) si è espresso con le parole seguenti:

« Gli avversarii del concetto monistico o meccanico del mondo hanno salutato con gioia l'opera di Agassiz; essi la riguardano come una dimostrazione perfetta della attività creatrice di un Dio personale. Ma essi non badano che questo Dio personale è semplicemente un organismo idealizzato, dotato di attributi umani ».

Dopo quanto abbiamo fin quì esposto ci sembra invece di potere a buon dritto rivolgere al professore di Jena, l'argomento ch'egli diresse contro i sostenitori della dottrina antica. Stimiamo infatti di avere provato a sufficienza che egli ed i partiggiani del darwinismo sono quelli che sopra un organismo idealizzato pretendono di edificare un edificio scientifico, che poi non è altro che un lavoro di fantasia. Lo stesso Goëthe, la di cui sapienza venne encomiata dal Haeckel, relativamente alle metamorfosi successive seriali ed indefinite dei moderni mutabilisti cantò che negli esseri « Tutte le parti si modellano secondo le leggi eterne, ed ogni forma, sia pure straordinaria, nasconde in se stessa il tipo primitivo. La struttura dell'animale determina le sue abitudini » e non le abitudini la sua struttura come interesserebbe che fosse ai sostenitori del mutabilismo. Ora se le parti si modellano sempre secondo le leggi prestabilite, dovette esservi un legislatore che le prestabilì; ed un tale legislatore è giuoco forza ammettere che possedesse la cognizione di quel che faceva e la potenza necessaria a mettere in esecuzione il suo disegno. Ma l'immensità, l'armonìa, la varietà maravigliosa della creazione non potevano essere altro che il concetto di una intelligenza illimitata e l'opera di una potenza infinita; dunque, dalle leggi che governarono la creazione e da quelle che reggono il creato, viene proclamata altamente la esistenza, la sa-

pienza e la potenza infinita di Dio. E chi mai se non Iddio poteva legare la natura nei limiti e nelle forme nelle quali si vede vincolata? chi poteva fuori di lui segnare al mare i confini che non si sorpassano, agli astri ed ai pianeti i movimenti che non preteriscono, agli esseri viventi le impronte che non si mutano? Se però Dio è un intelligenza, non si può negare a lui un essere proprio; e per conseguenza la esistenza reale e personale di Dio, che l'Haeckel volle ridotta ad un semplice organismo idealizzato, rimane provata da quella creazione stessa, dalla quale si voleva esclusa.

Il professore di Jena dichiarò nel suo libro « che l'esperienza e la filosofia non sono punto due nemici accaniti come generalmente lo si crede, e che esse sono l'una il complemento dell'altra » (Op. cit., pag. 70). Ammettiamo noi pure il principio stesso, e confidiamo perciò che per le forze riunite della esperienza e della filosofia si convertiranno i mutabilisti alla verità confessando che la creazione del mondo fù e solo poteva essere l'opera manifesta di una sapienza e di una potenza infinita. I Darwinisti potrebbero chiamarsi i ripetitori ai dì nostri, della dottrina di Democrito e di Epicuro i quali concludevano dalle loro meditazioni non aver potuto esistere alcuna intelligenza ne conoscenza alcuna delle cose prima del principio delle medesime, perciò che alla creazione di queste vi era bisogno di una idea e di un tipo dell'universo, e per conseguenza una conoscenza tanto nell'ordine del tempo quanto nell' ordine della natura, prima che esistessero e la natura e il tempo; ciò che appariva impossibile. Eglino però giudicando la creazione alla stregua dell' intelletto umano, si facevano del Creatore un idea inadequata. Veniva da ciò che essi vedessero la necessità di una preesistenza di quello ehe non poteva preesistere fuori di Dio, se non con la distruzione del concetto di Lui. A costoro rispose già in qualche maniera nell'opera da noi su citata l' Orwen scrivendo che « questi filosofi rigettavano le idee platoniche quali prette chimere, per ciò che le medesime non erano stabilite sopra dimostrazioni. Nulladimeno oggi la conoscenza di un esemplare ideale come base della organizazione degli animali vertebrati prova che la conoscenza di un essere come l'uomo ha esistito prima che l'uomo facesse la sua comparsa; imperochè l'Intelligenza divina formando l'archetipo, aveva la prescienza di tutte le sue modificazioni. Pertanto l'unità stessa del piano della organizazione, sulla quale tanto contano i moderni mutabilisti a sostegno della loro teoria, anzi che riuscire favorevole allo sviluppo naturale di una serie unica nei viventi, anzichè cospirare all'esclusione del Creatore dalla creazione, prova invece, anche secondo l'Owen, la intervenzione di un Essere supremo

nella produzione del creato. « L'unità del disegno (scrisse il Bonnet nelle sue contemplazioni della natura) ci conduce all' unità della intelligenza che lo concepì » e l'Owen aggiunge « l'ignoranza o la negazione di questa verità getterebbe su tutta la filosofia umava un velo che mai sarebbe lecito di sollevare » (op. cit. pag. 11).

Se non che sembrerà forse a taluno che abbia io trattato troppo duramente l'autore della storia della creazione naturale, prendendo nel senso letterale talune asserzioni sue, e quindi giudicandolo quasi falsificatore dei fatti; mentre la necessità in che egli si trovava di addurre qualche prova volgare, confacente al sostenimento della teorica da lui difesa, lo trascinò all'uso di un linguaggio scientificamente parlando meno esatto perchè men rigoroso. Là dove l'Haeckel scrisse che il numero, la posizione e lo aggruppamento delle ossa le quali costituiscono le parti essenziali delle membra degli animali da lui paragonate, era il medesimo per tutte; ove si intenda avere egli invece parlato non di una identità numerica rigorosa, ma solo di un ravvicinamento ideale o di omologìa, di una identità tipica, si direbbe parlando il linguaggio degli anatomici trascendenti, si troverà che non merita egli di essere troppo rimproverato. Mentre ciò che cesserebbe di esser vero colla prima interpretazione, potrebbe esser stimato probabile con la seconda.

A scusa si fatta però potrebbe da taluno rispondersi, che quei che sono chiamati dalla società a spezzare ad altrui il pane della scienza, invece di velare la verità con le amfibologie dovrebbero invece adoperare sempre, per quanto le materie trattate lo consentono, un linguaggio che significasse quello che esprimono le parole.

Due numeri non sono eguali se non in quanto l' uno può sostituirsi all' altro indifferentemente. Che sè uno di essi divenisse minore o maggiore già la sostituzione non rimarrebbe più indifferente.

È accaduto qualche cosa di simile con la teorica degli omologhi nell'anatomia comparativa. Per essa mediante il confronto degli organi corrispondenti degli animali, è sorto un nuovo ramo di studii anatomici; i quali perciò stesso che prescindono da quello che è un organo, per ricercare invece da che mai sia rappresentato nel tipo umano ed in tutta quanta la serie animale, si ebbe il nome di anatomia trascendentale. Questa però è ben facile di comprendere che non rinviene pezzi sostituibili nella organizzazione gli uni agli altri indifferentemente; ma cerca soltanto congegni più o meno paragonabili per le loro strutture e per i loro usi. Or bene quel più e quel meno del quale

non tengono conto gli anatomici trascendentali, è calcolato, descritto e numerato dagli anatomici positivisti.

Risulta dunque evidentemente dimostrato che l'Haeckel, avendo trasportato i dati della anatomia trascendentale nel campo della anatomia positiva, siccome ha fatto esserendo che il numero delle ossa costitutive del carpo umano si trova ripetuto negli altri suoi otto animali; ha tolto agli argomenti addotti il prestigio della verità ed il valore della dimostrazione.

Pertanto se desideriamo di popolarizzare la scienza, facciamolo pure tutti di comune accordo, ma il nostro concorso rispetti sempre la verità quale ce la presenta la natura e quale può da tutti essere costatata. Solo così operando avremo dritto alla riconoscenza della società; a conseguire la quale bisogna incominciare dal rispettare la ragione ed astenersi dal muover dubbio sù certi principii assiomatici che rappresentano il fondamento di ogni sapere umano, fra i quali ognuno deve confessare che primeggia quello che ammette e proclama la esistenza di Dio.

COMITATO SEGRETO

L'Accademia raccoltasi in Comitato segreto apprese da una lettera del Chmo Sig. Presidente Prof. Comm. Benedetto Viale-Prelà come il medesimo invitava il Corpo Accademico deliberante, onde, a seconda di quanto viene prescritto nel Titolo III. §. 8 degli Statuti, procedesse alla scelta del nuovo Presidente essendo di già passato il biennio della di lui conferma. In pari tempo pregava di essere esonerato dalla carica di Tesoriere Accademico, che parimenti godeva, giacchè le circostanze della sua deteriorata salute l'obbligavano ad aversi maggiori riguardi.

L'Accademia quindi procedette per votazione segreta alle due nomine del Presidente e del Tesoriere; ed essendo dieci i votanti risultarono eletti, ad unanimità di voti:

PRESIDENTE

Il Chmo Padre ANGELO SECCHI D. C. D. G.

TESORIERE

Il Chmo Comm. Prof. BENEDETTO VIALE-PRELÀ.

Il Corpo Accademico confermò il voto per acclamazione, salva sempre l'approvazione del S. PADRE.

Il Segretario diede finalmente comunicazione di una lettera ricevuta dalla Presidenza del Chmo Sig. Prof. F. GILBERT di Lovanio, in ringraziamento della nomina speditale di Socio Corrispondente Straniero.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Monsignor F. Nardi – Comm. A. Cialdi – Monsignor F. Regnani – Prof. Cav. Michele Stefano De Rossi – R. P. F. S. Provenzali – Prof. P. Stanislao Ferrari – Prof. Cav. Mattia Azzarelli – Prof. E. Olivieri – Principe D. B. Boncompagni – Conte Ab. F. Castracane degli Antelminelli – Prof. Cav. Vincenzo Diorio.

L'adunanza aperta legalmente alle ore 4 pom., fu chiusa alle ore 6.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi* — Vol. IX, Disp. 2ª (*Gennaio* 1874) — Stamperia Reale di Torino di G. B. Paravia e C. In 8.°
2. COLAPIETRO (DOMENICO). — *Nozioni di chimica generale del Dottore Domenico Colapietro* 1874. In 4.°
3. DE ROSSI (Cav. Prof. MICHELE STEFANO). — *Bullettino del Vulcanismo Italiano Periodo geologico ed archeologico per l'osservazione e la storia dei fenomeni endogeni nel suolo d'Italia redatto dal Cav. Prof. Michele Stefano De Rossi* — Anno I. Fascicolo I. - Gennaio 1874, ecc. — Fascicolo II e III. — Febbraio e Marzo 1874, ecc. Roma Tipografia Cuggiani, Santini e C.° Piazza della Pace N. 35 1874. In 8.°
4. GENOCCHI (A.) — *Institut National de France. Académie des Sciences.* (Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, tome LXXVIII, séance du lundi 9 février 1874). *Sur l'impossibilité de quelques égalités doubles. Par M. A. Genocchi.* In 4.°
5. —— *Breve risposta al Signor Conte L. F. Menabrea* Estratto dal *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche*, ecc. Tomo VI. — Novembre 1873. In 4.°
6. GILBERT (PHILIPPE). — *Cours d'analyse infinitésimale par Philippe Gilbert*, ecc. *Partie élémentaire.* Louvain Ch. Peeters, Libraire-éditeur. Paris Gauthier-Villars, libraire. Bruxelles A. Decq, libraire 1872. In 8.°
7. *Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino* — Serie seconda. Tomo XXVII. — Torino dalla Stamperia Reale MDCCCLXXIII. In 4.°
8. MENABREA (L. F.) — *Un'ultima lettera sulle peripezie della serie di Lagrange in risposta al Prof. Angelo Genocchi per L. F. Menabrea a D. B. Boncompagni* (Estratto dal *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche.* Tomo VI. — Ottobre 1873). Roma, Tipografia delle Scienze matematiche e fisiche Via Lata N. 211 A. 1874 In 4.°
9. *Rendiconto dell' Accademia delle Scienze fisiche e matematiche* (*Sezione della Società Reale di Napoli*). — Anno XIII. Gennaio — Napoli Stamperia del Fibreno Pignatelli a san Giovanni maggiore 1874. In 4.°

// ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE V^a DEL 26 APRILE 1874

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

PAROLE DEL R. P. ANGELO SECCHI ELETTO PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI.

Chiarissimi Colleghi

Nel prender posto a questo seggio che voi avete voluto conferirmi con tanta unanimità, permettetemi di esternarvi la mia gratitudine. Molti altri più abili di me, e in condizione di giovare molto più di me all'Accademia voi potevatc scegliere, pure la vostra scelta fu irrevocabile. Malgrado la vostra risolutezza però, testificata da diversi de'più illustri fra voi che personalmente vollero presentarsi a notificarmela, io dovetti declinare un onore che avrebbe potuto recare qualche ombra di dispiacere a un vecchio collega. Ma poichè quest'ombra fu rimossa per esser Esso andato a raccogliere il frutto di una vita Cristiana, laboriosa e studiosa, io ho creduto non dovermi più opporre al vostro desiderio.

Accettai dunque questo incarico, che non mi sarà grave, giacchè ben sò con quanta assiduità e premura voi cercate di vincere la tristezza de' tempi, onde a me non resta che l'onore di esser posto da voi stessi il primo tra

quelli che senza prospettiva di ricompense, anzi con sacrifizi personali sono chiamati a tener alta la bandiera della scienza e della fedeltà.

Stringiamoci dunque nell'avvenire come per lo passato, e cerchiamo come abbiam fatto finora di vincere l'invidia e le difficoltà, rendendoci ammirabili sino ai nostri emuli, e lo dirò francamente agli usurpatori de'nostri diritti.

Le difficoltà sono immense perchè in questo arringo non basta l'opera, nè la buona volontà. Gli studi esigono mezzi di ricerche, e mezzi di pubblicità. Ma confidiamo che essi non mancheranno. La generosità di un Sovrano che nella sua povertà a tutto provvede, e quella di un Principe collega che ne emula la liberalità, ci porgeranno il modo da far conoscere al mondo scientifico le nostre fatiche , e malgrado lo spogliamento in cui siamo, sapremo portare la nostra pietra all' edifizio della scienza. Di quella scienza che ora si vorrebbe far vedere nemica della religione, ma che seriamente e profondamente coltivata ne è il più robusto sostegno.

Io lascio la parola al nostro Segretario per informarvi dello stato della nostra Accademia, delle lacune da riempire, e dei meriti del compianto nostro Presidente.

LA VISIONE BINOCULARE IN RELAZIONE ALLA MICROGRAFIA

MEMORIA

DEL SIG. ABATE CONTE FRANCESCO CASTRACANE

La fotomicrografia ossia l'applicazione dei processi fotografici al microscopio allo scopo di ottenere con quelli fedelmente anzi autenticamente riprodotti i più delicati rilievi di una struttura microscopica è di evidente utilità: perciò in diverse circostanze ho dovuto inculcarne la pratica, che per mia parte vado da più anni adoperando con riprodurre con quella i tipi delle Diatomee Italiche e esotiche all'intento di darne possibilmente completa una monografia. In questa bella ed interessante arte non pochi furono quelli che si adoperarono nella nostra Italia, in Francia, nell'Inghilterra, e nella Germania; ed anche al di là dell'Atlantico la fotomicrografia ritrovò degli adepti, fra i quali basterà citare, come il più fervente zelatore di quella il Colonnello D.r Woodward agli Stati-Uniti, alla di cui generosità e squisita gentilezza sono debitore per il dono di una interessantissima e copiosa raccolta di immagini fotografiche di Diatomee e dei migliori *test-objects* comprensivamente a tutti i diecinove gruppi delle linee di Nobert, non che molti dettagli istologici. In Europa poi per quanto mi è noto finora alcuno non ha ottenuto migliori prove di fotomicrografia di quelle che alcuni anni fà vennero publicate in Berlino dal Ch. D.r Gustavo Fritsch in collaborazione con il D.r Otto Müller.

Ma gli ottimi risultati ottenuti da quel valente furono a lui incentivo a tentare nuova via, e ad indicare un nuovo sistema di illustrazione alle ricerche dello studioso della natura ed in special modo del naturalista micrografo. Nello scorso anno esso ha publicato per mezzo dei tipi *Harrwitz und Gossmann* una memoria con il titolo = *Ueber des sterekopiske sehen im mikroskop und die herstellung stereoskopiker mikrotypien auf photographischen Weege* = alla quale va unita una busta contenente sei tavole stereoscopiche: di queste due non hanno altro che delle linee, e servono alla teoria della visione binoculare, e dell'effetto stereoscopico, e le altre quattro sono delle belle fotomicrografie di oggetti microscopici, nelle quali degli insetti o porzione di quelli ed una injezione veggonsi in pari tempo ingranditi e os-

servate a mezzo dello stereoscopio danno la sensazione invincibile del rilievo. La cognizione di quella interessante memoria la devo al Ch. Autore, che gentilmente me ne inviò copia in dono, di che gli rendo le più vive azioni di grazie, avendo così richiamato più particolarmente la mia attenzione su di un argomento della maggiore importanza agli studi micrografici e specialmente alla morfologia delle Diatomee.

Difatti chiunque è abituato all'impiego del microscopio, e deve per l'indole dei suoi studi fare continuamente uso di quel prezioso istrumento di ricerche, sà essere prima sua cura il scegliere la direzione della luce, e la migliore condizione di illuminazione. Condotto quindi nel mezzo del campo del microscopio l'oggetto da studiare si dà principio alle ricerche con determinare il contorno dell'oggetto, in modo da concepire l'idea dell'insieme: questo si fa con alzare o abbassare il corpo del microscopio per fare che il foco di questo coincida con il profilo dell'istesso oggetto. Se il corpicciuolo sottoposto alla osservazione sarà molto piccolo e tale da non presentare grande rilievo, e se l'ingrandimento adoperato non sarà molto forte, si potrà avere una idea abbastantemente adequata dell'insieme. Ma la natura delle ricerche del naturalista micrografo non può contentarsi di questo primo sguardo. La minutezza delle parti dell'organismo non serve che di maggiore incentivo a spingere più oltre lo sguardo indagatore, e questo più specialmente quando la natura del materiale di cui l'organismo si compone, e la diafaneità delle sue pareti, non precludono totalmente la via alla penetrazione dei raggi luminosi. Allora il micrografo scelto fra gli obiettivi, che sono a sua disposizione, quello che gli dia un ingrandimento in conveniente rapporto con la natura delle ricerche che intraprende, dopo avere tentato di formarsi un'idea dell'insieme dell'organismo, che prese a studiare, si accinge a farne uno studio in dettaglio. Quindi concentrata la sua attenzione a quanto gli si para innanzi l'occhio, che tiene applicato all'estremità del corpo del microscopio, lo vediamo con una mano continuamente impugnare la vite, che comanda il movimento lento dell'istromento, e volgerla incessantemente a dritta e a sinistra con una irrequietezza che mai fà tregua. Il micrografo ha avanti agli occhi un corpo una forma una struttura, nella quale come in qualunque particella materiale abbiamo lunghezza larghezza e profondità. Tutte queste diverse dimensioni vengono in pari tempo ed in eguale proporzione amplificate dalla combinazione delle diverse lenti che costituiscono il microscopio.

L'amplificazione dell'oggetto nel senso della larghezza e della lunghezza non apporta veruno ostacolo nè implica alcuna difficoltà nella osservazione,

a meno che forse dovremo spostarlo sotto all'objettivo, se l'oggetto ingrandito sia tale da non essere altrimenti compreso nel campo di visione. Molto maggiori inconvenienti conseguono dalla amplificazione della profondità o spessezza dell'organismo osservato. Difatti l'ingrandimento del rilievo o della spessezza di quello conduce inevitabilmente a schierare più o meno allo sguardo una successione di punti o di piani diversi, tutti disposti ad ineguale altezza, e quindi ad ineguale distanza dall'objettivo. Ma una lente o una combinazione qualunque di lenti ha il suo foco limitato teoricamente a un punto matematico, il quale praticamente si riduce ad uno spazio limitatissimo. Così non si avrà altro che quel punto o piano dell'oggetto, il quale coincide esattamente con il foco dell'apparecchio amplificatore, che si presenterà con la maggiore possibile finezza e distinzione; tutti gli altri punti o piani più o meno lontani dalla coincidenza con il punto focale in quella vece si disegneranno meno nettamente, o anche si presenteranno compiutamente annebbiati e confusi. Quindi ne viene per l' osservatore la necessità di percorrere successivamente ogni punto o piano dell' oggetto con spostare continuamente il corpo del microscopio elevandolo o abbassandolo in modo da portarne il foco in coincidenza di ciascuno di quelli. Per tale maniera il micrografo acquista una cognizione adequata della forma dell' oggetto sottoposto alla osservazione, la quale cognizione non è perciò un atto di intuizione, ma bensì è il risultato intellettuale e la componente della percezione di numerose immagini diverse dell'istesso oggetto. A questo si aggiunge la difficoltà prodotta dalla sovraposizione di molte immagini contemporanee dell' istesso oggetto, che con diverso grado di distinzione si compenetrano e si confondono scambievolmente, ancorchè la trasparenza di quello permetta spingere lo sguardo nella più interna struttura.

Ma le difficoltà alla retta intelligenza delle forme microscopiche si accrescono grandemente e singolarmente si complicano, allorchè si portino le indagini sopra organismi minutissimi, quali sono le Diatomee e per la mirabile minutezza delle parti che le compongono e per la perfetta trasparenza del materiale del quali sono formate. La squisita minutezza delle Diatomee e delle parti nelle quali si distinguono, richiedono l'uso continuo dei più forti ingrandimenti; ma di queste è tanto più difficile l'impiego, ed in pari tempo si apre più largo l'adito alle illusioni. La trasparenza poi del materiale siliceo, del quale le valve delle Diatomee si compongono e la forma più o meno orbiculare delle minutissime sculture, che in rilievo o in incavo le adornano, nel mentre che queste agiscono su la luce trasmessa come lentine, rendono

estremamente arduo e dubbioso il giudicare, se quelle siano granuli in rilievo o pure minutissimi alveoli o celluline in incavo. Difatti non abbiamo che da aprire alcun libro che parli di Diatomee e che ne dia le descrizioni e ad ogni piè sospinto anche nelle definizioni o diagnosi di generi o di specie ritroveremo le espressioni = *struttura granulare o areolata* = oppure = *granuli o cellule* = quasi che fosse lo stesso: il che valga a fare intendere quanto spesso si è ridotti ad esitare nel riconoscere il vero nel caso di simili minime forme incavate o salienti!

Ma a dimostrare la grande difficoltà, che si incontra nel giudicare sotto il microscopio se una piccola forma sia saliente o rientrante, e a provare quanto in tale caso siano facili le illusioni e gli errori di giudizio, ingegnosissima fù l'esperienza immaginata dal distinto ottico di Londra il fù sig. Riccardo Beck, che io conobbi alcun tempo prima di sua morte. Esso ritrasse a mezzo della fotografia un grande bicchiere da birra,. il di cui corpo era ornato in rilievo da perle emisferiche. Due prove tirate dall'istessa negativa fotografica furono incollate su l'istesso cartoncino l'una presso l'altra, in modo però che le due identiche immagini erano capovolte l'una relativamente all'altra, cioè l'una rappresentava il bicchiere in piedi e l' altra lo mostrava sottosopra. Abbassando sopra le due prove una carta che per due eguali aperture mostrava parte del suddetto ornato nelle due immagini del bicchiere, necessariamente ed inevitabilmente si era portati a giudicare, che se nel primo si avevano delle perle emisferiche salienti, nell'altro invece si avevano degli alveoli o viceversa. Nè vi era modo a sottrarsi alla illusione, quantunque al rialzare la carta che parzialmente ricopriva le immagini queste si riconoscevano identiche come che prodotte dall'istessa negativa fotografica o matrice.

Ed in vero da che dipende in noi la percezzione e l'intelligenza del rilievo? non credo andare errato nell' assegnare una triplice origine o causa a tale percezzione. La prima causa consiste nella prospettiva lineare; la seconda è quella che i pittori chiamano prospettiva aerea, la quale con la distribuzione delle luci e delle ombre e con la gradazione delle tinte ci fa intendere le forme e le relazioni di distanza che passano fra un punto e l'altro; la terza è la così detta visione binoculare. Questa terza causa della percezione del rilievo è la più interessante e quella sulla quale noi abbiamo da arrestare più particolarmente la nostra attenzione. Per visione binoculare intendesi quella per la quale noi simultaneamente percepiamo l'immagine di un oggetto stesso sotto due diversi punti di prospettiva, di guisa che i nostri due occhi vengano contemporaneamente colpiti da due immagini simili ma non

eguali, comechè rappresentanti due diverse projezioni dell'oggetto. Quindi siamo condotti a riconoscere l'utilità che viene all'uomo dall'essere dotato di due occhi, e la convenienza della disposizione orizzontale di quelli. Difatti chiunque è dotato dello spirito di esame avrà le mille volte osservato, che se un'oggetto posto a breve distanza dagli occhi sia riguardato ora con l'occhio dritto ed ora con il sinistro, se durante l'osservazione il capo e l'oggetto si siano conservati immobili , quest' ultimo presenterà due prospettive e due profili sensibilmente diversi e distinti. Da questa semplicissima osservazione il celebre fisico inglese professore Wheatestone fù portato ad immaginare e costruire l'ingegnosissimo magico apparecchio lo stereoscopio, il quale dal Gabinetto di fisica dove servì alla esperienza e alla dimostrazione di importanti fatti fisici e fisiologici è passato nelle mani di tutti a piacevole distrazione: cosicchè tale invenzione fù un grande acquisto per la scienza non meno che per l'industria.

Le due prospettive distinte, che si ottengono dalla visione simultanea di un' oggetto per parte dei due occhi , ha il suo riscontro in quanto accade nel microscopio, allorchè a mezzo della camera lucida si delineino esattamente i due profili presentati da un istesso oggetto ricoprendo la metà della lente oculare ora a dritta ed ora a manca. La osservazione della differenza delle due immagini fece che fin dal 1677 il Cappuccino francese P. Cherubino da Orleans avesse la felicissima idea della costruzione di un microscopio binoculare, che pose ad effetto, ma che non sò per quale fatalità rimase sepolto nell'oblio. Non fù difatti che nel 1853 che il Silliman's American Journal annunziò come fin dal 1851 il professor Riddel aveva costruito un microscopio binoculare. In seguito i migliori costruttori di microscopi in Inghilterra Ross, Powell, Smith e Beck ed altri ne fabricarono diversi, i quali furono grandemente perfezionati da Wenham. Altrettanto e meglio fece in Francia Nachet al quale devesi la costruzione del migliore microscopio binoculare, che io conosca.

Il principio della visione binoculare o stereoscopica applicato al microscopio ha grandissimi vantaggi, i quali però per contraposto non vanno disgiunti da qualche inconveniente. Il sentimento invincibile del rilievo che è il risultato della visione binoculare con la sua magica evidenza suole conseguentemente procurare un piacere tale che si sperimenta, ma che non è possibile il descrivere. Dalla visione binoculare stereoscopica i minimi dettagli acquistano una plasticità, per la quale non solamente noi portiamo la nostra attenzione alla forma generale e all'insieme dell' oggetto e alla differenza dei

piani, ma ci rendiamo esatto conto del rapporto che passa fra quelli e delle relative distanze. Quella stessa plasticità dell'immagine fà che l' osservatore sia portato a distinguere perfettamente ed in modo quasi palpabile la differenza dei piani; cosicchè non trovasi imbarazzato e confuso dalla sovraposizione delli diversi profili e dei diversi piani presentatisi conseguentemente con differente grado di distinzione, che anzi in luogo di esserne disturbato ne acquista più vivace la sensazione del rilievo e la percezione della parte o piano principale e più interessante dell'oggetto.

Però come sopra dicemmo l'uso del microscopio binoculare implica diverse difficoltà. La prima che si presentò alla generale adozione di tale costruzione fù la distanza fra i due occhi, a norma della quale deve essere regolato l'istrumento con i suoi due oculari, la quale distanza varia sensibilmente nei diversi individui. Tale difficoltà viene superata nei microscopi binoculari inglesi con allungare i due còrpi del microscopio, che essendo disposti a V nell'allungarsi fanno che i due oculari vadano proporzionalmente discostandosi. Però tale disposizione porta a variare per conseguenza l'ingrandimento di guisa che quegli che fra due osservatori avrà gli occhi presentanti fra loro la maggiore distanza nel crescere la distanza fra l'objettivo e l'oculare dovrà osservare con ingrandimento maggiore. Molto più ingegnosa fù l'invenzione per la quale l'abilissimo ottico di Parigi sig. Alfredo Nachet ha proveduto a tale difetto nei suoi microscopi binoculari di più recente costruzione. In questi la divergenza dei due corpi del microscopio è variabile a volontà; e questo ottiene il micrografo a mezzo di una vite differenziale, la quale fa girare su di un'asse uno dei due tubi, rettificando in pari tempo e ad ogni momento la inclinazione della superficie riflettente del prisma che a quello corrisponde. Più grave ostacolo s'incontra alla adozione del microscopio binoculare nella dissimetria che così spesso s'incontra nella convessità e nella forza dei due occhi presso l'osservatore, senza ricordare il caso di chi è affetto da strabismo. Fortunatamente per me tali difficoltà non incontransi nei miei occhi: però s'intende facilmente come la diversa potenza visiva dei due occhi potrebbe ritrovare la conveniente compensazione nella diversa forza dei due oculari. Però io credo che almeno quando la condizione di forza dei due occhi non differisca grandemente, l' uso del microscopio binoculare ad oculari eguali potrebbe condurre a correggere la differenza di quelli stante la forza di accomodazione, della quale l'occhio umano si è riconosciuto essere naturalmente dotato. Altra difficoltà s'incontra nell'impiego del microscopio binoculare per la necessità di cercare molto più lungamente le condizioni della

più conveniente illuminazione. In questa non solo si deve ricercare il grado di concentramento più adatto, ma vuolsi ancora procurare che i due campi di visione siano egualmente illuminati, il che non si ottiene altro che con lunghi esperimenti.

Ma quello che più di ogni altro motivo vale a limitare l'utilità e quindi l'impiego della visione binoculare nelle ricerche microscopiche, si è l'impossibilità di ottenere una buona separazione dei due fasci di raggi negli objettivi di forte ingrandimento. Una delle condizioni ad ottenere tale intento sarebbe che tale separazione avesse luogo il più presso alla ultima superficie di emersione dell'immagine objettiva, cioè alla superficie esterna della retro lente dell'objettivo. Così ben mi ricordo come il sunominato sig. Riccardo Beck, nella circostanza che mi aveva invitato una sera in sua casa a Londra, affinchè gli avessi fatto conoscere le diverse disposizioni del mio microscopio, nel mentre che mi volle far vedere un objettivo appositamente da esso disposto alla visione binoculare applicata allo studio delle Diatomee, mi diceva come occorrerebbe separare l'objettivo possibilmente dividendolo in due metà eguali a mezzo di un piano che ne traversasse l'asse. Però in luogo di un tanto difficile e dispendioso mezzo mi fece vedere quel dotto ottico un objettivo nel quale un piccolissimo prisma era adattato quasi a contatto della retro lente dal quale il fascio di raggi penetrato nell'objettivo era diviso in due più piccoli fasci distinti, ritraenti perciò due diverse prospettive dell'oggetto, le quali da due altre superficie riflettenti erano rimandate ai due oculari. Ma anche tale costruzione era eccessivamente costosa e difficile, ed avrebbe obligato a riservare un tale objettivo esclusivamente all'uso del microscopio binoculare. L'effetto ne era sodisfacente, mentre con quello io potei vedere molto bene rilevata la convessità delle *Systhephania*: ma quello stesso effetto mi è dato ottenere con il microscopio binoculare di Nachet; oltre che il non avere avuto seguito tale costruzione mostra come praticamente non sia stata conosciuta applicabile.

Così il microscopio binoculare rimane limitato nei suoi usi e nella sua utilità, mentre credo non andare errato asserendo che finora gli ingrandimenti utili adottati in quello non eccedono l'amplificazione di circa 250 diametri; e per ingrandimento utile chiamo quello soltanto, sotto il quale le due immagini siano altrettanto nette e distinte approssimativamente quanto lo può essere una immagine ottenuta dell' istesso objettivo adoperato in un microscopio ad un solo corpo e ad un solo oculare. E questo posso dire dell' ultimo microscopio binoculare avuto da Nachet, nel quale l'ampli-

ficazione giunge a 250 diametri. Però ognuno vede come anche in tale condizione di cose il microscopio binoculare può essere utilissimo in tanti diversi ordini di ricerche. I lavori più abituali di chi si occupa di fisiologia vegetale, le indagini istologiche, gli studi della patologia non ricorrono se non che di rado a più forti ingrandimenti di quelli, con i quali ha utilmente luogo la visione binoculare e quindi l'effetto stereoscopico nel microscopio. Così mi ha sempre sembrato che il microscopio binoculare debba riescire di grandissimo giovamento a simili studi, e per conseguenza debba essere riguardato come un istrumento se non necessario almeno tale da formare il complemento più conveniente di un laboratorio.

Ma la visione stereoscopica deve essere considerata anche in ordine alla illustrazione fotomicrografica di qualunque minima struttura. In tale applicazione almeno non abbiamo da contare con la maggior parte degli inconvenienti che s'incontrano nel microscopio binoculare. Spesso mi si era affacciata tale idea, e specialmente ciò ebbe luogo in ogni circostanza nella quale mi provava a riprodurre con notevole ingrandimento con l'ajuto della fotografia l'intima struttura di alcuna dissezione patologica. In tali casi quantunque grande sia l'abilità del preparatore nell'eseguire tagli di squisita finezza non è possibile che non si abbia contemporaneamente e nell'istessa preparazione sovraposti più strati di cellule. Così, quantunque, presa previamente conoscenza della struttura e della parte di quella della quale volevansi a mezzo della fotografia riprodotte le particolarità, usassi di ogni maggiore diligenza a fare coincidere il foco dell'apparecchio amplificatore con quella, l'immagine che ne ottenni presentavasi confusa per il sovraporre di più immagini più o meno incerte e anebbiate dovute ai piani differenti dell'istessa preparazione, che non poterono coincidere con il foco ottico, perchè collocati superiormente o inferiormente al foco principale. In tali circostanze riconobbi pertanto la necessità di ricorrere al principio della visione binoculare ossia alla stereoscopia, affinchè l'osservatore nella rappresentazione fotomicrografica possa con facilità sceverare fra le molte immagini dei piani sovraposti l'insieme della struttura, distinguendo in quella più specialmente il piano o punto preciso che per qualsivoglia titolo viene indicato alla attenzione.

Non è a dire pertanto se il gentile gratissimo dono della Memoria del D.r Fritsch su la visione binoculare applicata al microscopio con le annesse tavole fotomicrografiche giungessero opportune ad eccitare di nuovo la mia attenzione su la opportunità e sul modo di ottenere delle immagini stereo-microfotografiche. Però devo confessare l'assoluta mia ignoranza della lingua tedesca,

la quale mi tolse il potere fare mio profitto delle teoriche e pratiche indicazioni date in quella memoria dal Ch. Autore. Quindi mi fù giuoco forza il contentarmi di considerare attentamente quelle belle prove fotomicrografiche e contemplatane l'evidenza del rilievo mi feci ad osservare e a riflettere alla differenza prospettica di un piccolo corpicciuolo, che in vari modi e per differenti mezzi può ottenersi dal microscopio. Incominciai a tale scopo dal porre in opera quanto fù già suggerito dal D.r Moitessier, velando cioè la metà della lente frontale dell'objettivo: questo praticai con fare aderire alla superficie esterna di quella un mezzo dìschetto tagliato con apposito ordegno da una sottilissima foglia di stagno. Per tale modo ottenni dall'objettivo parzialmente velato due immagini bene distinte dell'istesso oggetto, sia che l'ostacolo velasse la metà della lente frontale al lato destro o pure al sinistro. Però dal riflettere su la convenienza della divisione dei due fasci di raggi al momento della emersione di quelli dall'objettivo, fui condotto a praticare il medesimo artifizio, che avevo adoperato per la superficie della lente frontale dello stesso, applicando cioè un'ostacolo a coprire la metà della superficie esterna della retrolente dell'objettivo. In tale sistema ritrovavo ancora il vantaggio della maggiore facilità nel ricoprire la metà di una lente assai più grande della lente frontale. Tale metodo al quale io fui portato dai suenunciati riflessi, in appresso ho dovuto conoscere essere di già stato immaginato e consigliato da Benecke. Le due immagini, che per tal modo ottenni a mezzo della fotografia da un *Aulacodiscus Crux* Ehrbg. portando la parte coperta della retrolente dell'objettivo una volta a sinistra e quindi alla dritta, mi mostrarono una projezione diversa nei processi subulati di quella bella Diatomea. Così io era alla portata di ottenere delle fotografie rappresentanti l'istesso oggetto sotto due diversi punti di prospettiva, le quali insieme combinate mi avrebbero dato l'effetto maraviglioso e palpabile del rilievo per qualunque più piccola forma microscopica e questo con qualunque objettivo e quindi sotto qualsivoglia ingrandimento.

Ma una così lieta prospettiva sfortunatamente non in tutto corrispose al fatto. Le immagini per tal modo ottenute da una parte soltanto dell'objettivo erano ben lontane dal ritrovarsi per me sodisfacenti perchè vedevansi alquanto incerte e vaghe. Inoltre nel combinarle insieme nello stereoscopio il rilievo, che se ne otteneva era poco o nullo. Così credetti opportuno (lasciato in disparte tale sistema) prendere a calcare altra via. Richiamando al pensiero che le immagini formate soltanto da una parte dell' objettivo mostravansi sempre difettose nel loro dettaglio in confronto alle finissime, che ri-

sultano dall'impiego di tutto l'objettivo, risolvetti fare due immagini a lente interamente scoperta, spostando invece l'oggetto o sia girandolo sul suo asse verticale in modo da modificare la normalità del piano della Diatomea all'asse dell'objettivo. Per tale modo io era certo di potere ottenere due buone immagini dell'istesso organismo per quanto piccolo potesse essere sotto due diversi punti di prospettiva, e questo con qualunque maggiore ingrandimento.

Nè la mia espettativa fù più oltre defraudata. Volli infatti provare a riprodurre un *Craspedodiscus microdiscus*, Ehrbg. bella Diatomea fossile del Maryland, e lo feci con l'ingrandimento di 535 diametri. Nell'esame che preventivamente ne avevo fatto, ero accertato che quella piccola forma discoidale avrebbe presentato notevole rilievo nelle diverse sue parti, mentre non mi era possibile l'averne le diverse parti egualmente determinate e contemporaneamente. Ma quale fù la mia sodisfazione, quando quelle immagini convenientemente combinate e sottoposte al magico apparecchio di Wheatestone mi presentarono una magnifica forma plastica circolare composta da un largo bordo convesso circondante un più ristretto spazio rotondo depresso o areola simile ad una cupola rovesciata. Il bordo è ornato di enormi granuli o papille molto rilevate, di forma irregolare, che però vedute di fianco o in profilo si mostrano quasi quadrate , o almeno spianate nella parte superiore. Quelle papille presentano nel mezzo un punto scuro non bene definito , il quale potrebbe interpretarsi per una specie di capezzolo. Io però, sono meglio disposto a credere che tale apparenza sia dovuta all'effetto di lente, che ciascuna di quelle papille rappresenta per la massima trasparenza del materiale del quale si compone. I granuli, che adornano la cupola o area concava centrale sono molto più piccoli e più numerosi di quelli, che ricoprono il largo bordo, e mostransi neri in campo bianco per essere troppo fuori del foco dell' objettivo. In ogni modo il rilievo della Diatomea è palpabile , e chiunque vi arresti attento lo sguardo non esisterà punto a determinare con ogni sicurezza di convinzione quale ne sarebbe lo spaccato.

Tale effetto e tale evidenza si è bene lontani dall'ottenere dalla visione monoculare, quantunque forte sia l'ingrandimento, che si adoperi, o per lo meno una cognizione così particolareggiata delle più minute parti strutturali e un sentimento così vivo della forma di nna Diatomea non potrebbero altrimenti ottenersi che da un lungo attentissimo esame, di cui possa essere capace un abilissimo micrografo. Quindi da questa prima prova mi è risultata ad evidenza dimostrata l'opportunità di riprodurre stereoscopicamente i principali tipi delle Diatomee o per lo meno quelle la di cui intelligenza ri-

mane più difficile. Così per esempio quali forme più ardue ad intendersi ricordavo l'*Amphiprora alata*, Ehrbg. Kg., la di cui forma contorta si complica per la larga ala elicoidale, che la contorna, e per la linea di punti o chiglia, che vedesi in un lato; cosicchè non è certamente facile il rappresentare la vera forma di questa interessante Diatomea. Molti altri generi o specie potrei addurre ad esempio di difficile intelligenza, come le *Amphora*, le *Mastogonia*, i *Goniothecium*, e tante altre forme più o meno bizzarre, che sono più ardue a concepirsi e a rappresentare nella mente: nè credo vi sarà alcuno che voglia negarmi l'utilità, che se ne avrebbe, ad acquistare una cognizione adeguata di questo interessantissimo ordine di esseri, dalla ispezione di tagli o spaccati di quelli. Tali spaccati con grandissima facilità potrebbero darsi, quando lo stereoscopio ci rendesse quasi plastiche quelle forme.

Rimarrà però avanti tutto da determinare le circostanze diverse, che possono influire al buon risultato di queste immagini microstereoscopiche, sotto le quali voglionsi ottenere, e tutto questo deve essere accuratamente determinato, non potendo essere indifferente il prendere le due immagini sotto qualsivoglia punto di vista. Così nel riflettere che il sentimento del rilievo nello stereoscopio è in diretto rapporto con la differenza delle due prospettive, è facile l'intendere come noi a volontà potremo esagerare tale rilievo. Nè è arduo il concepire che il rapporto della differenza delle due prospettive deve essere in ragione diretta della distanza focale dell'apparecchio amplificatore. Per ora la mancanza di apposito istrumento nel quale io possa esattamente determinare l' angolo sotto il quale sono prese le due immagini, non mi permette il determinare quei rapporti, e mi condanna a procedere per ora empiricamente.

L' incertezza della scelta dell' angolo conveniente a dare il giusto rilievo alla rappresentazione microstereotipica sarebbe a mio avviso eliminata, quando noi riconoscessimo di poterci contentare di prendere le due immagini con la superficie della retrolente dell'objettivo velata per metà. Che se io non ho creduto fin ora potermi trovar sodisfatto della finezza di immagini per tal modo ottenute, ciò è per i forti ingrandimenti richiesti dalla squisita minutezza delle Diatomee e delle loro sculture delicatissime. Non pertanto le prove fotomicrografiche disposte per la visione stereoscopica annesse alla memoria del D.r Fritsch servono a fare intendere, quanto il sunominato processo per quelle seguita sia tale da dare ottimi risultati ad illustrare gli studi istologici nelle ricerche della patologia e della embriologia, e di tanti altri rami di biologia e di storia naturale, i quali rare volte richiedono i più forti ingrandimenti. La rappresentazione fotografica delle strutture anatomiche nel compli-

carsi con la grave difficoltà del diverso modo con il quale la fotografia rende i colori, e con l'inconveniente della inevitabile sovraposizione di molti piani di cellule, difficilmente potrà essere utilizzata senza l'aiuto della visione binoculare. L'effetto stereoscopico è il solo, che può distinguere l'un piano dall'altro, alla quale distinzione giunge il micrografo con il continuo spostamento del corpo del microscopio, mentre alzando e abbassandolo và successivamente percorrendo i diversi piani della preparazione per acquistarne una idea adeguata. Quindi è che chiunque vorrà seguire tale via, senza avere da procurarsi apparati dispendiosi, disponendo soltanto di un buon microscopio, potrà servirsene a riprodurre con doppia immagine delle preparazioni e degli oggetti svariatissimi, l' autentica insieme e quasi plastica rappresentazione dei quali sarà di valido aiuto a riconoscere e scolpirsi in mente il dettaglio di una data struttura, ed in pari tempo sarà a lui una sorgente inesauribile di nobile sodisfazione e piacere.

SOPRA LA RELAZIONE FRA I MASSIMI E MINIMI DELLE MACCHIE SOLARI E LE STRAORDINARIE PERTURBAZIONI MAGNETICHE

SECONDA COMMUNICAZIONE

PEL P. G. STANISLAO FERRARI

Richiedendo del tempo la determinazione de' valori dell' area di superficie disturbata nelle singole macchie per quasi l'intero quindicennio delle osservazioni che ne furono fatte al cannocchiale di Cauchoix e formano il numero complessivo di 2620 macchie o gruppi principali, senza contarne i fori più minuti, io vengo con questa seconda comunicazione a sdebitarmi in parte della fatta promessa, di entrare cioè in più minuti particolari intorno all' esame della relazione fra i massimi e minimi delle macchie solari e le straordinarie perturbazioni magnetiche e questa pe'singoli loro periodi a brevi intervalli. In questo esame si terrà conto principalmente del rapporto fra l'area di superficie disturbata e lo stato relativo di attività sulla superficie solare e le fortissime perturbazioni, specialmente quelle contrassegnate nella curva della precedente nota col segno ((•)) le quali sorpassano le 30 e le 40 divisioni nel bifilare, e giungono talvolta a portarlo fuori di scala.

Per l'intelligenza delle cifre stimo opportuno il richiamare brevemente il metodo che si tiene all'osservatorio per tale determinazione. L'area di *superficie occupata* o meglio *disturbata* sul sole per la presenza delle macchie è calcolata con un reticolo a millimetri quadrati che si applica sopra ciascuna macchia e se ne trae la somma per ciascun giorno d'osservazione. Questo metodo esige un pò di pazienza ma è molto più acconcio a rappresentare l'attività del sole, che non il semplice numero progressivo delle macchie, quantunque si ritenga l'uso di registrarne il numero progressivo, e così un metodo compie l'altro.

Per lo scopo pertanto che ci siamo prefissi, trattandosi soltanto delle perturbazioni più grandiose in correlazione alla maggiore estensione di superficie disturbata sul sole, non reputo necessarie le delicate correzioni che dovrebbero farsi qualora si trattasse di determinare i moti delle macchie in longitudine e latitudine rispetto all'Equatore solare, e che sono richieste, atteso

la deformazione che risulta dalla projezione delle immagini, come si pratica osservando al cannocchiale di Cauchoix. Il loro influsso sulla stima della distanza fu già determinato dal Ch. P. Secchi ed esposto in una sua memoria letta in quest'Accademia alli 3 di Giugno 1866 e riprodotta nel Bullettino meteorologico dell'Osservatorio nel fascicolo dei 31 Luglio di quel medesimo anno.

Lo stesso dicasi quanto all'influsso degli altri errori di aberrazione ottica, per la quale gli orli si veggono sempre un pò colorati e sfumati; ripeto che non istimo necessarie tali correzioni tanto più che secondo l'esame fattone in quell'epoca dal P. Secchi, la differenza fra il calcolo delle misure prese al micrometro del grande equatoriale, e le mie proiezioni al Cauchoix appena ebbe superato un intero secondo in arco.

Conviene inoltre avvertire che i numeri esprimenti la detta superficie occupata si debbono intendere della superficie apparente quanto alle singole macchie, la quale avrà il suo massimo valore allorchè la macchia troverassi sul piano del meridiano centrale rispetto alla visuale terrestre; e diverrà minimo allorchè essa è agli orli. Quindi è che il vero valore dell'area di superficie occupata deve dedursi dalla formola

$$P = A \cos i$$

nella quale P esprime la proiezione dell'area A sopra di un piano tangente al disco del sole ed i esprime l'angolo formato dalla visuale terrestre al centro del Sole col raggio condotto dal centro della macchia a quello del Sole. Converrebbe pertanto applicarvi l'opportuna correzione avuto ancora riguardo alla successiva variazione dell'angolo di posizione dell'Equatore Solare, come anche alla diversa inclinazione de' suoi poli rispetto alla Terra. Nondimeno risulta dall'esame dei fatti che strettissima si è la relazione fra il valore delle aree apparenti e quello delle forti perturbazioni eziandio, indipendentemente da cotesta posizione ed inclinazione relativa fra il sole e la terra epperò non se n'è tenuto conto speciale. Quello che può notarsi tuttavia intorno a ciò si è che risulta dalle osservazioni del Gen. Sabine come ne' mesi estivi accadono sempre le più straordinarie perturbazioni magnetiche. Rimettendo pertanto al termine di queste ricerche alcune riflessioni teoretiche per ispiegare tale coincidenza col periodo semidiurno delle variazioni magnetiche, veniamo senza più all'esposizione de'fatti particolari che alla fin fine son quelli sopra de'quali dee fondarsi l'ipotesi o la teorica che deve tutti fra loro connettere questi fenomeni e per essa giungere alla scoperta dell'unica e vera cagione dalla quale vengono prodotti.

Questo esame più minuto di tali fatti ho creduto bene di cominciarlo partendo dal settembre del 1867, epoca nella quale incominciarono ad apparire di bel nuovo sul sole alcuni gruppi ed alcune macchie di maggior rilievo. Dal Decembre del 1866 fino a quest'epoca, cioè per nove mesi continui, sole 18 furono le macchie e tutte assai piccole cioè fra i 2 od i 5 millimetri di *superficie occupata*, quantità minima se si paragoni alla superficie del disco che contiene ben 46352,5 millimetri quadrati. I magneti altresì furono senza nessuna perturbazione straordinaria, salvo quelle che furono contrassegnata in segni (•) e (o) cioè le mediocri e discrete, e fra le più forti, apparisce dalla curva la loro correlazione colla formazione ed apparizione di anche solo una o due macchie sul sole precedentemente pulito. Più particolarmente poi dominò la calma solare ne'mesi di Giugno, Luglio, ed Agosto ne'quali o non si ebbero macchie, od esse tutto al più consisterono in alcuni puntini o nuclei di uno o due millimetri quadrati.

Ed ecco che ai 9 di Settembre si vide presso l'orlo Est, alla latitudine Sud un piccolo gruppo, (che era il 19° nell'ordine progressivo di quest'anno) e questo formatosi repentinamente e non comparso per effetto della rotazione, conciossiachè il dì precedente il sole era al tutto privo di macchie e nondimeno la posizione del gruppo era di ben 7^{mm} distante dall'orlo, quantità troppo grande da doversi attribuire alla rotazione, la quale presso all'orlo ha un valore diurno assai più piccolo come risulta da molte altre misure. La sua comparsa fu preceduta ai 7 da una discreta perturbazione magnetica generale che durò nel bifilare ancora nel dì seguente, forse eziandio connessa qualche lontana vicenda atmosferica ed elettrica, che sono frequenti in questa stagione, però da noi il cielo era bellissimo, il giro del vento normale, ed il barometro stazionario, e un poco crescente. Ne'dì seguenti il gruppo a mano a mano che si veniva avanzando sul sole, veniva altresì cangiando stranamente di forma sì nel nucleo come nella penombra; inoltre aumentava il numero de'piccoli nuclei ed estendevasi sempre più l'area di superficie perturbata, giungendo al massimo di 90^{mm} nei giorni 14 e 15, epoca nella quale essa si trovava nel centro del disco solare e poteasi scorgere nella sua massima dimensione. Le forme capricciose, i ponti, le lingue lucide, i veli rosati i quali ora comparivano ora dileguavansi nell'interno della penombra e del nucleo, bene addimostravano come in esso doveano esistere in copia eruzioni metalliche, quali ora veggiamo in simili casi mediante lo spettroscopio. Intanto in questi giorni il declinometro era stretto e calante dagli 8 agli 11, come anche era calante il verticale, mentre per opposito saliva

ognora più il bifilare con una mediocre perturbazione il 14. Il 16 nella notte il verticale uscì di scala, ed il 18 si ebbe una nuova e più forte perturbazione con discesa del bifilare. Per effetto della rotazione e anche per interni moti l'area veniva riducendosi ed accostando alla forma nucleare, cosicchè ai 17 essa era ridotta a 48^{mm}. Ai 21 vedevasi all'orlo Ovest il solo nucleo principale, il quale poi fu di ritorno sotto l'aspetto di bella macchia circolare per altre due rotazioni. Ai 14 Novembre spariva all'orlo Ovest e poscia chiudevasi, mentre passava per l'emisfero opposto alla visuale terrestre. Ai 28 nel luogo di questa macchia non vi erano che alcune facole assai vive con qualche puntino che si chiuse compiutamente ai 3 di Decembre.

E qui conviene osservare come in questo esame della correlazione fra i periodi delle macchie e delle perturbazioni vuolsi tener conto appunto tanto del primo apparire, quanto de'successivi ritorni delle diverse macchie, poichè, come si è verificato per questa, non è tanto la semplice presenza delle macchie, quanto il loro stato interno quello che modifica ed altera con vera tempesta il magnetismo terrestre. Le crisi e le agitazioni interne delle macchie e dei gruppi prima della maravigliosa scoperta dell'analisi spettrale applicata allo studio del sole e degli altri corpi celesti si facevano manifeste soltanto dai cangiamenti di forma nel loro interno e specialmente quando la loro proiezione era massima, e per queste indagini riusciva oltremodo vantaggioso l'elioscopio applicato all'oculare; ora però non appena una qualche macchia od un qualche gruppo sta per apparire la prima volta all'orlo Est, che la sua comparsa è preceduta da splendide eruzioni metalliche nettamente visibili allo spettroscopio, e queste a seconda della loro maggiore o minore energia ci danno non dubbio indizio della maggiore o minore estensione dell'area di superficie disturbata nella medesima, il che non si scorge allora quando la macchia dura per molto tempo, ed i suoi successivi ritorni o non sono accompagnati dalle eruzioni ovvero queste sono appena sensibili.

Ritornando sull'argomento, la perturbazione del 18 era manifestamente di *carattere aurorale*, chè così noi appelliamo il mutuo scontrarsi del verticale e del bifilare, corrispondendo all'alzarsi di quello l'abbassarsi di questo. Allo sparire poi della macchia all'Ovest si ebbe un'altra perturbazione che dicemmo potersi chiamare di restituzione di equilibrio magnetico. Come suole avvenire in simili casi, continuò ne'giorni seguenti l'agitazione ne'magneti, cangiossi il tempo e si ebbero delle aurore boreali il 21 e 23 ad Hernosand ed il 26 a Stockolm. Ricominciò poi di bel nuovo una rapida salita nel bifilare che fu seguita il 3 da una nuova e forte perturbazione la quale accompa-

gnava l'improvvisa formazione verso il centro del disco solare di un nuovo gruppo che giunse a 10^{mm} di superficie e si chiuse prima ancora di sparire per l'effetto della rotazione.

E quì per formarci un'idea più sensibile di tali prodigiosi effetti anche a breve periodo, basterà richiamare alla mente qual sia nel sistema di proiezione adottato all'osservatorio il valore assoluto in misure terrestri di quelle apparenze che si scorgono sul disco solare. Essendo il diametro adottato di 244^{mm}, ne segue che corrispondendo il raggio dal disco solare a 112 raggi equatoriali terrestri, sul nostro disco il valore di 1^{mm}, 08 equivale ad un raggio terrestre equatoriale cioè a 6377766 metri, cifra considerevole anzi enorme qualora specialmente, trattandosi di aree, essa venga innalzata al quadrato dopo essere stata prima moltiplicata per un numero di volte più o meno grande, il quale nelle epoche de'massimi giunge perfino a tre o quattrocento volte, epperò può salire a più milioni di chilometri quadrati di superficie disturbata. Qual meraviglia pertanto che venga con ciò a perturbarsi fortemente lo stato magnetico del nostro globo sia pure diretta od indiretta l' azione del sole sopra i fenomeni magnetici?

Ma è tempo di passare allo studio delle fortissime perturbazioni le quali incominciarono di nuovo nel Settembre del 1868 e precisamente col ricominciare dell'attività sopra la superficie solare come apparisce a colpo d'occhio dalle curve che n'esprimono la relazione. Prima però non è superfluo d'osservare come la superficie del sole fino dal Gennaio e dal Febbraio presentavasi tratto tratto sparsa quà e là di puntini e di facole assai vivaci, unitamente ad una vivissima granulazione, le quali cose tutte davano chiaramente a divedere che cominciar doveva fra non molto nell'astro un nuovo periodo di crisi e di agitazioni dalle quali doveano poi per dir così erompere i fenomeni dell' eruzioni e delle macchie e in sì gran copia quale si scorge dalle curve de'susseguenti anni.

A queste alternative rispose uno stato di perturbazione e fluttuazione magnetica ma in grado assai moderato attesochè l'area di superficie perturbata non presentava altro che pochi ed insignificanti puntini. Era quindi sommamente importante l'investigare l' andamento correlativo del magnetismo terrestre e dell'attività solare per accostarsi con sempre nuovi e più numerosi fatti alla ricerca della loro causa se *diretta* cioè o solamente *indiretta*.

Ordineremo pertanto il nostro esame secondo i vari periodi quali ci vengono naturalmente tracciati nella curva di questo anno e degli anni seguenti.

1.° Il 1.° periodo si estende dall'1 ai 13 Settembre 1868 epoca nella quale

si scorge per la 1ª volta una più rapida salita nella curva sopraccitata. Dal 1º Settembre pertanto lo stato de' magneti era buono, solo una piccolissima macchia di 1^{mm} quadrato trovavasi sul sole, ma intanto notavasi ogni dì più una progressiva salita nel bifilare, con una corrispondente discesa nel verticale. Nei due giorni 5 e 6 formaronsi repentinamente tre gruppi contrassegnati coi numeri 36, 37, 38 ed aventi complessivamente una superficie di circa 20^{mm} quadrati che formerebbero un valore assoluto di ben 720 milioni di metri quadrati di area perturbata. A questo repentino risvegliarsi dell'attività solare corrispose subitamente il 6 una forte perturbazione aurorale ed in pari tempo un'aurora boreale fu veduta a Stocolma. Il barometro da noi era stazionario e regolare il giro del vento. Dal mezzodì del 6 ricominciò la salita del bifilare che giunse al suo massimo circa alle ore 10 30^{m} antim. del 15 ed in pari tempo manifestavasi nel sole un altro periodo di attività coll'apparire or quà or là nuovi gruppi all'improvviso, i quali andavano cangiando stranamente di forma e sebbene i loro nuclei non fossero molti estesi pure essi trovavansi su d'un'area disturbata di circa 15 o 20 millimetri quadrati. Questo stato di cose sul sole fu seguito il 15 e molto più il 16 da una fortissima perturbazione, ancor questa di carattere aurorale coll' escursione di 50 divisioni nel bifilare e 30 nel verticale.

Altre perturbazioni discretamente forti si ebbero ai 28 Settembre ed al 1 Ottobre, e queste altresì in correlazione con quattro gruppi variabilissimi che comparvero di que'giorni sul sole.

Il 2º periodo si estende dai 14 Ottobre al 1.° di Novembre e manifestossi co'seguenti caratteri. Dopo la fortissima perturbazione di carattere aurorale avvenuta il 1º Ottobre, il bifilare giusta il consueto cominciò a salire con mediocre escursione diurna ma perturbato alquanto nel suo giornaliero periodo specialmente in correlazione col tempo cattivo della 1ª decade; nel sole però non vedeansi che quattro piccolissime macchie di 1^{mmq} ed il 14 non vi era che il nº 49 parimenti d'1^{mmq} di superficie. Quand'ecco che il giorno 18 il nº 49 si vide moltiplicato in ben 12 piccoli nuclei, quattro de'quali erano di 1^{mmq} di diametro. In pari tempo comparivano repentinamente molti altri puntini che costituivano il n.° 50 ed in una estensione presso a poco eguale a quella del nº 49. La loro formazione fu seguita da una discreta perturbazione nel bifilare e nel verticale. Il 22 vedevasi un nuovo gruppo (51) ed il nº 49 erasi grandemente accresciuto, mentre era quasi interamente scomparso ed appianato il 50. L'area complessiva di superficie occupata in questi gruppi era di circa 43^{mmq}. Dal 23 poi fino alla fine del mese cominciò a manifestarsi

una gran quantità di piccoli gruppi i quali crebbero ognora più e vedeansi sparsi nelle due solite zone al Nord ed al Sud dell'Equatore solare, essi erano accompagnati da numerose facole. Il 24 comparve all'orlo Est un esteso gruppo (53) il quale insieme cogli altri occupava un area di 40^{mmq} sulla superficie solare. Ai 28 numeravansi ben sette gruppi su di un'area di circa 90^{mmq}. Il valore assoluto in unità terrestri di tale area perturbata sul sole sarebbe stata di circa tre milioni e mezzo di chilometri quadrati. Epperò a tanta estensione di attività solare insieme alla sua intensità che rendeasi manifesta dall'esame de'cangiamenti di forme ne' gruppi doveano corrispondere fortissime e prolungate perturbazioni magnetiche, e tali furono quelle che si ebbero dal 22 al 27 percorrendo il bifilare oltre a 50 divisioni della scala. Piccola invece si fu l' oscillazione barometrica con pioggie mediocri il 22, 23 e 27. Dai 27 Settembre sino ai 18 di Ottobre il bifilare rimase sempre assai alto e dai 5 ai 14 non si videro sul sole che piccolissime macchie.

3.° Periodo. Questo si estende dai 12 ai 22 Novembre. Dai 9 agli 11 non vedeansi sul sole che due macchiette, il 12 però formossi repentinamente un piccolo gruppo con tre nuclei ed il n.° 60 che trovavasi presso l' orlo Est venne svolgendosi e giunse fino a 27^{mmq} di superficie perturbata. Ai 14 cresceva l'attività solare, il bifilare era altissimo ed il verticale calante, oltre a ciò altre due piccolissime macchie apparivano repentinamente sul sole, fra le quali il n.° 63 che non avea se non 1^{mmq} di superficie. Ora ai 16 esso erasi dilatato e formava un bel gruppo composto di 8 piccoli nuclei con 22^{mmq} di superficie. Ai 18 fu visto totalmente cangiato e si era diviso in due soli bei nuclei il primo de'quali occupava da se solo 27^{mmq} di superficie e l'altro 12. A questa violenta crisi corrispondeva ai 19 una forte perturbazione magnetica generale, ma specialmente secondo l' usato se ne risentì il bifilare che calò repentinamente di 26 divisioni e poscia risalì rapidamente e si mantenne alto e regolare fino alla fine del mese.

4.° Periodo. Questo è l'ultimo del 1868 e va dall'1 ai 14 Decembre recando sempre nuove conferme a quanto siam venuti esponendo e comprende come due fasi. Il giorno 1 pertanto molte macchie del periodo precedente eransi dileguate e non se ne vedeano che tre di 1^{mmq}. Avanzavasi però dall' orlo Est la macchia n.° 72 con 12^{mmq} di superficie seguita da vive facole e che mostrava nell'interno molta attività. Essa il giorno 4 fu vista divisa in due nuclei separati da un ponte luminoso; il giorno 5 era seguita da altri due piccoli nuclei, ed in pari tempo altre quattro macchie formavansi repentinamente sul sole e non comparse per effetto della rotazione. Ora il bifilare

dopo una forte salita de'dì precedenti calava d'improvviso per forte perturbazione e restossi così irregolare e stazionario fino agli 11. Intanto risvegliavasi una seconda fase di attività solare e ben tosto dai 5 ai 10 vedevansi come per incanto formati ben otto nuovi gruppi aventi complessivamente ai 9 la superficie di circa 50^{mmq}. Fra essi il n.° 77 cangiò stranamente di forma ne'giorni 10, 11, 12, 13 e da 8^{mmq} che avea ai 9 giunse a 25^{mmq} il 10. Il bifilare agli 11 ricominciò a salire ed ai 13 si ebbe una fortissima perturbazione generale ne'magneti e di carattere aurorale. Il bifilare fece un'escursione di 35 divisioni dalle 10 ant. alle 5 pom. Un'altra perturbazione si ebbe il 14 e contemporaneamente si ebbe a Livorno il 13 una fortissima perturbazione magnetica, il 13 fu vista una splendida aurora a Stocolma ed il 14 ad Haparanda sul Baltico.

Da questo punto fino al 20 si videro diminuire le macchie ed il 20 non v'erano che tre puntini. Esse poi tornarono a crescere alquanto ed il 27 se ne contavano cinque ma piccolissime e tutte agli orli Est ed Ovest.

Così terminavano i fenomeni solari nel 1868; ma il semplice aspetto della curva sopraccitata ben dimostra ad evidenza che stava per aprirsi dopo la calma triennale un'epoca di novella e sempre maggiore attività simile a quella degli anni 1859–60–61 cioè del massimo decennale e che vedremo fedelmente e nelle singole fasi seguito od accompagnato da un massimo nelle perturbazioni magnetiche straordinarie.

Essendosi poi nell' Agosto di quest' anno fatta dal sig. Jannsen la bella scoperta dello spettroscopio per l'osservazione delle protuberanze in pieno sole, è manifesto che d'ora in poi queste nostre ricerche verranno estese anche a questa classe di fenomeni che sono d'altronde sì strettamente collegati con quelli delle macchie solari, ed inoltre vi aggiungeremo, ogniqualvolta le vedremo registrate, ancora le osservazioni dell'aurore boreali. E queste ricerche ne siamo ormai sicuri, altro non faranno che vieppiù confermare il fin quì esposto e non già distruggerlo od anche solo modificarlo.

Facciamoci pertanto dal 1869. E quì per debito di giustizia e di grata memoria son lieto di riprodurre, corredandola con alcune riflessioni, una breve ma bene ordinata esposizione che intorno a questi fenomeni e la loro correlazione ne fece il Ch. P. Nazareno Mancini già nostro collega all'Osservatorio, ed ahi troppo presto rapito all'amore de'suoi confratelli ed alla scienza!

Questo lavoro del P. Mancini fu pubblicato per parti nei nn. 5, 6, 7 del nostro Ballettino meteorologico pel 1870, ed era sua intenzione di proseguire dette ricerche a compimento di quelle che furono da me istituite fino dal 1867

coadiuvato dal medesimo, per ciò che riguarda lo spoglio paziente delle osservazioni e la costruzione della curva. Esso vi aggiunse inoltre l'esame delle protuberanze e delle aurore boreali. Nel Luglio del 1870 compiva egli il suo primo lavoro e nel Novembre non era più!

Per maggior chiarezza ed intelligenza divise egli la materia in periodi quali risultano dal registro delle macchie solari che egli avea pubblicato in quell'anno medesimo. Noi pel rispetto dovuto al Ch. Autore conserveremo per questo anno la sua divisione, tanto più che l'abbiamo trovata assai conforme ai periodi che ci vengono messi sott'occhio dalla curva che si rappresenta.

Non può negarsi che questo metodo di trattazione non riesca alquanto prolisso e direi monotono, ma rinunziamo di buon grado al vanto di scrittori ameni allorchè la natura del lavoro esige unicamente una tal forma meno leggiadra. Infatti la tesi da noi assunta a provare è di tal natura che non basta mostrarne una od un'altra felice coincidenza di fatti in suo appoggio, ma ogni sua parte forma come un tutto da se, e vuol essere dimostrato nella sua intima correlazione ed attinenza colle altre. Non si tratta qui dell'accordo fra medî generali, il che era già noto come si disse, sibbene de' singoli e brevi periodi; affinchè per tal mezzo, insieme con altre più profonde considerazioni di ordine più universale e cosmico si giunga finalmente alla teorica di connessione ed alla scoperta della causa di essi se debba cioè dirsi *diretta* ovvero solo *indiretta*.

Ma veniamo ai particolari.

Il 1.° periodo di macchie va dall'1 al 10 Gennaio col massimo al giorno 3 e il minimo al 10. I giorni notati con belle facole sono 5, 7 e 9. Il declinometro ed il verticale sono perturbati e stretti nei giorni 3 e 4; il giorno 7 è perturbazione generale in tutti i magneti, come pure il giorno 9 e 10 ma meno forte. Il 10 avvenne un'aurora boreale a Stocolma. Il giorno 3 epoca del massimo l'area di superficie perturbata era di 70^{mmq} ed il 10 di soli 17^{mmq}.

Il 2.° periodo va dal 12 al 23 Gennaio col massimo al giorno 16 ed il minimo al 23. Ai 16 l'area occupata era di 71^{mmq} e dai 23 di soli 11. Le grandi facole si mostrano ai 16 ed ai 20. Il giorno 16 è perturbato e stretto il declinometro, il 17 è fortemente perturbato il verticale ed un'aurora boreale fu veduta ad Hernosand; i giorni 20 e 21 grossa perturbazione generale ed aurora boreale veduta a Stocolma e ed Hernosand. Il bifilare discese dal mattino al pomeriggio di 50 divisioni. Prima di questa repentina calata esso era venuto secondo il suo solito continuamente salendo dalla perturbazione del 7.

Il 3.° periodo corre dal 25 Gennaio al 10 Febbraio col massimo verso il 1.°

Febbraio ed il minimo ai 10. Al massimo corrispose un'area di 80^{mmq}. Le più belle facole furono osservate ne'giorni 25 e 31 Gennaio ed ai 3 e 4 Febbraio. Dai 31 Gennaio ai 3 Febbraio fu osservata sul sole una straordinaria attività nella formazione repentina di vari ed estesi gruppi verso il meridiano centrale. La prima perturbazione è del verticale il giorno 29 col declinometro strettissimo ed il 30 è perturbato sensibilmente il bifilare. Al 3 Febbraio poi si ebbe una straordinaria e forte perturbazione di carattere aurorale ed un'aurora boreale fu osservata ad Haparanda, Stocolma ed Hernosand: altra perturbazione nel bifilare il giorno 9 con aurora borale veduta a Nairn.

Il 4° periodo corre dall' 11 Febbraio al principio di Marzo : un massimo principale è al 16 con piccola recrudescenza il 24, ed il minimo al principio di Marzo. La superficie perturbata il 16 era di 36^{mmq} ed al principio di Marzo era di 13^{mmq}. In questo periodo abbiamo quattro perturbazioni; la prima il giorno 16 in tutti e tre i magneti, ma non forte, la seconda è del 20 sensibile sul verticale e sul bifilare; la terza al 24 di tutti e tre con aurora boreale veduta ad Hernosand, la quarta al 28, forte nel verticale con aurora boreale veduta a Stocolma. In questo periodo però chiaro si scorge l'influsso che esercitò sopra i fenomeni magnetici la quantità maggiore o minore di area perturbata , infatti in questo periodo le macchie non consistevano in altro se non in piccoli punti o tutto al più in piccoli nuclei da uno a due millimetri quadrati di superficie. Quindi assai minori le perturbazioni.

Il 5° periodo corre dal 1° Marzo al 16 con un massimo dal 3 al 7 per lo sviluppo enorme che prende una grossa macchia o gruppi che giunse a 74^{mmq} in forma di lungo strascico, con una recrudescenza dal 9 al 13 per le molte facole, e lo svilupparsi di alcune macchie e col minimo molto poco deciso il giorno 16. Il mese di Marzo incomincia con una perturbazione e calata forte del bifilare, il giorno la perturbazione è generale e dura un poco anche il 4. Dal 5 al 7 continua ad essere perturbato e crescente il bifilare e nei giorni 5 e 6 aurore boreali furono vedute a Stocolma ed Hernosand; i giorni 9, 10 ed 11 altre perturbazioni e fortissima quella del 10 accompagnata da aurora boreale osservata a Stocolma. La superficie perturbata sul sole dai 13^{mmq} del 2 erasi ai 7 estesa a 74^{mmq}.

Col 6° periodo che va dal 17 Marzo al 1° di Aprile incomincia un'epoca straordinaria di macchie e di perturbazioni. Il massimo coincide colle enormi dimensioni che prende un gruppo dal 19 al 23. Il minimo di soli 4^{mmq} al 1° di Aprile. Le più belle facole sono registrate agli ultimi due giorni di Marzo. Una grossa perturbazione generale incomincia il giorno 18 e continua sul bifilare crescente e più sul verticale divenuto troppo largo e calante. La per-

turbazione rinforza specialmente ne'giorni 24 e 29 Marzo. Essa non è di carattere aurorale, nè sappiamo se siansi infatti vedute in questo intervallo dell'aurore boreali.

Il 7° periodo corre dall'1 al 22 Aprile. Il giorno 9 si mostra un bel gruppo che cresce smisuratamente sino al 15, il massimo è da collocare dentro quest'epoca; ed il minimo cade senza dubbio al 22. I giorni di grandi facole luminose sono il 6, 9, 19 e 20. Le perturbazioni sono frequenti. Quella del 2 è generale, e corrisponde ad un'aurora boreale veduta ad Hernosand ed a Stocolma, un'altra è agli 8 col verticale esagerato crescente e perturbato il bifilare ed il declinometro. Aurora boreale a Stocolma. Da quest'epoca incomincia una serie di forti e giornaliere perturbazioni tanto nel bifilare quanto nel verticale, che non cessa se non il giorno 17, cioè fino al diminuire della gran macchia. La perturbazione però del 15 fu delle straordinarie, il verticale percorse 45 divisioni e 40 il bifilare. Due disegni fatti della gran macchia il giorno innanzi in quattr'ore d'intervallo mostrano i forti cangiamenti che vi si facevano e conseguentemente la grande attività del sole in quest'epoca. È notevole da questo giorno 15 il divergere che fanno vicendevolmente il verticale e il bifilare e mentre questo cresce rapidamente, d'altrettanto quello va calando con escursione esagerata. Nei giorni 20 e 21 sono di bel nuovo perturbati.

L'8° periodo abbraccia un intervallo di quasi un mese, cioè dal 23 aprile al 20 maggio. Le macchie sono molte e frequenti. Un primo massimo cade fra i 28 e 29 Aprile con 80^{mmq} di area perturbata all'occasione di tre belle macchie che si dilatano e di magnifiche facole lucidissime. L'altro è fra i 12 e 13 Maggio con 155^{mmq} di area perturbata, ed il minimo è indubitatamente al 20 con soli 13^{mmq} di superficie occupata. Trovansi notate grandi facole il giorno 3 Maggio, e il 17 e 18 la superficie del sole era screziata come una carta leggermente colorita a porfido. Ora ecco le corrispondenti perturbazioni nei magneti. A dì 29 Aprile perturbazione generale, sensibile nel bifilare e nel verticale. Il bifilare continua crescente e sempre un poco perturbato. Dal giorno 5 Maggio incomincia una serie di perturbazioni quotidiane, che pel bifilare dura fino al 16, pel declinometro fino al 18 e pel verticale fino al 20, con qualche giorno di tregua: le più forti sono quelle dell'8 e dell'11, e straordinariamente gagliarda quella del 13 per un'aurora boreale veduta a Greenwich ed a Trieste. Dopo questa fortissima perturbazione di di carattere aurorale avviene al solito il reciproco allontanamento del bifilare e del verticale, quello risale rapidamente e questo discende.

Il 9.° periodo va dal 21 Maggio all'11 Giugno, col massimo ai 3 di Giugno di 124^{mmq} di area perturbata e il minimo agli 11 in cui tutto è svanito. Questa però è un'epoca di molte facole grandemente splendide, si veggono notate ne'giorni 26, 27 e 30 Maggio ed 1, 3, 4, 6, 7, 8 e 9 Giugno. Le osservazioni spettroscopiche dal giorno 4 registrano cinque magnifiche protuberanze notate ai proprii luoghi intorno al lembo del Sole. Il bifilare ed il verticale sono più o meno perturbati dal 24 al 29, il 30 è perturbazione generale di tutti e tre i magneti. Il verticale diviene poi tanto largo e calante che al 3 Giugno conviene registrarlo. Il giorno 4 piccola perturbazione generale, il 7 fortissima in tutti e l'11 molto sensibile nel verticale.

Il 10.° periodo si stende dal 13 Giugno ai 12 Luglio e contiene una serie di piccole macchie al di sotto dell'Equatore solare. Il massimo delle macchie cade tra il 21 e il 23 quanto al numero, ma il 27 si ha il massimo di superficie perturbata per una bella macchia con molta penombra che si mantiene per tre giorni con 86^{mmq} di superficie. Il minimo cade al 10 Luglio con soli $9.^{mmq}$ Le più grandi facole sono del 13, 17, 22, 28 Giugno e 3 Luglio. Nei giorni 22 e 23 i magneti sono perturbati; al 25 è perturbazione generale e forte assai sul bifilare; un'altra perturbazione avviene il giorno 30. Da questo periodo comparato col precedente si vede manifesto l'influsso dalla quantità di area perturbata sopra la grandezza ed intensità delle perturbazioni magnetiche.

L'11.° periodo è più breve, cioè dai 13 Luglio fino alla fine del mese col massimo ai 20 di 65^{mmq}, ma il minimo è poco deciso e si mantiene dai 22 ai primi di Agosto con 16 in 17^{mmq} di superficie occupata. Le belle facole sono del 17 e 22. I magneti sono un poco perturbati nei giorni 14 e 15, 17 e 18. La perturbazione del 19 è molto sensibile sul bifilare che fa una grossa calata di 49 divisioni.

Il 12.° periodo dura per tutto il mese di Agosto le macchie sono molte ma tutte piccole e minute. Il massimo cade dal 19 al 23 con 57^{mmq}, ed il minimo è al giorno 30 con soli 3^{mmq}. Magnifiche facole sono notate nei giorni 4, 9, 23 e 25. Quelle del 19 sono estesissime. Il bifilare è perturbato dall'1 al 3: il giorno 6 è perturbazione generale che dura un poco anche al 7; dal 15 al 18 è perturbato ed assai calante il bifilare. Il giorno 20 nuova calata del bifilare; ai 24 e 20 poi nuova perturbazione generale ne'magneti.

Col 13.° periodo che va dal 1 Settembre al 23, col massimo di 129^{mmq} fra l'8 e il 9 ed il minimo di soli 8^{mmq} il 23, comincia il fenomeno delle aurore boreali. Le più belle facole sono ne'giorni 12 e 15. Dal 3 a tutto il 6 le per-

turbazioni sono generali: specialmente forti quelle del 3 e 4 per un'aurora boreale a Stocolma; più moderata, ma sensibile sul bifilare e sul declinometro, quella del 5 per un'altra aurora boreale ad Hernosand, Haparanda e Stocolma. Dal giorno 4 all'8 si sviluppano grosse macchie. Il giorno 14 si ripete il fenomeno della superficie solare tutta screziata di punti e cirri oscuri; grossa perturbazione ne' magneti di carattere aurorale, ed un aurora boreale fu veduta a Stocolma. Il 22 sul Sole non si vede che una bella facola presso l'orlo Est con piccola macchia che si sviluppa poi bene nei giorni seguenti.

Il 14.° periodo lungo e poco marcato va dal 25 Settembre al 25 Ottobre, col massimo verso la fine di Settembre con piccola recrudescenza ai 10 di Ottobre e minimo poco deciso al 25. Il massimo costituiva un'area perturbata di 58^{mmq} ed il minimo di 16^{mmq}. L'epoca delle grandi facole è del 26 Settembre, del 7 e 10 Ottobre. Quelle del 10 sono enormi. La perturbazione generale de' magneti comincia il 28. Il 29 è fortissima e continua un poco anche il 30. Il giorno 3 Ottobre è perturbato il bifilare ed un'aurora boreale fu veduta a Stocolma. Il giorno 6 è perturbazione generale per un'altra aurora boreale osservata a Greenwich e Nairn. La stagione corre cattiva e mancano le osservazioni dal 13 al 16 e dal 18 al 25. Il 23 si ebbe una perturbazione di carattere aurorale ma specialmente il 25 si ebbe un'altra perturbazione generale ne' magneti specialmente sul bifilare.

Il 15.° periodo è lungo anch'esso e si estende dal 26 Ottobre alla fine di Novembre. Le macchie si succedono regolarmente, ma non crescono di troppo, un massimo leggiero si nota agli 8, ed un altro più deciso cade tra il 16 e il 19 e giunge fino a 66^{mmq} di superficie occupata. Il minimo di 22^{mmq} è alla fine del mese. Le più belle facole sono del 3 e 6 Novembre. Il giorno 8 si ripete il fenomeno della superficie solare tutta screziata minutamente, altre belle facole sono del 12, 13 e 16, enormi son quelle del 23 e 26. Una prima perturbazione leggera de' magneti è del 31 Ottobre; altre due generali sono del 9 e 10 Novembre ma quella del 10 è molto più forte che il giorno innanzi in cui a Stocolma ed Haparanda fu visibile un'aurora boreale. Dal 14 al 18 diviene calante il verticale e crescente il bifilare e perturbato sempre facendo una buona calata il 18. Ai 25 si ha una più forte perturbazione specialmente nel bifilare e verticale.

Il 16.° ed ultimo periodo incomincia ai primi di Decembre e va fino ai 28, con un massimo deciso fra il 14 ed il 15 e fu di 149^{mmq} di superficie perturbata ed il minimo al 28 con 16^{mmq}. Le più belle facole sono dal 14 al 18. Le osservazioni delle macchie sono poche per la cattiva stagione che impe-

disce di farle. Il bifilare incomincia ad essere perturbato fino dal giorno 3, ed il giorno 5 altra perturbazione discreta generale ne' magneti. Un'altra perturbazione generale incomincia il giorno 10 e diviene fortissima il giorno 11, e continua coi magneti stretti anche il 12. Il giorno 14 altra forte perturbazione generale che dura anche il 15. Si veggono intanto sul sole il 14 quattro grossi gruppi nucleari con istrascico e 149^{mmq} di area perturbata. I cangiamenti di forma che subiscono da un giorno all'altro provano che il Sole è in questi giorni in un periodo di notevole attività. Dalla forte perturbazione del 14 il verticale diviene strettissimo e calante e crescente il bifilare e finisce con una buona perturbazione del bifilare il 28. Non si trovano registrate aurore boreali, ma la stagione invernale avrà impedito di osservarle. Conviene però notare che le anzidette perturbazioni non mostravano ben deciso quel carattere che noi chiamiamo aurorale, l'incontrarsi cioè che fanno con ampia escursione il verticale e il bifilare.

Il fin quì detto è più che sufficiente a mettere in evidenza la relazione che passa fra l'attività solare ed i fenomeni straordinari dal magnetismo terrestre ancora a corti periodi. In un'altra comunicazione proseguiremo a esporre le ulteriori ricerche particolari dal 1870 a tutto il 1873, intanto una prova novella l'abbiamo in questi ultimi mesi ne' quali col diminuire grandemente che fanno le macchie e quanto al numero e quanto all'estensione sono altresì cessate le forti e straordinarie perturbazioni magnetiche.

Rimettendo ad altro tempo alcune considerazioni teoriche che nello stato attuale della scienza si possono fare in ordine alla ricerca della cagione di siffatta correlazione, porremo qui come in forma di appendice alcuni quadri che raccolgono i risultati medii ottenuti dalla riduzione delle osservazioni magnetiche fatte all'osservatorio, per ciò che spetta la variazione progressiva ed annuale dell'escursione diurna tanto pe' valori medii decadici quanto pei valori medii mensili. Questi non sono che la riproduzione e la continuazione di quelli che il Ch. P. Secchi pubblicò nel 1° num. del Bullettino Meteorologico sul 1866. Essi si estendevano dal 1859 al 1865. Questa continuazione è una luminosa conferma di quanto faceva allora osservare il Ch. Autore nella discussione de' medesimi. Nella precedente comunicazione fu pubblicato il quadro risguardante la variazione secolare della declinazione magnetica per l'ultimo quindicennio delle nostre osservazioni, e queste messe a riscontro colle osservazioni di Praga e della somma annuale delle macchie solari ed appariva manifesta l'intima correlazione. In questa comunicazione a porre in maggior luce questo fatto si darà un riassunto delle osservazioni delle macchie solari e de' giorni d'osservazione per ogni mese in questi quindici anni.

Il Quadro A da il valore dell'oscillazione diurna per le decadi dei 14 anni 1860-73. Le cifre esprimono parli della scala. (*Vedi il quadro A.*)

Come già notava fino dal 1866 il Ch. P. Secchi apparisce da questo quadro una doppia variazione: l'una progressiva, l'altra annuale. Il quadro B riassume più chiaramente quest'ultima. In esso si vede che nei mesi caldi cominciando dall'aprile fino all'Agosto la variazione è circa il doppio di quella de' mesi freddi cioè Novembre, Decembre e Gennaio; nei quattro mesi Febbraio Marzo Settembre ed Ottobre essa è intermedia. (*Vedi il quadro B.*)

Le cifre pure di questo quadro esprimono divisioni della scala, e per ridurle a minuti d'arco, sono da moltiplicare per 1',341 è poscia per 1,02 onde correggere l'effetto della torsione che è assai considerabile, onde il coefficiente di riduzione complessivo è di 1',36884. Nel dedurre questi medii valori decadici e mensili non si sono eliminate le straordinarie escursioni cagionate dalle perturbazioni straordinarie magnetiche, il perchè è manifesto come negli anni di maggiori perturbazioni, oltre la variazione dovuta alla diversità della stazione apparisce manifesto l'influsso delle perturbazioni in aumentare questi valori, laonde a volere ottenere unicamente la variazione secolare della declinazione conviene, come già fece il Gen. Sabine, trattare separatamente le sole perturbazioni straordinarie. I risultati però da esso ottenuti fanno vedere come eziandio per le perturbazioni straordinarie si osserva un massimo pei mesi estivi.

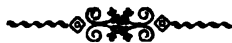
Finalmente il quadro C riassume più minutamente il confronto fra la variazione secolare e le macchie solari dal 1859 al 1873. (*Vedi il quadro C.*)

Ecco quel poco che ora abbiamo potuto raccogliere nel vasto campo delle osservazioni solari e magnetiche che si vengono continuamente facendo all'osservatorio. Son questi studî di tal natura che solo dopo molti anni vien fatto di raccoglierne qualche frutto, ma non credo andare lungi dal vero se asserisco che non è lontano il tempo in cui da un qualche eletto ingegno verrà finalmente svelata la cagione di quel segreto legame che indubitatamente si scorge esistere fra tanti fenomeni a prima vista sì complicati; ed io nell'aspettare tale scoperta mi terrò pago di avere nel mio piccolo contribuito forse in qualche modo ad affrettarne il momento desiderato.

Ho inoltre l'onore di annunziare all'Accademia la scoperta di due nuove comete che formano ora il soggetto de' nostri studii all'osservatorio. La prima fu scoperta dal prof. Winnecke a Strasburgo agli 11 Aprile, senza averne avuto notizia, il sig. Tempel la scoprì in Milano la notte del 18 Aprile e ne spedì subito notizia telegrafica all'osservatorio. Fattane la ricerca nella

notte seguente la ritrovai quasi subito nelle vicinanze della posizione indicata. Essa è telescopica ma piuttosto bella e circolare. Oltre l'osservazione astronomica il Ch. P. Secchi ne fece l'osservazione spettrale nel mattino del 22 i di cui risultati importantissimi vi verranno da lui medesimo comunicati.

La seconda fu scoperta a Marsiglia dal sig. Coggia ai 17 Aprile, parimenti telescopica, ma che viene accostandosi ognora più verso la terra. Essa formerà il soggetto di speciale Nota del P. Secchi per ciò che spetta principalmente le osservazioni spettrali, dalle quali possiamo trarre utilissimi documenti per giungere alla scoperta della fisica costituzione finora sì problematica di questi corpi.

QUADRO A.

VALORE MEDIO DECADICO DELLE VARIAZIONI DIURNE DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA. (DEDOTTA DAGLI ESTREMI DIURNI)

Anno meteor.°	1859—60		1860—61		1861—62		1862—63		1863—64		1864—65		1865—66		1866—67		1867—68		1868—69		1869—70		1870—71		1871—72		1872—73	
Dicem. 1859	d. 4,73 5,09 3,88	4,23	3,93 2,85 3,20	3,33	6,99 3,95 3,68	4,87	4,81 2,75 4,17	3,91	4,48 4,75 3,32	4,05	4,00 4,61 3,28	3,99	2,69 2,41 2,54	2,55	2,84 2,92 2,86	2,87	2,04 1,80 2,94	2,26	3,47 3,45 2,76	3,23	3,59 3,52 3,01	3,37	5,03 5,29 4,18	4,83	3,97 5,17 4,42	4,52	3,14 5,92 4,09	4,38
Genn. 1860	3,94 4,87 4,79	4,53	3,63 4,25 7,11	5,00	3,15 5,22 5,33	4,57	4,45 4,05 6,62	3,04	2,50 3,05 5,08	3,54	3.65 4,02 3,42	3,69	2,96 2,72 4,08	3,26	2,89 4,75 2.43	3,36	2,02 2,26 2,89	2,39	3,70 3,82 3,15	3,22	4,81 3,08 4,53	4,11	4,84 5,43 3,98	4,75	4,20 5,64 5,50	5,11	5,30 5,57 5,53	5,46
Febbraio	6,47 9,93 9,73	8,71	5,25 6,56 6,37	6,06	5,15 4,05 5,21	4,90	4,94 3,17 6,16	4,76	4,69 3,70 3,82	4,04	4,77 5,64 4,52	4,95	4,45 5.13 8,05	5,89	4,91 4,26 3,66	4,28	3,83 2,53 3,89	3.42	5,06 5,80 4,20	4,35	5,85 5,69 4,56	5,31	4,49 6,60 6,84	5,97	6,57 6,02 5,65	6,08	5,82 5,12 4,73	5,22
Marzo	6,90 9,63 10,62	9,05	6,73 6,05 8,89	7,22	5,52 6,31 7,26	6,39	5,22 4,94 6.25	5,47	6,32 6'44 7,01	6.59	5,52 6,35 6,32	6,06	5.58 5,09 5,90	5,52	4,48 5,16 6,23	5,29	4,21 5,76 6,75	5,57	6,27 5,98 7,62	6,56	6,48 7,89 9,64	8,00	8,06 8.82 10,71	9,20	6,16 8,37 10,85	8,46	6,82 6,58 9,40	7,60
Aprile	11,52 9,10 10,10	10,24	10,05 9,85 9,79	9,90	8,75 7,65 7,17	7,86	6,80 8:02 7,85	7,56	7,43 7,19 7,77	7,46	6,20 6,50 7,69	6,46	7,92 7,50 5,15	6,86	6,42 6,46 5,49	6,12	7,16 8,31 8,20	7,89	9,38 9,61 7,13	8,71	12,11 9,48 9,47	10,35	11,30 11,77 12,44	11,84	8,98 10,41 10,42	9,94	10,68 8,28 8,98	9,31
Maggio	9,33 8,68 10,02	9,34	8,15	8,15	6,49 6,99 7,37	6,95	7,98 8,75 10,07	8,93	8,30 7,46 7,87	7,71	6,30 6,70 6,93	6,64	5,41 6,84 6,30	6,18	7,16 6,02 5,15	6,11	6,10 7,30 6,55	6,65	7,52 10,23 8,69	8,82	9,38 12.05 9.90	10,44	10,34 10,64 8,43	9,80	9,71 9,29 7,44	8,81	7,11 7.59 8,24	7,65
Giugno	10,51 8,60 10,41	9,84	9,63 10,14 9,08	9,62	8,43 7,84 8,70	8,32	8,06 7,95 7,72	7,92	9,46 8,13 8,51	8,70	5,74 7,22 6,24	6,40	7,08 6,95 6,31	6,78	6,94 5,72 5,98	6,22	6,71 6,12 6,03	6,29	8,98 8,19 10,16	9,41	8,74 9,54 9,82	9,37	10,31 9,32 8,08	9,24	9,78 9,46 9,47	9,57	7,24 7,98 8.01	7,74
Luglio	11,46 7,93 9,54	9,65	8,70 8,39 7,76	8,28	9,49 7,97 9,28	8,58	8,13 6,10 5,87	6,93	8,35 7.06 5,70	7,04	6,61 5,40 6,18	6,06	5,70 6,80 5,90	6,13	6,49 6,23 5,74	6,15	7,25 6,33 6,50	6,69	8,80 8,49 9,55	8,94	8,65 11,95 9,89	9,99	9,79 8,31 8,64	8,81	10,03 9,52 6,84	8,80	6,89 7,22 8,46	7,52
Agosto	10,40 11,70 10,66	10,93	10,20 8,09 9,71	9,33	7,51 7.70 7.96	7,72	6,18 5,13 6,22	5,84	7,44 7,48 7,35	7,42	7,20 5,60 6,50	6,43	5,50 5,13 5,89	5,51	5,24 5,25 4,96	5,15	6,12 6,69 6,21	6,34	9,13 8,00 7,62	8,25	9,70 9,95 10,18	9,94	10,93 11,32 9,95	10,73	11,22 8,71 7,86	9,26	7,61 7,29 7,52	7,47
Settembre	9,13 6,65 7.94	7,91	6,91 7,76 6,44	7,04	8,14 6,58 7,78	7,50	6,08 4,61 3,87	4,85	7,60 6,28 4,74	6,21	6,88 5,62 5,78	6,08	5,21 5.61 4,35	5,06	5,25 4,92 5,05	5,07	6,16 5,81 5,47	5,81	7,84 7,29 6,76	7,29	10,87 8,82 10,30	10,00	9,77 8,68 6,67	8,37	8,44 7,87 7,89	8,06	8,01 6,28 6,62	6,97
Ottobre	8,89 7,38 7,45	7,91	5,70 5,98 5,00	5,56	5,70 6,06 6,83	6,19	4,18 4,21 3,08	3,82	4,55 4,82 5,68	5,02	5,46 5,27 5,23	5,32	5,34 5,82 5,03	5,39	5.76 3,38 4,78	4,35	5,59 4,91 5,95	5,48	6,11 5,30 6,11	5,84	8.14 9,15 10,54	9,28	8,80 7,60 7,05	7,82	8,13 9,61 6,08	7.92	5,50 5,07 6,00	7,52
Novembre	5,62 4,52 3,86	4,66	5,85 4,34 3,74	4,64	5,41 3,84 3,77	5,01	4,29 4,32 3,13	3,91	4,80 6,37 4,62	5,26	5,42 5,45 3,20	4,36	4,01 3,48 3.13	3,54	2,70 3,14 2,57	2,80	4,67 3,53 2,98	3,73	4.59 3,88 3,15	3,87	7.71 7,32 4,05	6,36	9,16 7,76 4,42	7,11	6,10 5,58 4,14	5,27	4,59 4,10 3,63	4,11

QUADRO B.

Anno	Dec.	Gen.	Feb.	Mar.	Aprile	Magg.	Giug.	Luglio	Agosto	Settem.	Ottobr.	Nov.
1860	4.23	4.53	8.71	9.05	10.24	9.34	9.84	9.65	10.93	7.91	7.91	4.66
61	3.33	5.00	6,06	7.22	9.90	8.15	9.62	8.28	9.33	7.04	5.56	4.64
62	4.87	4.57	4.90	6.39	7.86	6.95	8.32	8.58	7.72	7.50	6.19	5.01
63	3.91	5.04	4.76	5.47	7.56	8.93	7.92	6.93	5.84	4.85	3.82	3.91
64	4.05	3.54	4.04	6.59	7.46	7.71	8.70	7.04	7.42	6.21	5.02	5.26
65	3.99	3.69	4.95	6.06	6.46	6.64	6.40	6.06	6.43	6.08	5.32	4.36
66	2.55	3.26	5.89	5.52	6,86	6.18	6.78	6.13	5.51	5.06	5.39	3.54
67	2.87	3.36	4.28	5.29	6.12	6.11	6.22	6.15	5.45	5.07	4.35	2.80
68	2.26	2.39	3.42	5.57	7·89	6.65	6.29	6.69	6.34	5.81	5.48	3.73
69	3.23	3.22	4.35	6.56	8.71	8.82	9.41	8.94	8.25	7.29	5.84	2.87
70	3.37	4.11	5.34	8.00	10.35	10.44	9.37	9.99	9.94	10.00	9.28	6.36
71	4.83	4.75	5.97	9.20	11.84	9.80	9.24	8.31	10.73	8.37	7.82	7.11
72	4.52	5.11	6.08	8.46	9.94	8.81	9.57	8.80	9.26	8.06	7.92	5·27
73	4.38	5.46	5.22	7.60	9.31	7.65	7.74	7.52	7.47	6.97	5.52	4.11
Med.	3.742	4.145	5.281	6.927	8.607	8.012	8.244	7.790	7,880	6.944	6.101	4.616
in arco.	5'.12	5'.67	7'.23	9'.48	11'.78	10'.97	11'.28	10'.66	10'.79	9'.40	8'.35	6'.32

QUADRO C.

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI DELLE MACCHIE SOLARI DAL 1859 AL 1873.

MESI ed ANNO	1859 N° de' giorni di osservazi:	1859 Gruppi osserv.	1860 Giorni	1860 Gruppi	1861 Giorni	1861 Gruppi	1862 Giorni	1862 Gruppi	1863 Giorni	1863 Gruppi	1864 Giorni	1864 Gruppi	1865 Giorni	1865 Gruppi
Gennaio	22	24	12	25	13	27	1	5	13	10	6	12	9	11
Febbraio	14	29	18	19	9	27	3	8	20	10	—	—	8	6
Marzo	12	22	20	34	8	17	6	7	18	17	3	13	12	7
Aprile	—	—	12	20	14	43	6	9	18	11	11	8	21	8
Maggio	9	21	12	23	13	15	4	10	20	10	14	9	10	4
Giugno	12	29	7	26	8	20	5	20	13	9	10	6	18	9
Luglio	26	27	14	23	18	22	7	11	7	11	13	14	23	8
Agosto	25	32	4	17	14	22	5	12	6	6	15	7	30	8
Settembre	20	24	1	5	5	15	4	12	4	3	8	4	19	4
Ottobre	10	18	11	18	6	24	4	2	2	4	3	10	10	5
Novembre	7	19	7	26	5	17	2	10	—	—	10	11	8	6
Dicembre	7	12	4	15	11	20	2	6	5	14	13	3	21	12
Anno	164	257	122	251	124	269	49	112	126	105	106	97	139	88

MESI ed ANNO	1866 Giorni	1866 Gruppi	1867 Giorni	1867 Gruppi	1868 Giorni	1868 Gruppi	1869 Giorni	1869 Gruppo	1870 Giorni	1870 Gruppi	1871 Giorni	1871 Gruppi	1872 Giorni	1872 Gruppi	1873 Giorni	1873 Gruppi
Gennaio	23	11	22	2	22	3	20	15	13	22	9	17	24	29	22	23
Febbraio	15	15	22	0	21	6	14	13	11	18	16	24	22	27	22	22
Marzo	28	25	17	2	27	10	16	15	13	24	22	29	20	24	24	21
Aprile	21	3	26	3	21	3	19	7	12	23	19	31	20	21	20	17
Maggio	27	5	25	3	22	4	18	22	13	33	29	33	28	22	28	13
Giugno	29	6	18	1	12	1	16	20	14	36	27	27	29	27	26	13
Luglio	25	2	27	2	25	3	11	16	21	25	31	25	31	31	31	19
Agosto	31	4	25	4	23	5	11	20	13	26	29	19	31	30	30	12
Settembre	16	2	29	2	13	10	20	22	14	28	28	25	26	22	28	13
Ottobre	26	3	19	2	14	14	11	17	14	25	23	23	19	18	25	14
Novembre	30	3	25	4	18	13	16	15	6	19	17	30	24	26	28	16
Dicembre	31	2	22	7	15	20	7	16	7	21	20	21	20	17	26	17
Anno	302	81	277	32	233	92	179	198	151	300	270	304	294	294	305	200

SULLO SPETTRO DELLE COMETE DI TEMPEL E COGGIA.

NOTA

DEL P. ANGELO SECCHI.

Nella mattiua del 22 aprile ho potuto studiare lo spettro luminoso della cometa del signor Winnecke, indipendentemente scoperta a Milano dal signor Tempel. Il corpo della cometa presentava una parte centrale con nucleo abbastanza vivo, intorno a cui stendevasi una parte più densa vaporosa in forma semilunata. Tutto intorno a questa spandevasi una nebulosità irregolare del diametro di circa otto minuti, avente qualche strascico o raggio più lungo che forse è rudimento di coda. Secondo il padre Ferrari, che la osservò nel giorno 19 precedente, essa era allora più debole e più diffusa. Diretto lo spettroscopio semplice sulla parte più densa, apparvero indizi di zone più vive, ma per la diffusione dell'oggetto questo strumento non era opportuno. Fu quindi sostituito lo spettroscopio a fessura, ma la debolezza della luce non permise di fare uso del cannocchialino, e si dovette guardare ad occhio semplice. Lo spettro apparve allora formato di tre belle zone, bene staccate: una larga e viva nel verde-blù, tagliente verso il rosso e sfumata dal lato violetto, un'altra molto più debole nel verde, ed una terza nel verde-giallo più viva della seconda, talchè la media era la più debole. Fatti i disegni da me e dal padre Ferrari separatamente si trovarouo concordare. Ma per la debolezza del lume non ci fu possibile fissare con esattezza la posizione di queste zone.

Dalla pratica però, che abbiamo in questo genere di osservazioni, si vede che esse sono le tre solite zone delle comete, le quali si sa essere così vicine a quella del carbonio, che si crede comunemente esser questo il gas, di cui questi corpi sono formati. Esso però non sarebbe carbonio puro, perchè non dà righe lineari, ma uno dei suoi composti del genere degli idrocarburi. Così questa cometa segue nella sua composizione chimica la natura delle altre.

Già noi pei primi fino dal 1866 (8 gennaio) trovammo tale curiosa composizione di questi corpi esaminando un'altra cometa, che pure apparteneva allo stesso scopritore; e il signor Huggins in Inghilterra confermava poscia questa scoperta operando indipendentemente da noi. Tale natura venne confermata in tutte le comete successivamente comparse, di Winnecke, Brorsen ecc. e solo in alcune, come nell'ultima di Henry, si è trovato che lo spettro a zone

va accompagnato da debolissimo spettro continuo dovuto forse alla riflessione della luce solare o all'incandescenza del nucleo.

L'approssimarsi dell'alba e la necessità di fissare la posizione esatta della cometa, non ci ha permesso di fare un più minuto esame dello spettro. La composizione gassosa e la luce propria di questi corpi è così accertata dietro induzione abbastanza estesa, ma molte difficoltà non si potranno risolvere, finchè non si presenti qualche cometa di vivacità e grandezza considerevole. Le riflessioni a cui si presta tale risultato sono assai importanti, tanto più, che si hanno stelle in cui si trovano zone analoghe, ma di assorbimento. Questo è necessario rimetterlo ad altro tempo.

P. S. Nel mandare alla stampa questa nota soggiungerò qualche cosa intorno all'altra cometa scoperta dal signor Coggia a Marsiglia, e da noi studiata.

Anche questa analizzata allo spettroscopio ha spettro del carbone, ma essendo essa più viva dell'altra, l'osservazione è facile. Nelle sere del 2 e del 3 corrente giugno ne feci una buona osservazione, e meglio in quella dell'8 potei con piena soddisfazione mia studiarne lo spettro. Misi perciò avanti all'obiettivo un tubo di Geissler con ossido di carbonio e lo illuminai col solito induttorio di Rhumkorff. Lo spettro del tubo era deciso e netto e presentava le zone dell'ossido di carbonio e la più viva era la verde.

Diretto l'equatoriale fornito di spettroscopio e del tubo suddetto sulla cometa, si videro in questa le tre solite zone, colla particolarità che la media delle tre, cioè la verde era la più viva; mentre in quella di Tempel era la più debole.

Illuminato il tubo si vedevano le zone della cometa rinforzate dalla nuova luce e perfettamente sovrapposte. Fu fatto il confronto molte volte da me dal P. Ferrari e dagli altri assistenti. Anzi il P. Ferrari scoprì traccia nella cometa di una quarta zona che corrispondeva al violetto del carbonio.

Non vi può esser dubbio per tanto che questo spettro è del carbone.

Ma è desso dell'ossido di carbonio o di altra combinazione? Finora non ci è possibile deciderlo non avendo la cometa per anco luce sufficiente che regga a maggior ingrandimento spettrale. Quello che si può assicurare è che il carbonio nei suoi composti gassosi si mostra sempre a zone scannellate, siano essi idro carburi o ossidi: solo nella luce elettrica e in certe vive fiamme si hanno le linee taglienti proprie della sostanza elementare come vidi chiaro nelle sperienze fatte l'anno scorso coll'arco della luce elettrica. Le linee sfumate sono delle combinazioni binarie. Se le linee della cometa siano metalliche nol saprei rilevare per adesso coi miei mezzi, dovendo dare alla fessura finora una

certa larghezza. Però sospetto di nò, perchè se il nucleo avesse tali linee, mentre scintilla le dovrebbe far veder nette, anche nello spettrometro semplice: ora còn questo si hanno sempre zone estremamente diffuse.

Checchè ne sia, speriamo che presto sarà risoluta la questione col crescere la luce della cometa. Ciò è da sperare perchè nel mentre che nelle suddette sere le zone dello spettro erano affatto separate, nella sera del 16 si videro congiunte da un filetto luminoso che sembra dovuto allo spettro continuo del nucleo.

Fino ai 16 la cometa non ha presentato getti decisi nè particolarità importanti nella sua forma, mostrandosi solo come un nucleo vivo evanescente in una luce diffusa agli orli e appena avente da un lato, o dall'altro qualche baffo più vivo: solo nella sera del 15 essa mostrò un nucleo planetario deciso. Ma la sera seguente si vide di nuovo sfumata assai, specialmente dal lato del sole: coll'accostarsi al sole essa crescerà e allora sarà più importante. La coda era lunga un grado nella sera dell'11 giugno e mentre era della solita forma parabolica ampia 10′ circa nel grande refrattore, essa era terminata in punta in un piccolo refrattore. Nella sera del 17 era già di oltre 4 gradi, e nella parte densa avea spettro di carbonio senza traccia sicura di polarizzazione.

La costituzione carbonosa delle comete è ora un fatto bene accertato però non è ben definito il suo grado di combinazione.

Questa costituzione ci incoraggisce a specolare sulla forza repulsiva che anima le molecole della sua coda. Noi sappiamo che i prodotti carbonosi della fiamma sono eminentemente diamagnetici, e respinti dalle calamite come nell'esperimento del Bancalari. Il sole avendo potenza magnetica, come sembra ormai dimostrato, la ripulsione della materia loro ne sarebbe una naturale conseguenza: lo stesso sarebbe pure il caso se oltre il carbonio contenessero l'idrogeno, essendo questo pure diamagnetico. Che se in esse fossero gas dissociati diversi, e p. es. vi fosse anche l'ossigene, essendo questo magnetico, si avrebbero delle comete che potrebbero presentare code dirette in senso opposto. Il vedere che la zona più brillante non è la stessa in tutte ma che ora è la verde, ora la gialla, farebbe credere a qualche varietà di composizione negli stessi loro carbonidi.

Ricevo in questo momento notizia che anche la cometa di Encke dava spettro carbonoso. La luce si faceva più viva gradatamente verso la parte meno refrangibile. Finora nella nostra non si vedeva la zona rossa. Vedremo col tempo se questa si sviluppa, ma ciò non indica mutazione di natura nello spettro, ma solo di intensità, perchè i colori meno refrangibili sono i

primi a perdersi negli oggetti deboli. Il color composto della cometa non è bianco, ma verde! Illuminando però il campo col tubo dell'ossido di carbonico senza spettroscopio, la chioma e la coda spariscono, e il nucleo brilla come un punto alquanto rosato sul campo verde dato dalla luce dell'ossido di carbonio.

Provata nella Com. Coggia la polarizzazione con un delicato biquarzo, nulla si è trovato.

Con questa occasione dirò che profittando della luce notturna fatta con un faro Elettrico dal sig. prof. Blaserna e sig. prof. Canizzaro, ho studiato la polarizzazione della luce riflessa dall'aria. Ho veduto che questa era debole se il raggio passava lontano dall'osservatore, ma diventava vivissima quando esso passava direttamente sul capo dell'osservatore, restando invisibile il punto luminoso.

Questo mi ricorda la controversa origine della luce polarizzata osservata nelle ecclissi solari, e che io sospettai fortemente fino dal 1870 che essa fosse di origine atmosferica terrestre, almeno in grandissima parte.

Sappiamo infatti che i gas e certi vapori polarizzano la luce al massimo nella direzione prossimamente del raggio incidente e nulla contradice a ciò per l'aria, anzi esaminando i raggi che escono dalle nubi rotte dal sole verso sera apparisce tale polarizzazione. Ma la presenza dell'astro luminoso grandemente disturba la visione. Di notte all'incontro e col raggio elettrico nulla vi è di più opportuno per imitare le condizioni dell'ecclisse, e in fatti l'esperienza ha risposto affermativamente che la luce riflessa con grande obliquità quasi nella direzione del raggio è polarizzata. Il piano nol potei definire, ma non dubito che sia quello che passa per l'occhio dell'osservatore pel raggio e pel punto luminoso. La luce adunque che circonda il sole ecclissato può esser polarizzata dall'aria nostra, essendochè la vivace luce dell'anello contiguo alla luna, è capace di illuminare sufficientemente la nostra atmosfera, e certamente non meno della luce di un faro. Ciò è convalidato dal fatto bene assicurato nel 1870 in cui essendo l'aria nebulosa in Sicilia le zone del polariscopio di Savart furono vedute anche sul disco lunare oscuro.

IL COMM. PROF. BENEDETTO VIALE PRELA'

CENNI BIOGRAFICI

DEL PROF. VINCENZO DIORIO

Il giorno 27 del mese di Marzo decorso passò con la morte de'giusti alla vita che non ha fine il chiarissimo nostro collega ed ultimo Presidente Prof. Comm. Benedetto Viale.

Nato egli in Bastia di Corsica il 25 Gennaio dell'anno 1796, da onesta e distinta famiglia, giunto alla giovinezza si trasferì a Roma onde apprendervi le mediche discipline, verso le quali, oltre ad una speciale inclinazione, lo conduceva la protezione generosa di un illustre suo zio materno, del quale si ebbe poscia il vanto di portare ancora il nome. Accenniamo noi a quella gloria della medicina romana che fu Tommaso Prelà Archiatro dell' immortale Pio VII.

Educato a tali esempii, non potea non richiamare a sè l'attenzione di quanti gli erano colleghi e la stima degli stessi suoi maestri. Coll' assiduità negli studii teorici, mentre arricchiva la sua bella mente con le nozioni scientifiche che rappresentano la coltura del medico filosofo, colle pratiche esercitazioni addestrava i suoi sensi alla osservazione , e si preparava così mano mano all'uso di quell'arte, che non si arriva mai a possedere se non dopo del penoso tirocinio degli ospedali. Costa esso tante volte la vita a quei generosi che si addestrano a combattere la morte in mezzo alle epidemie ed ai contagii , senza avere in vista nè gli onori nè gli avanzamenti che la società concede , frale compenso a quelli che militando per la patria perderono la vita sui campi dell' onore. Il medico invece finisce talora *senza infamia e senza lodo,* in uno spedale, quantunque esso pure sagrifichi sè stesso per quella società che rappresenta la patria viva

Il Viale fu vicino a cogliere anch' egli questo acerbo frutto dagli studii suoi ; mentre facendo parte della famiglia medica dell' Archiospedale di S. Spirito in Sassia, allorquando svilupossi il tifo in quel pio stabilimento nell'anno 1817, colpito dal malore contagioso fu ridotto agli estremi. Scampato presso che prodigiosamente da quel pericolo, ricordava sovente i suoi compagni estinti da quel malore, che non fece meno di 40 vittime in quella sola

famiglia ospedaliera: e si dovette, secondo egli narrava sovente, al franco parlare ed all'energico procedere di quel sommo clinico che fu Giuseppe De Matthaeis, se potè circoscriversi quel morbo micidialissimo sicchè diminuisse la strage in quel ricovero di morienti.

Intanto il De Matthaeis avea fino da allora appreso a conoscere ed a stimare il Viale; e la svegliatezza del suo ingegno, la fermezza del suo carattere, e la squisitezza della sua educazione fecero sull'animo di quel maestro una impressione così favorevole, da potersene facilmente prevedere ciò che poscia avvenne. Il De Matthaeis aggravato dagli anni e dalle fatiche, desideroso di riposo, scelse e propose il Viale, già suo assistente di clinica e divenuto pure per concorso primario degli Ospedali, a supplente e successore suo nella scuola romana: posto onorevolissimo al quale venne assunto il Viale sullo spirare dell'anno 1852.

Fu in questa nuova scientifica destinazione che il nostro collega preparò presso di noi la strada alla riforma scolastica, che i segni sensibili fa primeggiare nella diagnosi delle interne umane malattie ed il criterio anatomico prepone a quello della forma morbosa. Si iniziò alla pratica medica novella in questa scuola il nostro professore Guido Baccelli. Il primo volume delle lezioni del Prof. Viale, pubblicato coi tipi del Salviucci nell'anno 1854, fornisce la prova imperitura dell'esordire fra noi di questa che potrebbe dirsi riforma medica romana, della quale fu il collega nostro autore e promotore zelantissimo.

Ma non fu solo negli studi medici che si distinse egli dagli uomini volgari. Coltivò il Viale con molto amore le altre naturali discipline, e più di tutti predilesse gli studi della chimica applicata alle scienze biologiche. Abbiamo infatti parecchi suoi lavori su tali argomenti; come ad esempio le sue ricerche *del ferro nelle urine normali e nel sudore*, pubblicate nella Corrispondenza Scientifica di Roma (1): le nuove modificazioni al metodo di Gaultier per disvelare lo jodio dalle sue combinazioni, pubblicate parimenti nella succitata Corrispondenza (2): la memoria sulle acque Albule presso Tivoli, analisi chimica fatta dal Viale con la collaborazione del compianto Prof. Vincenzo Latini etc. (3). Confermano ciò stesso gli scritti del medesimo sull'idrogeno solforato delle acque albule predette (4); quelli sul belletto trovato nelle tombe etrusche dell'antico Vulsinio (5); sulla colorazione in rosso

(1) Anno III, N.° 37. Vedi più oltre CATALOGO DEI LAVORI DEL PROF. CAV. BENEDETTO VIALE PRELÀ, n.° 24.

(2) Anno IV, N.° 17. Vedi CATALOGO, ecc. n.° 5.

(3) Roma 1857, Tipografia di Gaetano Menicanti. Vedi CATATOGO, ecc. n.° 2.

(4) Atti dell'Accademia Pont. de Nu. Lincei. Anno X, pag. 420. Vedi CATALOGO, ecc. n.° 6.

(5) Id. Anno XI, pag. 79. Vedi CATALOGO, ecc, n.° 11.

avvenuta nel macco del Maice (1); e sulla ricerca e valutazione dello jodio nelle acque minerali potabili (2); non che le osservazioni alla lettera del D.r Ruggero Fabri sul soggetto predetto: lavori pubblicati negli Atti della nostra Accademia (3). Abbiamo ancora di lui parecchi altri lavori publicati, oltre ai mentovati testè; e ci professiamo sommamente riconoscenti verso il chiarissimo nostro collega D. B. Boncompagni che, dietro nostra preghiera, con la squisita gentilezza che gli è propria si degnò raccoglierne e compilarne il catalogo che siegue al presente schizzo biografico, e che ne costituisce il più interessante complemento.

Un ingegno di tale forza ed un uomo così laborioso non poteva non ottenere nel mondo scientifico le distinzioni dovute al suo merito. Ascritto nell'albo dei membri onorarii dell' Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei, allorquando questa venne solennemente istituita nell' anno 1847 da quel Sommo Pontefice che, la Dio mercè, regge ancora in Vaticano; proposto da quei che furono già suoi giudici e maestri, a far parte del Collegio medico chirurgico di Roma; nominato medico sopranumero della Congregazione speciale di sanità, fu nella sessione dei 3 di Dicembre del 1854 distinto col titolo di Socio ordinario dell'Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei (4). Nell'anno 1856 fece parte del Comitato accademico. Nel 1867 riuscì eletto Presidente. Rieletto nel 1869, fu confermato il 5 Giugno dell'anno 1871. Cessò di esserlo al compimento del biennio presidenziale per le condizioni della sua mal ferma salute, e per espressa sua domanda poco prima di morire.

Il Prof. Viale-Prelà acquistò chiaro nome colle proprie fatiche; amò più di ogni altra cosa lo studio; e si ebbe e conservò sempre intatta la fama di uomo onorato. Visse modesto nella ricchezza, umile negli onori, cortese cogli stessi suoi avversarii, tenero e compassionevole verso le altrui miserie. Si giovò sempre dell' alta posizione alla quale lo ebbe elevato la Providenza per giovare e soccorrere gl' infelici. Proposto direttore del manicomio di S. Maria dei poveri dementi, fece ogni suo sforzo per migliorare la sorte di quei miserelli. Scelto consigliere municipale, ogni studio adoperò a migliorare le condizioni igieniche della capitale. Nominato archiatro dal Sommo Pontefice Papa Pio IX, ebbe l' alto onore di assisterlo con tutto quell'attaccamento e con tutta quella affezione di cui era capace; e quantunque già infermo, trascurò, finchè il potè, la

(1) Atti ‖ dell' ‖ Accademia Pontificia ‖ de'Nuovi Lincei. ‖ Tomo XI. Anno XI, pag. 344. Vedi CATALOGO, ecc. n° 13.
(2) Id. Tomo XIII. Anno XIII, pag. 41. Vedi CATALOGO, ecc. n° 16,
(3) Id. Tomo XIV. Anno XIV, pag. 177. Vedi CATALOGO, ecc. n° 17.
(4) Atti ‖ dell' ‖ Accademia Pontificia ‖ de'Nuovi Lincei. ‖ Tomo VI. Anno VI, pag. 8, lin. 12—13.

propria salute, per non mancare al officio del quale fu sempre geloso, come di cosa che anteponeva alla stessa sua esistenza. Il Sommo Pontefice ripagò mai sempre colla stima e coll' affezione che tutti conoscono, l'attacamento del suo devotissimo servitore; e questo fu per lui balsamo in vita e conforto in morte.

Difatti alla bronchite che già da lunghi anni lo tormentava per ettasie prodotte ne'canali aerei, sopraggiunto un enfisema acutissimo del cavo buccale e quindi la paralisi della lingua; il Prof. Viale scorto il pericolo in che versava la sua vita, chiese di per sè e ricevè devotamente il conforto dei SS. Sagramenti: spedì per la benedizione in *articulo mortis* al S. Padre, ed ottenutala, con mente serena accompagnando le ultime preci della chiesa, chiedeva a Dio che qui lo cruciasse per perdonargli in eterno. Fu questa la fine cristiana del Prof. Viale, fine che merita di essere ricordata ad esempio di quelli che credono essere oggi prerogativa degli ignoranti e privativa delle anime deboli il vivere ed il morire da cristiani.

Allorchè le vicende del Settembre del 1870 esposero l'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei al cambiamento di titolo, che avrebbe fatto una istituzione nuova di quella antica; il Prof. Viale seguì la maggioranza accademica che non confuse la scienza con la politica. Subì egli coi suoi colleghi le conseguenze di quel fatto, senza esitare alla vista del danno che ne veniva a ciascuno degli accademici nei materiali interessi. Di spiriti di tal fatta, che non si fanno ligi ad ogni aura che muti, non avervene molti oggidì, è noto a tutti.

Le circostanze nelle quali ci ebbero ridotti le patite vicende lasciarono noi tutti nella impotenza di pagare, siccome vorremmo, con pompa pubblica e solenne il tributo della nostra stima e della affezione nostra al chiarissimo collega defonto, il quale ci fu compagno nelle dure prove, ed interprete fedele dello attaccamento e della adesione nostra al Sommo Pontefice Istitutore della nostra Accademia. Niuno peraltro potrà vietarci di ricordare in privato nell'umile nostra preghiera la stima e lo affetto che portò a noi vivendo il Prof. Viale, sicchè ne suffraghiamo con ogni maniera di espiazioni l'anima fedele; sicuri ch'esso ne ripagherà dal cielo colla prece dei giusti del segreto nostro ricordo.

Intanto queste poche parole che accennano ad una pagina di storia dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei servano a rammentare il nome di colui che tenutane la Presidenza in un' epoca di inattesi sconvolgimenti riuscì a rendersene sempre più benemerito, sostenendo l'indipendenza della nostra Istituzione scientifica in mezzo al vortice politico che travolse tutto meno il Papato.

Il Prof. Viale oltre alla Presidenza dell' Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, ne tenne dopo il 1870 eziandio il tenue peculio.

E d'uopo adunque che l'Accademia scelga altri a quell'officio. Di più conviene riparare al danno che ci va recando la morte con la perdita di tali uomini che si resero mai sempre benemeriti della scienza e della religione. A questi diversi bisogni toccherà al Consesso deliberante il provvedere nel modo che stimerà più conveniente. Il compenso che abbiamo già ottenuto nel mondo scientifico, che riconosce vivente ancora l'Accademia Pontificia de'nuovi Lincei, ci sia premio e sprone a continuare nella faticosa via; finchè giunti *fuor del pelago alla riva*, sia dato a noi pure rivolgerci con sereno ciglio alle onde perigliose, e guatandole forse sconvolte ancora, prostrarci ad adorare Colui che da tanti rischi *ne salvò* colla sua guida.

CATALOGO DEI LAVORI
DEL COMM. PROF. BENEDETTO VIALE PRELÀ
COMPILATO DA B. BONCOMPAGNI

I.

LAVORI NON INSERITI IN RACCOLTE

1. PRAELECTIONUM CLINICARUM || ANNUS PRIMUS || BENEDICTI EQ. VIALE || PUBLICI PROFESSORIS || *A.* 1852–53. || ROMAE || EX TYPIS SALVIUCCI || MDCCCLIV. In 8.° di pagine 422 (VIII, 412, 2 ultime non numerate), e 5 tavole numerate « *Tab.ª* I–*Tab.ª* V. »
2. SULLE || ACQUE ALBULE || PRESSO TIVOLI || ANALISI CHIMICA || DEI PROFESSORI || BENEDETTO VIALE, E VINCENZO LATINI || ROMA 1857. || TIPOGRAFIA DI GAETANO MENICANTI || CON PERMESSO (1). In 8.° di 82 pagine (2), e 3 tavole (3).
3. RAPPORTO STATISTICO || DEL || MANICOMIO || DI S. MARIA DELLA PIETA' DI ROMA || PER GLI ANNI || 1861 E 1862 || ROMA – 1864 || DALLO STABILIMENTO TIPOGRAFICO || Via del Corso, 387. In 4.°, di 114 pagine, delle quali le 1ª–5ª, 13ª, 55ª, 36ª, 66ª, 68ª, 70ª, 72ª, 74ª, 76ª, 78ª, 80ª, 82ª, 84ª, 86ª, 88ª, 90ª, 92ª, 94ª, 96ª, 98ª, 100ª, 102ª, 104ª, 106ª, 108ª, 110ª, 112ª, 114ª non sono numerate, e le rimanenti sono nume-

---

(1) Nella compilazione di questo lavoro e di ciascuno degli altri, indicati più oltre sotto i numeri 5—6, 19—21, 22—28, il Sig. Prof. Viale Prelà ebbe a collaboratore il valente chimico Vincenzo Latini, Collaboratore di Chimica, e quindi Professore di Farmacia teorica pratica nell'Università di Roma, nato in Collalto di Sabina nel giorno 15 di aprile del 1805, morto in Roma nel giorno 3 di giugno del 1862, ed eletto Socio ordinario dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei nella sessione dei 6 di Febbraio del 1859 (ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI, ecc. TOMO XII — ANNO XII || (1858—59) || ROMA || 1859, ecc., pag. 169, lin. 22—26; pag. 170, lin. 1—8. SESSIONE III DEL 6 FEBBRARO 1859). Questo scienziato fu anche Socio delle Reali Accademie delle Scienze di Napoli e di Bruxelles. — Un articolo intorno a questo lavoro trovasi nel volume intitolato « ANNALI || DI || CHIMICA || APPLICATA || ALLA || MEDICINA, ecc. *COMPILATI DAL DOTTORE* || » GIOVANNI POLLI. || VOLUME XXV. || DELLA SERIE 3ª, ecc. MILANO, ecc. 1857 » (pag. 317—320. NOVEMBRE 1857; N.° 5), e firmato nel volume stesso (pag. 320, lin. 38): « ANNIBALE BOSSI ». Un più breve articolo intorno alla pubblicazione medesima trovasi nel volume intitolato « GIOR» NALE || ARCADICO || DI || SCIENZE, LETTERE ED ARTI || TOMO CLIII || DELLA NUOVA SERIE || VII || GEN» NAIO E FEBBRAIO || 1858 || ROMA || TIPOGRAFIA DI TITO AJANI || 1858 » (pag. 229, lin. 20—26; pag. 230, lin. 1—12).

(2) Le 69ª—76ª di queste 82 pagine, numerate coi numeri 69—76, contengono un lavoro intitolato nella medesima pagina 69 (lin. 1—5): « SOVRA DUE NUOVE ALGHE || DELLE || ACQUE ALBU» LE || DELLA SIGNORA || ELISABETTA FIORINI-MAZZANTI ».

(3) A piè di ciascuna di queste due tavole si legge : « *Elisabetta Fiorini Mazzanti fece* ».

rate 6-12, 14-34, 37-65, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 93, 95, 97, 99, 101, 103, 105, 107, 109, 111, 113. Nella terza di queste 114 pagine trovasi una lettera dedicatoria intitolata (lin. 1-5): « A Monsignor ‖ » DOMENICO DE'CONTI GIRAUD ‖ VISITATORE APOSTOLICO ‖ DEL ‖ MANICOMIO DI S. MARIA DELLA » PIETA' DI ROMA », e firmato (lin. 27-28): « IL DIRETTORE ‖ BENEDETTO VIALE ».

4. SULLA CAUSA ‖ DEL ‖ DILUVIO UNIVERSALE ‖ MEMORIA ‖ Letta il dì 21 dicembre 1873 ‖ ALL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI ‖ DAL SUO PRESIDENTE ‖ CAV.re BENEDETTO P.r VIALE-PRELA' ‖ MEDICO DI CAMERA DI S. S. PP. PIO IX. ‖ ROMA ‖ STABILIMENTO TIPOGRAFICO DI G. VIA ‖ *Corso*, 387. In 8.°, di 16 pagine, delle quali le 1a-3,a 16a non sono numerate, e le 4a-15a sono numerate 4-15.

II.

LAVORI INSERITI IN RACCOLTE (1).

I.

LAVORI INSERITI NEGLI « ATTI DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI ».

5. *Sull' ammoniaca nella respirazione.*

Questo scritto inserito nel volume intitolato « ATTI ‖ DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA ‖ » DE'NUOVI LINCEI ‖ PUBBLICATI ‖ CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA ‖ *del* 22 *dicembre* » 1850 ‖ E COMPILATI DAL SEGRETARIO ‖ TOMO V. — ANNO V. ‖ (1851-52) ‖ ROMA ‖ 1852 ‖ » TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI ‖ PIAZZA POLI N. 91 » (pag. 659-665, SESSIONE VIa DELLI 15 AGOSTO 1852), ha nel volume medesimo (pag. 659, lin. 1-2, 34) il titolo se-

(1) Le impressioni fatte negli « ATTI DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI » de'lavori indicati più oltre sotto i numeri 5, 6, 7, 12, 14, 15, 17, 18, nella « CORRISPONDENZA SCIEN» TIFICA » de'lavori indicati più oltre sotto i numeri 20, 22, 23, 24, 26, e nelle raccolte intitolate « *LE MONITEUR DES HOPITAUX* », « *JOURNAL DE CHIMIE MÉDICALE* » ed « ANNALI DI CHIMICA », de'lavori indicati sotto i numeri 27—29, le ristampe fatte nella detta « CORRISPONDENZA SCIENTIFICA » de'lavori indicati più oltre sotto il numero 5, e ne'detti « ANNALI DI CHIMICA », ecc. de'lavori indicati più oltre sotto i numeri 14 e 26, e le traduzioni venute in luce nel « JOURNAL DE PHARMACIE » de' lavori indicati più oltre sotto i numeri 6, 17 sono citate ne' volumi intitolati « CATALOGUE ‖ OF ‖ » SCIENTIFIC PAPERS. ‖ (1800—1863.) ‖ COMPILED AND PUBLISHED ‖ BY THE ‖ ROYAL SOCIETY OF » LONDON. ‖ VOL. III. ‖ LONDON, ecc. 1869 » (pag. 870, col. 1a, lin. 31—33, 36—40, 49—52, Articolo « Latini, *Vincenzo*, e *B*. Viale », n.i 1—3), e « CATALOGUE ‖ OF ‖ SCIENTIFIC PAPERS. ‖ (1800— » 1863.) ‖ COMPILED AND PUBLISHED ‖ BY THE ‖ ROYAL SOCIETY OF LONDON. ‖ VOL. VI. ‖ LONDON, ecc. » 1872 » (pag. 148, col. 1a, lin. 21—28, 30—47, 49—53, col. 2a, lin. 1—15, 19—28, Articolo « Viale » *Benedetto* », n.i 2—8; Articolo « Viale *Benedetto* e *Vincenzo* Latini » n.i 1, 2, 4—9; pag. 710, col. 1a, lin. 7—15, ADDITIONS, articolo « Latini, *Vincenzo*, et *Benedetto* Viale », n.i 8—10). In questi volumi sono anche indicati gli articoli pubblicati nei detti « ANNALI DI CHIMICA » e « JOURNAL DE PHAR» MACIE » intorno ai lavori indicati di sopra, e più oltre sotto i numeri 1, 5, 12, 24, 25, 28 (Vedi sopra, pag. 304, nota (1), e più oltre, pag. 306, nota (1); pag. 307, nota (1); pag. 309, nota (1); pag. 313, note (1) e (2); pag. 315, nota (3)) (CATALOGUE ‖ OF ‖ SCIENTIFIC PAPERS, ecc. VOL. III, ecc., pag. 870, col. 1a, lin. 34—35, 41—48, 53—59, Articolo « Latini *Vincenzo* e *B*. Viale », n.i 1, 5, 46. — CATALOGUE ‖ OF ‖ SCIENTIFIC PAPERS, ecc. VOL. VI, ecc., pag. 148, col. 1a, lin. 28—29, 47—48, 54—58; col. 2a, lin. 16—19, 21—28, Articoli « Viale *Benedetto* », n.° 4, e « Viale *Benedetto*, e *Vincenzo* Latini », n.i 1, 3), ed uno scritto citato più oltre nella nota (1) della pagina 317 (CATALOGUE ‖ OF ‖ SCIENTIFIC PAPERS, ecc., VOL. VI, ecc., pag. 148, col. 1a, lin. 18—20, Articolo « Viale *Benedetto* », n.° 1).

guente: « *Sull'ammoniaca nella respirazione. Memoria dei professori* Viale || *e* La-
» tini, *presentata dal prof. P. Volpicelli* || (Nella sessione del 5 marzo 1834 (*sic*)) ».
Lo scritto medesimo trovasi anche ristampato nel volume intitolato « la || cor-
» rispondenza scientifica || in roma || bullettino universale || diretta || da || e. fabri-
» scarpellini || anno iii. vol. iii. || roma || tipografia della rev. cam. apostolica||1855 »
(pag. 49, col. 1ª–2ª; pag. 50–51; pag. 52, col. 1ª, col. 2ª, lin. 1–9. N. 7. || 18
Febr. 1854). In questo volume (pag. 49, col. 1ª, lin. 1–3) lo scritto medesimo
ha il titolo seguente: « sull'ammoniaca nella respirazione || memoria dei professori ||
» viale, e latini ». Di questo scritto si ha una tiratura a parte intitolata « sull'ammo-
» niaca || nella respirazione || memoria dei professori || viale, e latini || *Estratta dalla*
» *Corrispondenza Scientifica di Roma*: *Anno III. N.° 7.* || Roma – Tipografia della
» R. C. A. », e composta di 14 pagine, in 8.°, delle quali le 1ª–3ª non sono numerate, e le 4ª–14ª sono numerate 4–14 (1).

6. *Nuove modificazioni al metodo di Gaultier per disvelare lo iodo dalle sue combinazioni.*

Questo scritto inserito nel volume intitolato « atti || dell'accademia pontificia ||
» de'nuovi lincei || pubblicati || conforme alla decisione accademica || *del* 22 *dicembre*
» 1850 || e compilati dal segretario || tomo vi. – anno vi. || (1852–1853)||roma||1855||
» tipografia delle belle arti || piazza poli n. 91 » (pag. 466–472, sessione ivª
del 22 maggio 1853), ha nel volume medesimo (pag. 466, lin. 1–2, 28) il titolo seguente: « Chimica – *Nuove modificazioni al metodo di Gaultier, per disvelare lo iodo*
» *dalle sue combinazioni*: *Nota dei professori romani B. Viale, e V. Latini* (Comu-
» nicata nella Sessione VIII del 1.° luglio 1855) ».

Lo scritto medesimo fu ristampato nel volume intitolato « la || corrispon-
» denza scientifica || in roma || per l'avanzamento delle scienze || instituita e di-
» retta || da || e. fabri–scarpellini || anno iv. || roma || tipografia della rev. cam. apos-
» tolica || 1856 » (pag. 140–142; pag. 143, col. 1ª, lin. 1–24. N. 17. 2 Ottobre
1855). Questa ristampa è intitolata nel volume stesso (pag. 140, col. 1ª, lin. 1–5):
« nuove modificazioni || al metodo di gualtier (*sic*) || per disvelare || lo jodo dalle sue
» combinazioni || dei professori b. viale, e v. latini ».

Di questa ristampa si ha anche una tiratura a parte intitolata « nuove modifi-
» cazioni || al metodo di gualtier || per disvelare || lo jodo dalle sue combinazio-

(1) Un articolo intorno a questa memoria trovasi nel volume intitolato « journal || de || phar-
» macie et de chimie || par || mm. boullay, bussy, soubeiran, henry, ecc. Troisième série || to-
» me vingt-sixième. || paris || victor-masson, libraire || place de l'école de médecine || 1854 »
(pag. 299—301). Quest'articolo è intitolato nel volume stesso (pag. 299, lin. 1—2) « *De l'ammo-*
» *niaque dans la respiration, nouvelles expériences* || de MM. Viale et Latini, *professeurs à l'u-*
» *niversité de Rome* ». Due articoli relativi a questa memoria trovansi nel volume intitolato « annali ||
» di || chimica || applicata || alla || medicina, ecc. *compilati dal dottore* || giovanni polli ||
» Volume xx || della serie 3ª, ecc. milano, ecc. 1855 » (pag. 51, lin. 2—28; pag. 52—53; pag. 56,
lin. 1—6, Gennajo 1855 — N° 1; pag. 357, lin. 1—9; pag. 358—359; pag. 360, lin. 1—27, Giugno
1855 — N° 5), de'quali il primo è intitolato (annali || di || chimica, ecc. Volume XX, ecc., pag.
51, lin. 2—3): « Sull'ammoniaca nella respirazione: || dei professori viale e latini », ed il secondo
(annali || di chimica, ecc. Volume XX, ecc., pag. 357, lin. 1—3): « Sull'ammoniaca rinvenuta nella
» respirazione||dell'uomo dai professori *Viale* e *Latini*:||del dott. g. polli e Padre ottavio ferrario.»

» NI || DEI PROFESSORI ROMANI B. VIALE, E V. LATINI », e composta di 14 pagine, in 8.°, delle quali le 1ª–3ª, 14ª non sono numerate, le 4ª–13ª sono numerate 4–13, e nella seconda delle quali si legge : « Estratto dal Bullettino || della Corrispondenza » Scientifica di Roma || Num. 17. Anno IV. || Tipografia della Rev. Cam. Apost. ».

Una traduzione francese di questo scritto trovasi nel volume intitolato : « JOURNAL || DE || PHARMACIE ET DE CHIMIE || PAR M. BOULLAY, BUSSY, SOUBEIRAN, HENRY, » F. BOUDET, CAP, || BOUTRON-CHARLARD, FREMY, GUIBOURT || BARRESWIL, BUIGNET, » GOBLEY, ET LEON SOUBEIRAN; || CONTENANT || UNE REVUE MÉDICALE, || Par M. CL. BER- » NARD, de l' Institut || ET || UNE REVUE DES TRAVAUX CHIMIQUES || PUBLIÉS A' L'ÉTRAN- » GER,||PAR M. J. NICKLÈS || CORRESPONDANTS : || DURAND, à Philadelphie. || GIRARDIN, » à Rouen. || MORIN, à Génève. || J. LIEBIG, à Giessen. || TADDEI, à Florence. || VOGEL, à » Munich. || MALAGUTI, à Rennes. || PERSOZ, à Paris. || DEVRIJ, à Rotterdam. || Troi- » sième série || TOME VINGT-NEUVIÈME. || PARIS || VICTOR MASSON, LIBRAIRE, || PLACE DE » L'ÉCOLE DE MÉDECINE, || 1856 » (pag. 406, lin. 22–32; pag. 407–412; pag. 413, lin. 1–20). Questa traduzione è intitolata nel volume stesso (pag. 406, lin. 22–23): « *Nouvelle méthode paur reconnaître l'iode dans ses combinaisons*; || Par MM. VIALE » et LATINI, professeurs à l'Université de Rome » (1).

7. *Sull'idrogeno solfo-arsenicale rinvenuto nelle acque Albule presso Tivoli.*

Questo scritto inserito nel volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || » DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del* 22 *dicembre* » 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO X. – ANNO X. || (1856–57) || ROMA || 1856 || » TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91, » (pag. 420–421, SESSIONE VIIª DEL 7 GIUGNO 1857), ha nel medesimo volume (pag. 420, lin. 1–2) il titòlo seguente : « CHIMICA – *Sull' idrogeno solfo–arsenicale rinvenuto nelle acque albule* || » *presso Tivoli. NOTA del prof. B. VIALE* » (2).

8. *Rapporto sui metodi, e su di uno stromento inventato dal sig. MÉGE MOURIÈS per l'estrazione di tutta la sostanza assimilabile netta dal frumento, e da altri generi alimentari.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADE- » MIA PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI, ecc. TOMO X. – ANNO X || (1856–57) », ecc. (pag. 445, lin. 2-35, pag. 446–447; pag. 448, lin. 1–9, SESSIONE VIIª DEL 7 GIUGNO 1857),

(1) Un articolo relativo a questo scritto trovasi nel volume intitolato « ANNALI || DI || CHIMI- » CA || APPLICATA || ALLA || MEDICINA, ecc. *COMPILATI DAL DOTTORE* || GIOVANNI POLLI. || VOLUME » XXII || DELLA SERIE 3ª. || Vol. LXII della serie 1ª. ecc. MILANO, ecc. 1856 » (pag. 7, lin. 13 —24; pag. 8; pag. 9, lin. 1—6. GENNAJO 1856. Vol. XXII. — N.° 1). In questo volume (pag. 7, lin. 13—15) lo scritto medesimo e intitolato « Mezzo sensibilissimo per disolvere l'iodio || dalle sue » combinazioni: || dei prof. VIALE e LATINI ».

(2) Un articolo intorno a questa nota trovasi nel volume intitolato « JOURNAL || DE PHARMA- » CIE ET DE CHIMIE || PAR || M. BOULLAY, BUSSY, ecc. Troisième série || TOME TRENTE-TROISIÈ- » ME || PARIS || VICTOR MASSON, LIBRAIRE, || PLACE DE L'ÉCOLE DE MÉDECINE. || 1858 » (pag. 174, lin. 4—16; pag. 175, lin. 1—14). Questo articolo è intitolato nel volume stesso (pag. 174, lin. 4—6): « *De l' hydrogène sulfo-arsenié contenu dans les eaux* || *minerales sulfureuses de Tivoli* || Par MM. » VIALE et LATINI, professeurs à l'Université de Rome ».

ha nel medesimo volume (pag. 445, lin. 6) il titolo seguente : « COMMISSIONI » *Sui metodi, e su di uno stromento inventato dal sig. MÈGE MOURIÈS per l'estra-* » *zione di tutta la sostanza assimilabile netta dal frumento, e da altri generi* || *ali-* » *mentari.* || RAPPORTO || (Commissari sig.ri prof.ri P. A., SECCHI e B. dot. VIALE » *relatore*) ».

9. *Rapporto intorno ad alcuni nuovi metodi per estrarre l'alcool, e fabbricare il vino.*

Questo scritto inserito nel volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA » DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del 22 dicembre* » 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO XI. – ANNO XI. || (1857–58) || ROMA || 1857 » TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91 » (pag. 69, lin. 1–11, SESSIONE Iª DEL 6 DICEMBRE 1857), è intitolato nel medesimo volume (pag. 69, lin. 1–3): « *In-* » *torno ad alcuni nuovi metodi per estrarre l'alccool* (sic), *e fabbricare il vino.* || RAP- » PORTO || (Commissario sig. dot. B. cav. *VIALE*) ».

10. *Rapporto sopra un apparecchio destinato ad operare le decomposizioni chimiche, proposto dai signori R. A. WRIGHT, ed L. G. FOUCHÈ.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADE- » MIA PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI, ecc. TOMO XI. – ANNO XI. || (1857–58) », ecc. (pag. 71, lin. 1–11, SESSIONE Iª DEL 6 DICEMBRE 1857), ha nel medesimo volume (pag. 71, lin. 1–4) il titolo seguente : « *Sopra un apparecchio destinato ad operare le* » *decomposizioni chimiche,* || *proposto dai signori R. A. WRIGHT, ed L. G. FOUCHÈ.* » RAPPORTO || (Commissari sig.ri prof.ri R. A. P. SECCHI, e dot. VIALE *relatore*) ».

11. *Rapporto sopra la depurazione degli olii volatili , tanto vegetabili, quanto minerali, proposta dal Sig. ALESSANDRO CHIESI.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADE- » MIA PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI, ecc. TOMO XI. – ANNO XI. || (1857–58) », ecc. (pag. 71, lin. 12–28; pag. 72, lin. 1–30, SESSIONE Iª DEL 6 DICEMBRE 1857), ha nel medesimo volume (pag. 71, lin. 12–15) il titolo seguente : « *Sopra la depurazione degli* » *olii volatili tanto vegetabili,* || *quanto minerali, proposta dal Sig. ALESSANDRO CHIESI* » (Commissari sig.ri prof.ri P. VOLPICELLI, e B. dot. VIALE *relatore*) ».

12. *Sul belletto trovato nelle tombe etrusche dell'antico Vulsinio.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADE- » MIA PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI, ecc. TOMO XI – ANNO XI || (1857–58) », ecc. (pag. 79, lin. 8–27; pag. 80–82, SESSIONE IIª DEL 3 GENNARO 1858), ha nel volume medesimo (pag. 79, lin. 8–9) il titolo seguente: « ARCHEOLOGIA E CHIMICA – *Sul belletto* » *trovato nelle tombe etrusche* || *dell'antico Vulsinio. Nota del P.r B. VIALE* ». Di questo scritto si ha una tiratura a parte intitolata « SUL BELLETTO || TROVATO NELLE » TOMBE ETRUSCHE || DELL'ANTICO VULSINIO || NOTA || DEL PROF. B. VIALE || ROMA || TIPOGRAFIA » DELLE BELLE ARTI || 1858 », e composta di 8 pagine, in 4.°, delle quali le 1ª–3ª, 7ª–8ª non sono numerate, e le 4ª–6ª sono numerate 4–6, e nella settima delle quali si legge: « Estratta dall'(*sic*) Atti della Accademia de'Nuovi Lincei || Sessione II del 3 » gennaro 1858 ». Questo scritto è anche inserito nel volume intitolato « GIORNALE ||

» ARCADICO || DI || SCIENZE, LETTERE ED ARTI || TOMO CLVIII || DELLA NUOVA SERIE || XII || NO-» VEMBRE E DICEMBRE || 1858 || ROMA || TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || 1859 » (pag. 42-47), nel qual volume (pag. 42, lin. 1-2) lo scritto medesimo ha il titolo seguente: « *Sul belletto trovato nelle tombe etrusche dell'antico || Vulsinio. Nota del » prof. Benedetto Viale* » (1).

13. *Rapporto sopra un Idro-carburo, perfezionato e presentato dal cav. Simiana.*

Questo scritto inserito nel detto volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA PON-» TIFICIA || DE'NUOVI LINCEI, ecc. TOMO XI. – ANNO XI. || (1857-58) », ecc. (pag. 271, lin. 27-31; pag. 272, lin. 1-25, SESSIONE V^a DELL' 11 APRILE 1858), ha nel medesimo volume (pag. 271, lin. 26-29) il titolo seguente: « COMMISSIONI || *Sopra un Idro-» carburo, perfezionato e presentato dal cav. Simiana.* || RAPPORTO || (Commissari » sig.^{ri} prof.^{ri} P. VOLPICLLI, (*sic*) e B. dot. VIALE *relatore*) ».

14. *Su di una colorazione in rosso avvenuta nel Macco del Maice.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA » PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI, ecc. TOMO XI – ANNO XI », ecc. (pag. 344-346, SESSIONE VII^a DEL 13 GIUGNO 1858), ha nel medesimo volume (pag. 344, lin. 1-2) il titolo seguente : « *Su di una colorazione in rosso avvenuta nel Macco del Maice.* || » *Nota del prof. B. VIALE* ». Di questo scritto si ha anche una tiratura a parte intitolata « SU DI UNA COLORAZIONE IN ROSSO || AVVENUTA || NEL MACCO DEL MAICE || DEL » PROF. BENEDETTO VIALE || ACCADEMICO LINCEO », e composta di quattro pagine, in 4.°, delle quali le 1^a, 4^a non sono numerate, le 2^a-3^a sono numerate 3-4, e nella quarta delle quali si legge : « Estratta dall'(*sic*) Atti della Accademia de' » Nuovi Lincei || Sessione VII del 13 Giugno 1858 ». Questo scritto trovasi ristampato nel volume intitolato « ANNALI || DI || CHIMICA || APPLICATA || ALLA || MEDICI-» NA || CIOÈ || ALLA FARMACIA , ALLA TOSSICOLOGIA , ALL' IGIENE, || ALLA FISIOLOGIA, ALLA » PATOLOGIA || ED ALLA TERAPEUTICA || *COMPILATI DAL DOTTORE* || GIOVANNI POLLI. || » VOLUME XXVII || DELLA SERIE 3.^{a} || Vol. LXVII della serie 1.^{a} (*Giornale di Farmacia*, » ecc. (*sic*) || e Vol. XLVII della serie 2^a. || (*Biblioteca di Farmacia, Chimica, Fi-» sica*, ecc.) || MILANO || PRESSO LA SOCIETA' PER LA PUBBLICAZIONE DEGLI ANNALI UNIVER-» SALI || DELLE SCIENZE E DELL'INDUSTRIA || Nella Gelleria (*sic*) De-Cristoforis. || 1858 » (pag. 242, lin. 2-28; pag. 243-244; pag. 245, lin. 1-5 OTTOBRE 1858-N.° 4), nel qual volume (pag. 242, lin. 2-4) la ristampa medesima è intitolata « Su di una colora-» zione in rosso avvenuta || nel macco del maice: || del prof. BENEDETTO VIALE ».

15. *Sulla* Calothrix Janthiphora *rinvenuta in alcune acque idrosolforose.*

Questo scritto inserito nel volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA ||

---

(1) Un articolo intorno a questo scritto trovasi nel volume intitolato « ANNALI || DI || CHIMI-» CA || APPLICATA || ALLA || MEDICINA, ecc. *COMPILATI DAL DOTTORE* || GIOVANNI POLLI || VOLUME » XXVI || DELLA SERIE 3^a, ecc. MILANO , ecc. 1858 » (pag. 327, lin. 12—27 ; pag. 328. MAGGIO 1858—N.° 5). In questo volume (pag. 327, lin. 12—14) l'articolo medesimo è intitolato « NOTIZIE || Sul » belletto trovato nelle tombe etrusche || dell'antico Vulsinio; || del prof. B. VIALE ».

» DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del 22 dicembre* » 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO XII. – ANNO XII. || (1858–59)||ROMA|| 1859 || » TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91 » (pag. 26–27, SESSIONE I^a DEL 5 DICEMBRE 1858), ha nel volume medesimo (pag. 26, lin. 1–2) il titolo seguente : « CHIMICA – *Sulla* Calothrix Janthiphora, *rinvenuta in alcune acque idrosolfo–||rose.* » *Nota del prof. BENEDETTO VIALE* ». Di questo scritto si ha una tiratura a parte intitolata « SULLA || CALOTHRIX JANTHIPHORA || RINVENUTA IN ALCUNE ACQUE IDROSOLFOROSE || » *NOTA* || DEL PROF. BENEDETTO VIALE », e composta di due pagine, in 4.°, nella seconda delle quali (lin. 21–22) si legge: « Estratta dall'(*sic*) Atti della Accademia » de'Nuovi Lincei || Sessione I del 5 Dicembre 1858 ».

16. *Rapporto su di un nuovo metodo per estrarre l'alcool dall'asfodelo del sig. FRANCESCO GENTIL.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA » PONTIFICIA || DE'NUOVI LINCEI, ecc. TOMO XII – ANNO XII || (1858–59) », ecc. (pag. 292, lin. 20–28; pag. 293; pag. 294, lin. 1–4, SESSIONE V.^a DEL 3 APRILE 1859), ha nel medesimo volume (pag. 292, lin. 19–23) il titolo seguente : « COMMISSIONI || *Su di* » *un nuovo metodo per estrarre l'alcool dall'asfodelo* || *del sig. FRANCESCO GENTIL.* || » RAPPORTO || (Commissari sig.^ri prof.^ri G. PONZI, e B. VIALE *relatore)* ».

17. *Ulteriori studii sulla ricerca e valutazione dell'Iodio nelle acque minerali e potabili.*

Questo scritto inserito nel volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || » DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del 22 dicembre* » 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO XIII. – ANNO XIII. || (1859–60)||ROMA|| 1860 || » TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91 » (pag. 41–44, SESSIONE I^a DEL 4 DICEMBRE 1859), ha nel medesimo volume (pag. 41 , lin. 1–2) il titolo seguente : « CHIMICA. – *Ulteriori studii sulla ricerca e valutazione dell'Iodio nelle acque* || *mine-* » *rali e potabili del prof. B. VIALE* ». Una traduzione francese di questo scritto trovasi nel volume intitolato « JOURNAL || DE PHARMACIE ET DE CHIMIE || PAR || M. BOUL- » LAY, BUSSY, SOUBEIRAN, HENRY, E. BOUDET, CAP, || BOUTRON–CHARLARD, FREMY, GUIBOURT || » BUIGNET, GOBLEY, || LÉON SOUBEIRAN ET POGGIALE || CONTENANT || LES TRAVAUX DE LA SO- » CIÉTÉ DE PHARMACIE DE PARIS , || UNE REVUE MÉDICALE || Par M. le Docteur VIGLA || » ET || UNE REVUE DES TRAVAUX CHIMIQUES||PUBLIÉS A L'ÉTRANGER, || PAR M. J. NICKLÉS || COR- » RESPONDANTS, || DURAND, à Philadelphie, || GIRARDIN, à LILLE. || MORIN, à Genève. || » SOBRERO à Turin, || C. CALVERT, à Manchester. || J. LIEBIG, à Giessen. || TADDEI, à » Florence. || VOGEL, à Munich. || REDWOOD, à Londres. || MALAGUTI, à Rennes. || PER- » SOZ, à Paris. || DE VRIJ, à Rotterdam.||CHRISTISON, à Edimbourg.|| Troisième série. || » TOME TRENTE–SEPTIÈME.||PARIS||VICTOR MASSON, LIBRAIRE,||PLACE DE L'ÉCOLE DE MÉDECINE.|| » 1860 » (pag. 343, lin. 19–25; pag. 344–346). In questo volume (pag. 343, lin. 19–22) la traduzione medesima è intitolata « *Nouvelles études sur la recherche de l'io-* » *de dans les eaux mine–||rales et potables*; || Par le professeur Benedetto VIALE » de Rome. || *Traduction de l'italien*) », e firmata nel volume stesso (pag. 346, lin. 38) : « P. A. C. » (1).

(1) Un estratto di questo scritto trovasi nel volume intitolato « ANNALI || DI || CHIMICA AP-

18. *Osservazioni ad una lettera del dott. R. Fabri.*

Questo scritto inserito nel volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFI- » CIA || DE'NUOVI LINCEI || PUBBLICATI || CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA || *del 22 di-* » *cembre* 1850 || E COMPILATI DAL SEGRETARIO || TOMO XIV. — ANNO XIV. || 1860-61) || RO- » MA || 1861 || TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI || Piazza Poli n. 91 » (pag. 177-180, SESSIO- NE II[a] DEL 13 GENNAIO 1861), ha nel medesimo volume (pag. 177, lin. 1-2) il titolo seguente : « *Osservazioni del prof. B.* VIALE , *alla precedente lettera* || *del dott.* » *R.* FABRI » (1).

II.

LAVORI INSERITI NELLA RACCOLTA INTITOLATA: « LA || CORRISPONDENZA SCIEN- » TIFICA || IN ROMA || BULLETTINO UNIVERSALE || DIRETTA || DA || E. FABRI-SCAR- » PELLINI ROMA 1848-1873 (otto volumi in 4.°) ».

19. *Sulla corteccia del Malambo, analisi chimica.*

Questo scritto inserito nel volume intitolato « LA || CORRISPONDENZA SCIENTIFICA || » IN ROMA || BULLETTINO UNIVERSALE || DIRETTA || DA || E. FABRI-SCARPELLINI || ANNO II. VOL. II. || » ROMA || TIPOGRAFIA DELLA REV. CAM. APOSTOLICA || 1853 » (pag. 301, col. 1[a]-2[a]; pag. 103-306; pag. 307, col. 1[a], lin. 1-7. N. 37. || 26 Sett. 1852), ha nel volume medesimo (pag. 301, col. 1[a], lin. 1-4) il titolo seguente: « SULLA CORTECCIA DEL MALAMBO, || analisi » chimica dei professori provvisori || dell'Università Romana || B. VIALE, e V. LATINI ». Lo scritto medesimo trovasi anche in una tiratura a parte intitolata « SULLA || COR- » TECCIA DEL MALAMBO || E || SUI FIORI DEL CUSSO || ANALISI CHIMICHE || DEL || D.[r] BENEDETTO » VIALE || P.[re] P.[rio] DI CLINICA MEDICA || E DI || VINCENZO LATINI || P.[re] P.[rio] DI FARMACIA » NELL'UNIVERSITA' ROMANA || Dalla Corrispondenza Scientifica di Roma; Bullettino Uni- » versale; Anno II°. || ROMA || Tipografia delle Belle Arti || 1852 » (pag. 3-8). Questa tiratura a parte, nella quale (pag. 3[a], lin. 1-2) lo scritto stesso è intitolato « SULLA || CORTECCIA DEL MALAMBO » si compone di 22 pagine, in 4.°, delle quali le 1[a]-3[a], 9[a] non sono numerate, e le 4[a]-8[a], 10[a]-22[a] sono numerate 4-8, 10-22 (2).

20. *Sui fiori del Cusso, e sull'ammoniaca nelle piante.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « LA || CORRISPONDENZA » SCIENTIFICA, ecc. ANNO II. VOL. II. », ecc. (pag. 325, col. 1[a], 2[a]; pag. 336-337; pag.

» PLICATA ALLA MEDICINA || *COMPILATI DAL DOTTORE* || GIOVANNI POLLI || VOLUME XXXI || DELLA » SERIE 3.[a], ecc. MILANO, ecc. 1860 » (pag. 266, lin. 21—23; pag. 267—268. NOVEMBRE 1860. Vol. XXXI. — N.° 5). In questo volume (pag. 266, lin. 18—20) l'estratto medesimo è intitolato « Del » reattivo per iscoprire minime traccie || di iodio: || di B. VIALE di Roma ».

(1) Queste osservazioni sono relative ad una lettera stampata nel detto volume intitolato « ATTI || DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA || DE' NUOVI LINCEI, ecc. TOMO XIV. — ANNO XIV. », ecc. (pag. 173—176), che nel volume stesso (pag. 173, lin. 1—2) ha il titolo seguente: « *Sulla ricerca* » *delle minime quantità di iodio — Lettera del sig. dott.* RUGGIERO || FABRI *al sig. prof. B. cav.* » VIALE », e (pag. 176, lin. 6) la data seguente: « Ravenna 20 dicembre 1860 ».

(2) Un esemplare di questa tiratura a parte trovasi in Parigi nella Biblioteca dell'Istituto di Francia, nelle carte 187[a]—197[a] d'un volume contrassegnato « Recueil de Chimie in 4.° M. 518 E. »

338, col. 1ª, col. 2ª, lin. 1–44. N. 39–40. || 20 Nov. 1852), ha nel medesimo volume (pag. 325, col. 1ª, lin. 1–6) il titolo seguente: « SUI FIORI DEL CUSSO, || E || SULL'AMMONIACA » NELLE PIANTE. || *MEMORIA* || dei professori provvisori dell'Università Romana || BENE- » DETTO VIALE, E VINCENZO LATINI ». Lo scritto medesimo trovasi anche nel precitato opuscolo intitolata « SULLE || CORTECCIA DEL MALAMBO || E || SUI FIORI DEL CUSSO || ANALISI » CHIMICHE », ecc. (pag. 9–22). In quest'opuscolo (pag. 9, lin. 1–3) lo scritto stesso è intitolato « SUI FIORI DEL CUSSO || E || SULL'AMMONIACA NELLE PIANTE ».

21. *Risposta al chiarissimo Sig. Prof. Sebastiano Purgotti.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « LA || CORRISPONDENZA » SCIENTIFICA, ecc. ANNO II. VOL. II. », ecc. (pag. 364, col. 1ª, lin. 28–58; col. 2ª, lin. 1–69, N. 43. || 15 Aprile 1853), ha nel medesimo volume (pag. 364, col. 2ª, lin. 28–36) il titolo seguente « Risposta dei Professori Benedetto Viale || e Vin- » cenzo Latini al chiarissimo || sig. Prof. Sebastiano Purgotti », e (pag. 364, col. 2ª, lin. 69) la data seguente : « ROMA, 31 Marzo 1853 ». Lo scritto stesso trovasi stampato in un opuscolo (1) intitolato « INTORNO || ALL' ESISTENZA DELL' AMMONIACA || » NELLE PIANTE || LETTERA || DEL PROFESSORE || SEBASTIANO PURGOTTI || Ai Chiarissimi Pro- » fessori || BENEDETTO VIALE E VINCENZO LATINI || E || RISPOSTA DEI MEDESIMI || Dalla Cor- » rispondenza Scientifica, Bullettino Universale; || Roma, – Anno II.; Num. 43. || » ROMA || Tipografia delle Belle Arti || 1853 » (pag. 8, col. 1ª, lin. 28–56, col. 2ª, lin. 1–69) (2).

22. *Su lo specchio sinottico per servire di guida nelle analisi qualitative del sig. F. L. Acar di Anversa.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « LA || CORRISPONDENZA » SCIENTIFICA, ecc. ANNO II. VOL. II. », ecc. (pag. 399, col. 1ª, lin. 19–49, col. 2ª, lin. 1–41, N. 48 || 14 Sett. 1853) è intitolato nel medesimo volume (pag. 399, col. 1ª, lin. 19–21): « SU LO SPECCHIO SINOTTICO || PER SERVIRE DI GUIDA NELLE ANALISI QUALI- » TATIVE || del sig. F. L. ACAR DI ANVERSA », e firmato nel volume stesso (pag. 399, col. 2ª, lin. 41) « B. Prof. VIALE ».

23. *Cenni sui semi del Cedron.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « LA || CORRISPONDENZA SCIEN- » TIFICA, ecc. ANNO III. VOL. III. », ecc. (3) (pag. 9, col. 1ª-2ª; pag. 10–11; pag. 12,

(1) Quest'opuscolo è composto di otto pagine, in 4°, delle quali le 1ª—3ª non sono numerate, e le 4ª—8ª sono numerate 4—8.

(2) In questo scritto i Professori Viale e Latini risposero ad una lettera ad essi diretta, contenuta nel precitato volume intitolato « LA || CORRISPONDENZA SCIENTIFICA, ecc. ANNO II. VOL. » II. », ecc. (pag. 358, col. 1ª, lin. 35—46, col. 2ª; pag. 360—363; pag. 364, col. 1ª, lin. 1—27), ed intitolata nel medesimo volume (pag. 359, col. 1ª, lin. 35—40): « INTORNO ALLA ESISTENZA » DELL'AMMONIACA || NELLE PIANTE || LETTERA || DEL PROF. SEBASTIANO PURGOTTI || AI CHIARISSI- » MI PROFESSORI || BENEDETTO VIALE E VINCENZO LATINI ». Questa lettera che trovasi anche nel suddetto opuscolo intitolato « INTORNO || ALL' ESISTENZA DELL'AMMONIACA || NELLE PIANTE || LET- » TERA || DEL PROFESSORE || SEBASTIANO PURGOTTI », ecc. (pag. 3—7; pag. 8, col. 1ª, lin. 1—27) ha la data (LA || CORRISPONDENZA SCIENTIFICA, ecc. ANNO II. VOL. II., ecc., pag. 364, col. 1ª, lin. 27. — INTORNO || ALL'ESPERIENZA DELL'AMMONIACA || NELLE PIANTE, ecc., pag. 8, col. 1ª, lin. 37): « PERUGIA, 2 Marzo 1853 ».

(3) Vedi sopra, pag. 306, lin. 3—5.

col. 1ª, col. 2ª, lin. 1–10, N. 2. || 14 Gen. 1854), ha nel medesimo volume (pag. 9, col. 1ª, lin. 1–2) il titolo seguente: « CENNI SUI SEMI DEL CEDRON || dei professori » VIALE, e LATINI ». Di questo scritto si ha una tiratura a parte intitolata « CENNI|| » SUI SEMI DEL CEDRON || DEI PROFESSORI || BENEDETTO VIALE, E VINCENZO LATINI || ESTRATTI » DALLA CORRISPONDENZA SCIENTIFICA DI ROMA || ANNO III. N.° 2. 24 GENNAJO 1854 », e composta di 6 pagine, in 4.°, delle quali le 1ª–3ª non sono numerate, e le 4ª–6ª sono numerate coi numeri 4–6, e nell'ultima delle quali si legge: « ROMA || NELLA » TIPOGRAFIA DELLA REV. CAM. APOSTOLICA || 1854 ».

24. *Del ferro nelle urine normali, e nel sudore.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « LA || CORRISPONDENZA || » SCIENTIFICA, ecc. ANNO III. VOL. III. », ecc. (pag. 293, col. 1ª–2ª; pag. 294–298; pag. 299, col. 1ª, lin. 1–32, N. 37. || 23 Ott. 1854), ha nel medesimo volume (pag. 293, lin. 4–6) il titolo seguente: « DEL FERRO NELLE URINE NORMALI, || E NEL » SUDORE || Memoria dei Professori BENEDETTO VIALE, E VINCENZO LATINI ». Di questo scritto si ha una tiratura a parte intitolata « DEL FERRO || NELLE URINE NORMALI, » E NEL SUDORE. || MEMORIA DEI PROF.[I] BENEDETTO VIALE, E VINCENZO LATINI || Estratto » dal Bullettino della Corrispondenza Scientifica di Roma || Num. 37. Anno III. », e composta di 26 pagine, in 8.°, delle quali le 1ª–3ª, 26ª non sono numerate, e le 4ª–25ª sono numerate 4–25, e nella seconda delle quali si legge: « TIPOGRAFIA » DELLA REV. CAM. APOSTOLICA » (1).

25. *Sulla natura degli aromi nelle piante.*

Questo scritto inserito nel detto volume intitolato « LA || CORRISPONDENZA SCIEN- » TIFICA, ecc. ANNO III. VOL. III. », ecc. (pag. 341, col. 1ª–2ª; pag. 342–347; pag. 348, col. 1ª, lin. 1–28, N. 42. || Genn. 1855), ha nel medesimo volume (pag. 341, col. 1ª, lin. 1–3) il titolo seguente: « SULLA NATURA || DEGLI AROMI NELLE PIANTE || » Memoria dei prof. VIALE, E LATINI ». Di questo scritto si ha una tiratura a parte, in 8.°, intitolata « SULLA NATURA || DEGLI AROMI NELLE PIANTE || MEMORIA || DEI PROF. BE- » NEDETTO VIALE, E VINCENZO LATINI. || Estratto dal Bullettino della Corrispondenza » Scientifica di Roma || Num. 42. Anno III. », e composta di 30 pagine, delle quali le 1ª–3ª, 29ª–30ª non sono numerate, e le 4ª–28ª sono numerate 4–28, e nella seconda delle quali si legge: « TIPOGRAFIA DELLA REV. CAM. APOST. » (2).

---

(1) Un articolo intorno a questa memoria trovasi nel volume intitolato « ANNALI||DI||CHIMI- » CA || APPLICATA || ALLA || MEDICINA, ecc. *COMPILATI DAL DOTTORE* || GIOVANNI POLLI. || VOLUME » XXI. || DELLA SERIE 3.ª, ecc. MILANO, ecc. 1855 » (pag. 108, lin. 23—26; pag. 109—111; pag. 112, lin. 1—24. AGOSTO 1855, N.° 2), nel qual volume (pag. 108, lin. 23—24) l'articolo medesimo è intitolato « Del ferro nelle orine normali e nel sudore: || dei professori VIALE e LATINI ». — Un altro articolo intorno alla memoria medesima contenuto nel volume intitolato « JOURNAL || DE || PHAR- » MACIE ET DE CHIMIE || PAR || MM. BOULLAY, BUSSY, SOUBEIRAN, HENRY, ecc. Troisième série || TOME » VINGT-SEPTIÈME || PARIS. || VICTOR MASSON, LIBRAIRE || PLACE DE L'ÉCOLE DE MÉDECINE. || 1855 » (pag. 382, lin. 25—33; pag. 383—386; pag. 387, lin. 1—5) è intitolato nel volume stesso (pag. 382, lin. 25—26) « *Du fer dans les urines normales et dans la sueur*||Mémoire de MM. VIALE et LA- » TINI professeurs à l'Université de Rome ».

(2) Un articolo intorno a questa memoria contenuto nel volume intitolato « JOURNAL||DE||PHAR- » MACIE ET DE CHIMIE || PAR || MM. BOULLAY, BUSSY, SOUBEIRAN, HENRY, ecc. Troisième série || TOME VINGT-HUITIÈME. || PARIS || VICTOR MASSON, LIBRAIRE, || PLACE DE L'ÉCOLE DE MÉDECINE. || » 1855 » (pag. 41, lin. 11—19) è intitolato nel volume stesso (pag. 41, lin. 11—12) « *Sur la na-* » *ture des aromes dans les plantes* || Par MM. VIALE et LATINI, professeurs à l'Université de Ro-

26. *L'ammoniaca nella respirazione.*

Questo scritto inserito nel precitato volume intitolato « LA ‖ CORRISPONDENZA SCIEN- » TIFICA ‖ IN ROMA, ecc. ANNO IV », ecc. (1) (pag. 25, col. 1ª–2ª; pag. 26; pag. 27, col. 1ª, col. 2ª, lin. 1–4. ‖ N. 4. ‖ 25 Mag. 1855), ha nel medesimo volume (pag. 25, col. 1ª, lin. 1–4) il titolo seguente: « L'AMMONIACA NELLA RESPIRAZIONE ‖ Considerazioni dei » Professori VIALE e LATINI ‖ intorno alle osservazioni dei Farmacisti ‖ G. B. FASOLI, » e G. DALLA TORRE ». Di questo scritto si ha una tiratura a parte, in 8.º, intitolata « L'AMMONIACA NELLA RESPIRAZIONE ‖ CONSIDERAZIONI ‖ DEI PROFESSORI ‖ VIALE, E LATINI ‖ » INTORNO ALLE OSSERVAZIONI ‖ DEI FARMACISTI ‖ G. B. FASOLI, E G. DALLA TORRE », e composta di 12 pagine, delle quali le 1ª–5ª non sono numerate, le 4ª–12ª sono numerate 4–12, e nella seconda delle quali si legge : « Estratto dal Bullettino del» la Corrispondenza Scientifica di Roma ‖ Num. 4. Anno IV. 1855. » Lo scritto medesimo fu ristampato nel volume intitolato « ANNALI ‖ DI ‖ CHIMICA ‖ APPLICA» TA ‖ ALLA ‖ MEDICINA ‖ CIOÈ ‖ ALLA ‖ FARMACIA, ALLA TOSSICOLOGIA , ALL'IGIENE, ‖ ALLA » FISIOLOGIA, ALLA PATOLOGIA ‖ ED ALLA TERAPEUTICA ‖ *COMPILATI DAL DOTTORE* ‖ GIO» VANNI POLLI. ‖ VOLUME XX ‖ DELLA SERIE 3.ª ‖ Vol. LX della serie 1.ª (*Giornale » di Farmacia*, ecc.) ‖ e Vol. XL. della serie 2.ª ‖ (*Biblioteca di Farmacia, Chi» mica, Fisica*, ecc.) ‖ MILANO ‖ PRESSO LA SOCIETA' DEGLI EDITORI DEGLI ANNALI UNIVER» SALI ‖ DELLE SCIENZE E DELL'INDUSTRIA ‖ Nella Gelleria (*sic*) De-Cristoforis ‖ 1855 » (pag. 351, lin. 2–25; pag. 352–355; pag. 356, lin. 1–23. GIUGNO 1855–VOL. XX.- N.º 6), nel qual volume (pag. 351, lin. 2–5) questa ristampa è intitolata « FI» SIOLOGIA ‖ Dell'ammoniaca nella respirazione: ‖ Considerazioni dei professori VIALE » e LATINI ‖ intorno alle osservazioni dei farmacisti ‖ G. B. FASOLI e G. DELLA (*sic*) » TORRE » (2).

III.

SCRITTI INSERITI NELLE RACCOLTE INTITOLATE «*LE MONITEUR DES HOPITAUX*» E «*JOURNAL DE CHIMIE MÉDICALE*».

27. *De l'existence de l'ammoniaque dans les eaux, dans les plantes et dans l'atmosphère.*

Questo scritto fu pubblicato nel volume intitolato « LE ‖ MONITEUR DES HO» PITAUX ‖ JOURNAL DES PROGRÈS ‖ DE LA MÉDECINE ET DE LA CHIRURGIE PRATIQUES ‖ RE» DIGÉ PAR ‖ H. DE CASTELNAU ‖ INSPECTEUR–GÉNÉRAL–ADJOINT DES ÉTABLISSEMENTS D' A» LIÉNÉS ET DU SERVICE SANITAIRE ‖ DES PRISONS DE FRANCE ‖ TOME PREMIER. ‖ PARIS ‖ RUE

» me ». — Un altro articolo intorno allo scritto medesimo trovasi nel precitato volume intitolato « ANNALI ‖ DI ‖ CHIMICA, ecc. *COMPILATI DAL DOTTORE* ‖ GIOVANNI POLLI ‖ VOLUME XXII ‖ DELLA » SERIE 3.ª, ecc. (pag. 160, lin. 17—27; pag. 161—162; pag. 163, lin. 1—16. MARZO 1856. VOL. XXII. — N.º 3). In questo volume (pag. 168, lin. 17—18) l'articolo medesimo è intitolato « Sulla » natura degli aromi delle piante : ‖ dei prof. BENEDETTO VIALE e VINCENZO LATINI », e firmato (pag. 163, lin. 17): « A. BOSSI ».

(1) Vedi sopra, pag. 306, lin. 13—17.

(2) In una nota a questo titolo si legge nel volume medesimo (pag. 351, lin. 26—27) :

« Questa Memoria ci venne inviata dal prof. BENEDETTO VIALE » con lettera in data di Roma 12 maggio 1855. *Il C.* »

» DE L'ANCIENNE COMÉDIE, N. 12 || 1853 » (1) (pag. 327, col. 2ª, lin. 21–66; pag. 328, col. 1ª, col. 2ª, lin. 1–24. - N° 41, Mardi 5 Avril 1853). In questo volume (pag. 327, col. 2ª, lin. 21–25) lo scritto medesimo è intitolato « De l'existence de l'am- » moniaque dans les eaux, || dans les plantes et dans l'atmosphère. || *Résultats » de plusieurs expériences chimiques de* MM. VIALE, *professeur de* || *clinique mé- » dicale ; et* LATINI, *professeur de pharmacie à l' Université* || *de Rome* » (2). Lo scritto stesso fu ristampato nel volume intitolato « JOURNAL || DE || CHIMIE MÉ- » DICALE, || DE PHARMACIE, DE TOXICOLOGIE, || ET || REVUE || DES || NOUVELLES SCIENTIFI- » QUES, || NATIONALES ET ÉTRANGÈRES; || PAR LES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ DE CHIMIE MÉ- » DICALE: || MM. BÉRAL, CHEVALLIER, DUMAS, FÉE, LASSAIGNE, || ORFILA, PAYEN, E. PÉ- » LIGOT, G. PELLETAN, PELOUZE, ROBINET. || TOME IX. – IIIe SÉRIE || PARIS. || LABÉ, LIBRAI- » RE DE LA FACULTÉ DE MÉDECINE, || PLACE DE L'ÉCOLE-DE-MÉDECINE, N° 23. (ANCIEN N° 4)|| » 1853 » (pag. 273, lin. 5–22; pag. 274–277, MAI 1853). Questa ristampa è intitolata nel volume stesso (pag. 273, lin. 5–10): « DE L'EXISTENCE DE L'AMMONIAQUE DANS » LES EAUX, DANS LES || PLANTES ET DANS L'ATMOSPHÈRE.||*Résultats de plusieurs expérien- » ces de M.* VIALE, *professeur* || *de clinique médicale, et de M.* LATINI, *professeur de* || » *pharmacie à l'Université de Rome.* (Extrait du *Moniteur* || *des Hôpitaux*, 1re série, » t. 1.er, n° 42, p. 327) (3).

28. *Lettre sur l'existence de l'ammoniaque dans l'air*, ecc.

Questa lettera contenuta nel detto volume intitolato « JOURNAL || DE || CHIMIE

---

(1) Nella pagina 2ª del volume stesso (lin. 14) si legge: « IMPRIMERIE DE W. REMQUET ET » Cie, 5, RUE GARANCIÈRE ».

(2) Nel medesimo volume intitolato « LE || MONITEUR DES HOPITAUX, ecc. TOME PREMIER », ecc. (pag. 360, col. 1ª, lin. 1—67, N° 45 Jeudi 14 Avril 1853) trovasi una lettera relativa a questo scritto, la qual lettera nel volume stesso (pag. 360, col. 1ª, lin. 1—2) è intitolata « CORRES- » PONDANCE || De la présence de l'ammoniaque dans les végétaux », e firmata (pag. 360, col. 1ª, lin. 67) : « A. CHEVALLIER ».

(3) Nel medesimo volume intitolato « JOURNAL || DE || CHIMIE MÉDICALE, ecc. TOME IX. — » III.e SÉRIE », ecc. (pag. 278—279; pag. 280, lin. 1—16) questo scritto è immediatamente seguito dalla detta lettera del Sig. Chevallier, che nel volume stesso (pag. 278, lin. 1—2) è intitolata « RÉPONSE A L'ARTICLE PRÉCÉDENT. || *A Monsieur le Rédacteur du* Moniteur des hôpitaux », e firmata (pag. 280, lin. 15—16) : « Votre tout dévoué serviteur, || A. CHEVALLIER ».— Un articolo relativo a questo scritto trovasi nel volume intitolato « JOURNAL || DE || PHARMACIE ET DE CHI- » MIE || PAR || MM. BOULLAY, BUSSY, SOUBEIRAN, HENRY, || F. BOUDET, CAP. BOUTRON-CHARLARD, || » FREMY, GUIBOURT, BARRESWIL, BUIGNET ET GOBLEY, || CONTENANT || UNE REVUE MÉDICALE, || Par » M. Cl. BERNARD de Villefranche, || ET UNE REVUE || DES TRAVAUX CHIMIQUES || PUBLIÉS A L'É- » TRANGER, || PAR M. ADOLPHE WURTZ, || Troisième série. || TOME VINGT-TROISIÈME. || PARIS || VI- » CTOR MASSON. LIBRAIRE, || PLACE DE L'ÉCOLE DE MÉDECINE || 1853 » (pag. 376—378). Questo articolo è intitolato nel volume stesso (pag. 376, lin. 1—4): « *De l'existance de l'ammoniaque dans » les eaux, dans les plantes* || *et dans l'atmosphère* || Résultats des expériences de MM. VIALE et » LATINI, professeur || à l'Université de Rome ». — Un articolo relativo a questo scritto trovasi anche nel volume intitolato « ANNALI || DI || CHIMICA APPLICATA || ALLA || MEDICINA, ecc. *COMPILA- » TI DAL DOTTORE* || GIOVANNI POLLI. || VOLUME XVII. || DELLA SERIE 3.ª, ecc. MILANO, ecc. 1853 », ecc. (pag. 156, lin. 5—25; pag. 157—159; pag. 160, lin. 1—11. SETTEMBRE 1853. VOL. XVII. — N.° 3). In questo volume (pag. 156, lin. 5—7) l'articolo medesimo è intitolato « *Dell'esistenza dell' » ammoniaca nelle aque* (sic), || *nelle piante e nell'atmosfera*: || *di* VIALE e LATINI ».

» MÉDICALE, ecc. TOME IX. – III^e SÉRIE », ecc. (pag. 469, lin. 13–30; pag. 470; pag. 471, lin. 1–29, AOUT 1853), ha nel medesimo volume (pag. 469, lin. 13) il titolo seguente: « SUR L'EXISTENCE DE L'AMMONIAQUE DANS L'AIR, ETC. », e (pag. 471, lin. 28–29) le seguenti firme e data: « B. VIALE. – V. LATINI. || Rome, le 31 mai » 1853 » (1). Fu quindi ristampata nel volume intitolato « LE || MONITEUR DES HOPITAUX, » ecc. TOME PREMIER », ecc. (pag. 759, col. 2ª, lin. 64, 70–73; pag. 769, col. 1ª, lin. 1–65, N° 95, 9 Août 1853), nel qual volume (pag. 759, col. 2ª, lin. 64) è anche intitolata « Sur l'existence de l'ammoniaque dans l'air, etc. » (2).

IV.

LETTERA INSERITA NELLA RACCOLTA INTITOLATA « ANNALI || DI || CHIMICA || » APPLICATA || ALLA || MEDICINA », ecc.

29. *Lettera sul ferro nelle orine normali.*

Questa lettera trovasi stampata nel volume intitolato « ANNALI || DI || CHIMICA || » APPLICATA || ALLA || MEDICINA || CIOÈ || ALLA FARMACIA, ALLA TOSSICOLOGIA, ALL'IGIENE, || ALLA » FISIOLOGIA, ALLA PATOLOGIA || ED ALLA TERAPEUTICA || *COMPILATI DAL DOTTORE* || GIOVANNI » POLLI. || VOLUME XXI || DELLA SERIE 3.ª || Vol. LXI. della serie 1.ª (*Giornale di* » *Farmacia*, ecc.) || e Vol. XLI della serie 2.ª || (*Biblioteca di Farmacia, Chimica,* » *Fisica*, ecc.) || MILANO || PRESSO LA SOCIETA' DEGLI EDITORI DEGLI ANNALI UNIVERSALI || » DELLE SCIENZE E DELL'INDUSTRIA || Nella Gelleria (*sic*) De-Cristoforis || 1855 » (pag. 283; pag. 284, lin. 1–21, NOVEMBRE 1855 – N.° 5). In questo volume (pag. 283, lin. 1–2) la lettera medesima è intitolata « Sul ferro nelle orine normali: || lettera del » prof. B. VIALE al Redattore », e seguita (pag. 284, lin. 22–30) da una nota intitolata (pag. 284, lin. 22) « *Nota del medesimo* » (3).

---

(1) Questa lettera è immediatamente seguita nel volume stesso (pag. 471, lin. 30—32; pag. 472, lin. 1—7) dalla nota seguente:

> « Nous aurions pu refuser l'insertion de la lettre de MM. Viale » et Latini, en établissant que ces savants ne répondent pas et » tournent la question que j'ai soulevée dans le *Moniteur des* » *hôpitaux*; mais ils y ont mis une telle insistance, qu'il y aurait » eu mauvaise grâce à ne pas céder.
> » Tout en donnant à MM. Viale et Latini cette preuve de con- » descendance, nous n'en persistons pas moins dans les opinions » que nous avons émises dans le *Moniteur des hôpitaux*, opi- » nions qui sont basées sur des faits positifs.
> » A. CHEVALLIER. »

(2) Questo titolo è immediatamente seguito nel volume stesso (pag. 759, col. 1ª, lin. 65—69) dalle parole seguenti:

> « Nous croyons utile de mettre sous les yeux de nos lecteurs la » lettre suivante, adressée à M. Chevallier par MM. Viale et La- » tini, ainsi que les quelques mots de réponse dont le savant c i- » miste de Paris l'a fait suivre dans le *Journal de chimie médi-* » *cale.* »

La risposta qui menzionata è la nota riportata di sopra nella nota (2) della pagina 315.

(3) Subito dopo questa nota nel volume stesso (pag. 284, lin. 31—33; pag. 285—286) trovasi una nota intitolata in questo volume (pag. 284. lin. 31); « *Nota del Redattore* », e relativa alla lettera stessa.

V.

ARTICOLO INSERITO NEL GIORNALE INTITOLATO « L'OSSERVATORE ROMANO. »

30. *I lavori di restauro ed ampliamento nel venerabile archiospedale di S. Spirito in Sassia.*

Quest' articolo inserito nel giornale intitolato: « ANNO VI. – NUM. 89. GIOR- » NALE DELLA SERA GIOVEDÌ 19 APRILE 1866 || L' OSSERVATORE ROMANO » (pag. 355, col. 2ª, lin. 26–116, col. 3ª, lin. 1–68), ha in questo numero (pag. 355, col. 2ª, lin. 26–29) il titolo seguente: « I LAVORI DI RESTAURO || ED AMPLIAMENTO || NEL » VEN. ARCHIOSPEDALE || DI S. SPIRITO IN SASSIA », e (pag. 355, col. 3ª, lin. 68) la seguente firma: « *Prof. Cav. Benedetto Viale Prelà* ». Di quest'articolo si ha anche una tiratura a parte intitolata « I LAVORI DI RESTAURO ED AMPLIAMENTO || NEL » VENERABILE ARCHIOSPEDALE || DI S. SPIRITO IN SASSIA || (Estratto dall'OSSERVATORE RO- » MANO N. 89) », e composta di quattro pagine, in 8.º, delle quali la prima non è numerata, le 2ª–4ª sono numerate 2–4, e nella quarta delle quali trovasi la firma: « Prof. Cav. Benedetto Viale Prelà » (1).

---

(1) I risultamenti di alcune sperienze fatte dal Prof. Viale per confutare la presenza del solfato di chinino nelle orine de' malati ai quali era stato somministrato questo alcaloide trovansi esposti in uno scritto inserito nel volume intitolato « JOURNAL || DE || PHARMACIE ET DE CHIMIE || PAR || » MM. BOULLAY, BUSSY, SOUBEIRAN, HENRY, || F. BOUDET, CAP, BOUTRON-CHARLARD, || FREMY, GUI- » BOURT, BARRESWIL, BUIGNET ET GOBLEY, || CONTENANT, || UNE REVUE MÉDICALE, || Par M. Cl. » BERNARD de Villefranche, || ET UNE REVUE || DES TRAVAUX CHIMIQUES || PUBLIÉS A L'ÉTRANGER, || » Par M. ADOLPHE WURTZ. || Troisième série. || TOME VINGT-DEUXIÈME || PARIS || VICTOR MASSON, » LIBRAIRE, || PLACE DE L'ÉCOLE DE MÉDECINE. || 1852 » (pag. 303—304). Questo scritto, intitolato nel volume stesso (pag. 303, lin. 1—2): « *Recherche du sulfate de quinine dans les urines* || par » le Dr. VIALE » incomincia così:

> « Chargé des cours de clinique médicale à Rome, M. le » Dr. Viale a voulu faire quelques expériences pour constater la » présence de la quinine dans l' urine des malades auxquels on » avait administré cet alcaloïde sous forme de sulfate. »

Un articolo intorno a questo scritto trovasi nel volume intitolato « ANNALI || DI || CHIMICA || APPLI- » CATA || ALLA || MEDICINA, ecc. *COMPILATI DAL DOTTORE* || GIOVANNI POLLI. || VOLUME XVI. || » DELLA SERIE 3ª, ecc. MILANO, ecc. 1853 » (pag. 221, lin. 8—27; pag. 222, APRILE 1853, VOL. XVI. — N.º 4). In questo volume (pag. 221, lin. 6—7) l'articolo medesimo è intitolato « *Ricerca* » *del solfato di chinina nelle orine:* || *del dottor* VIALE ».

COMITATO SEGRETO

Il Segretario dà comunicazione di un dispaccio di Sua Emza Revma il Sig. Card. G. Antonelli per mezzo del quale la prelodata Eminenza Sua partecipa all'Accademia l'approvazione del SANTO PADRE della nomina del R. P. Angelo Secchi a Presidente dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.

L'Accademia procedette quindi per votazione segreta alla scelta del Tesoriere, e si trovò eletto a maggioranza di voti S. E. R. Monsignor Francesco Nardi a quell'officio.

Nella stessa seduta fu scelto parimenti a maggioranza di voti il Prof. Cav. Michele Stefano De Rossi a Vice-Segretario.

Dietro proposta del Comitato Accademico fu pure nominato per mezzo di votazione segreta ad unanimità di suffragi a corrispondente italiano dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei il Prof. D. Martino Anzi di Como, distinto lichenologo.

L'Accademia aperta legalmente alle ore 5 ½ alle ore 7 ½ fu chiusa

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. A. Secchi – Prof. Azzarelli – Contessa Fiorini–Mazzanti – Comm. Cialdi – Monsignor Regnani – Prof. Provenzali – Prof. Ferrari – Conte Ab. Castracane – B. Boncompagni – Prof. Astolfi – Diorio.

OPERE VENUTE IN DONO

1. BONCOMPAGNI (B.) — *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni* — Tomo VI. Agosto e Settembre 1873. Roma, tipografia delle scienze matematiche e fisiche, Via Lata, Num. 211 A. 1873. In 4.°
2. DENZA (P. FRANCESCO). — *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri con corrispondenza degli osservatorii di Piacenza e di Lodi e delle altre stazioni meteoriche del Piemonte* — Vol. VIII. Num. 8. 31 Agosto 1873. — Num. 9. 30 Settembre 1873. — Torino 1874. Collegio Artigianelli - Tip. S. Giuseppe, Corso Palestro, 14. In 4.°
3. PURGOTTI (SEBASTIANO). — *Intorno ai dubbi logici sulle definizioni 6ª, 7ª, 8ª, del libro V. d'Euclide. Importantissimo opuscolo dell'illustre Prof. G. M. Bertini. Osservazioni logiche di Sebastiano Purgotti.* Perugia Tip. V. Bartelli Piazza Vittorio Emanuele 1873. In 16.°
4. *Rendiconto della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche* (di Napoli). — Anno XIII. Fascicolo 2°, Febbrajo 1874. In 4.°
5. SECCHI (P. A.) — *L'unité des forces physiques. Essai de philosophie naturelle par le P. A. Secchi, Directeur, ecc.* Deuxième édition revue et considérablement augmentée publiée sur la traduction italienne du Dr Deleschamps Avec 63 figures dans le texte. Paris librairie F. Savy 24, rue Hautefeuille 1874. In 8.°
6. SERPIERI (A.) — *Il terremoto d'Italia del 12 Marzo 1873, e leggi e fenomeni comuni a molti terremoti. Lezione popolare del prof. A. Serpieri fatta per l'inaugurazione dell'anno scolastico 1873—74 nella Università di Urbino.* Urbino, tipografia del Metauro di E. Righi 1874. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE VIª DEL 31 MAGGIO 1874

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

LA TEORIA DELLA RIPRODUZIONE DELLE DIATOMEE
NOTE CRITICHE ED OSSERVAZIONI

DEL SIG. ABATE CONTE FRANCESCO CASTRACANE

La teoria della riproduzione in qualunque ordine di organismi, ma specialmente negli inferiori, è un tema di tanta importanza, che mi varrà di scusa se io vengo di nuovo a trattarne in quanto riguarda le Diatomee. Nel mio studio su questi cosi interessanti esseri più specialmente attesi a notare ogni fatto e spiare ogni più lieve circostanza, che servisse a svelare le leggi della esistenza di quelli, sentendo profondamente la verità di quanto un distintissimo naturalista il Professore Giuseppe Meneghini mi inculcava, che poco monta per la scienza il conoscere alcuna nuova forma, mentre si rende di quella grandemente benemerito chi può scoprire quanto serva a stabilire le leggi biologiche. Nè l'attenzione speciale da me portata in tale ordine di idee rimase interamente delusa, come che di tempo in tempo mi fù dato notare dei fatti, che mi sembrarono recare non poca luce su le leggi dell'esistenza delle Diatomee , ed in particolar modo su quanto ne concerne la riproduzione. Io non mancai a volta a volta di sottomettere tali osservazioni al vostro giudizio, o Signori, e inserita negli Atti della nostra Accademia alcuna di quelle giunse a notizia del mondo scientifico. Così le mie « Osservazioni sopra la riproduzione di una Diatomea del genere *Podosphenia,* Ehrbg. » (Acca-

demia Pontificia dei Nuovi Lincei, Sessione V del 19 Aprile 1869) ebbero l'onore di essere citate in un dotto lavoro publicato su le Diatomee dal Ch. D. Ernesto Pfitzer di Bonn. Questo Signore dopo avere riferito le mie osservazioni, aggiungeva come sarebbe stato desiderabile che quelle fossero in seguito confermate. Avendo io pertanto in più circostanze publicato altri fatti in conferma del mio modo di vedere su tale riguardo, reputai opportuno il darne un riassunto, curando di porle a confronto di diversi fatti già registrati nella scienza, e confortandole con il peso della testimonianza di alcuni sommi, che ci aprirono la via e ci precedettero in questo studio.

Fra quanti più diffusamente ed ex-professo trattarono delle Diatomee, hanno il primo posto fra gl'Inglesi naturalisti il Ch. Sig. Pritchard che ci diede la sua « *History of infusoria including the Desmidiaceae and Diatomaceae* » e il fù Guglielmo Smith, il quale nella suà « *Synopsis of British Diatomaceae* » ci ha lasciato la migliore iconografia di un bel numero di questi curiosissimi esseri, senza parlare di Carpenter, di Greville, di Gregory, di Arnott e di tanti altri distinti micrografi, ai quali però siamo debitori di lavori parziali. Vi sono inoltre fra i Tedeschi, oltre a Ehrenberg che scoprì e nominò forse la metà delle forme che conosciamo, e Kützing e Rabenhorst e Grunow con molti altri, fra i quali ricorderò come più recente il Ch. D.r Pfitzer. Fra questi l'illustre Smith incomincia dal confessare che « *the circumstances which accompany the reproduction of the Diatomaceæ are too imperfectly understood to permit me to employ them as Iought otherwise to have done in the generic arrangement of the species* » (*). Quindi nel riassumere su tale argomento quanto si conosceva al momento della publicazione del 2.º volume della sua Sinopsi (Anno 1856) attribuisce al Sig. Thwaites il merito della prima scoperta nel maggio del 1847 di una *Epithema turgida*. Kz. È tale nome *di stato di conjugazione* fù molto convenientemente applicato non soltanto per analogia con simile processo che occorre nelle Desmidiee, ma ancora perchè dalla unione di due individui dell' istessa specie e dalla coalescenza scambievole del loro endocroma risulta la formazione dello sporangio. Le circostanze diverse che accompagnano la produzione di questo sporangio quali vennero notate da diversi osservatori, che le poterono riscontrare in trentadue specie diverse, furono molto bene analizzate da Smith, che quindi le ridusse a quattro categorie.

(*) « le circostanze che accompagnano la riproduzione delle Diatomee sono troppo imperfet-» tamente riconosciute a permettermi l'impiegarle come altrimenti avrei dovuto fare nella classi-» ficazione (distribuzione) generica delle specie ».

Ufficio dello sporangio sembra essere la riproduzione della specie a mezzo di gonidii organizzantisi nell'interno della massa sporangiale. Però come da quei gonidii sviluppino Diatomee perfette e le circostanze speciali che accompagnano questa metamorfosi, secondo il sullodato Smith è imperfettamente conosciuto. Però esso ricorda come nell'aprile del 1852 in una raccolta di *Cocconema Cistula*, Ehrbg. contenente numerosi casi di processo di coniugazione , osservava il frequente occorrere di cisti racchiudenti minuti corpicciuoli di numero e grandezze diverse, e fra quelle alcune ve ne erano perfettamente organizzate e riconoscibili come frustuli giovani di *Cocconema*. Così quantunque al disciogliersi del mucco investiente dello sporangio i corpicciuoli riproduttori disperdendosi ovunque si sottraggono alla osservazione, dalla associazione simultanea di frustuli di *Cocconema* in stato di coniugazione e di numerose cisti racchiudenti giovani individui di *Cocconema* rappresentanti i diversi stadii di sviluppo, rettamente l'autore ne deduce la connessione delle cisti contenenti nidiate di piccole Diatomee cimbelloidi, e lo stato di coniugazione delle Diatomee adulte. Quindi lo stato di coniugazione darebbe origine ad uno o due sporangi , i quali alla loro volta produrrebbero dei gonidi o germi, che darebbero origine (almeno talvolta) allo sviluppo di gruppi di Diatomee.

A tutto questo io non ho nulla da opporre; che anzi potrei addurre osservazioni da me fatte, le quali confermano la verità della riproduzione delle Diatomee risultante dai contenuti di sporangi, che sono (come abbiamo veduto) il prodotto della coniugazione di Diatomee. Così pure devesi ammettere come perfettamente dimostrato, che fra le Diatomee ha luogo la moltiplicazione per autofissione ossia divisione cellulare, la quale però non può dirsi una vera riproduzione, ma invece vuolsi chiamare una estensione della vita individuale: come appunto ha luogo fra i vegetali superiori, i quali riproduconsi per seme, ma possono ancora moltiplicare per gemme o per margotte.

Viene dunque ammesso da tutti generalmente che fra le Diatomee si dia lo stato di coniugazione, dalla quale risulta la produzione dello sporangio. Il processo di coniugazione nelle Diatomee è analogo a quanto è stato riconosciuto accadere costantemente fra le piante fanerogame, nelle quali al paro che negli animali si è dovuto ammettere una sessualità, mentre si riscontra egualmente necessaria l'azione fecondatrice ad ottenere la riproduzione della specie. Le diverse circostanze che si notarono accompagnare la coniugazione e il risultato di quella cioè la produzione dello sporangio, e questo nel troppo scarso numero di specie che furono notate da Thwaites da Smith da Carter da Griffith, furono dall' istesso Smith ridotte a quattro classi. Ciascuna

di queste classi fu diligentemente esaminata e descritta, e tutte si riducono a questo che da due frustuli o dalle due valve di un frustulo vedesi prodotto uno o due sporangi: lo sporangio poi, che è una massa muccosa ovale la quale quando è pienamente sviluppata racchiude le due valve separate della Diatomea o più spesso le due Diatomee coniugate, in breve tempo lascia vedere la formazione di una o di due cellule silicee, le quali ritraggono esattamente la forma produttrice differendone soltanto nelle dimensioni che sono molto maggiori di quella. Che se la produzione di questi cosidetti frustuli sporangiali non viene da alcuno inpugnata, eguale accordo non esiste su l'intelligenza dello scopo, al quale sono ordinati. Smith nella sua « *Synopsis of Britisch Diatomaceæ* », come di sopra abbiamo veduto, riconobbe quale risultato della coniugazione e quindi dello sporangio (almeno nel caso del *Coconema cistula*) la produzione di una nidiata di giovani Diatomee. Però ad ogni piè sospinto non tralascia affermare che il processo di autodivisione non cessa mai di aver luogo nelle Diatomee, siano pur queste nella loro condizione normale o in stato di coniugazione o di frustuli sporangiali.

Da Smith alquanto dissente il D.r Pfitzer di Bonn nel suo interessante lavoro su le Diatomee con il titolo: « *Untersuchungen uber bau und entwichlung der bacillarieen* », del quale libro l'illustre micrografo Irlandese O'Meara ce ne ha dato una accurata analisi nel « *Quarterly Journal of Microscopical science* ». In quello il D.r Pfitzer riguarda come vera e propria riproduzione delle Diatomee il processo di autofissione o la fissiparità, della quale molto bene e minutamente descrive le fasi. In riguardo a tale processo il Ch. Autore si parte dalla osservazione, che la vera intelligenza generale della struttura di ogni Diatomea e direi la forma tipica è quella di due valve o piani silicei che l'una a l'altra si attiene e si abbracciano scambievolmente a mezzo della estensione marginale di ciascuna valva perpendicolare al piano di quella, cosicchè una Diatomea o frustulo costituisce una specie di piccolissima scatoletta. Tale disposizione fù da me riconosciuta positivamente e fatta conoscere fin dal 1868 per alcuni generi di Diatomee, e per analogia credetti potersi estendere tale intelligenza a tutte le Diatomee. Il D.r Pfitzer per maggiore chiarezza ha dato delle figure diagrammatiche di tale struttura, ed in pari tempo le ha rappresentate nell'atto dell'autofissione, e ne risulta evidentemente dimostrato (nella supposizione che la Diatomea giovane quale nasce tale rimanga), che per tale processo nel succedersi delle nuove generazioni formandosi le giovani valve all'interno e parallelamente alle precedenti infallantemente accadrà, che le nuove Diatomee gradatamente diminuendo arriveranno alle minime dimensioni. Però come necessariamente deve esistere

un limite consentaneo alla natura della specie, al momento che il prodotto della divisione ha raggiunto quel limite estremo, l' Autore fa intervenire il processo di coniugazione, dal quale risulta la formazione di uno o due sporangi, che esso nomina *auxospore*, che nella loro cavità presentano uno o due frustuli sporangiali delle massime dimensioni, ma aventi esattamente i caratteri della specie. Questi sarebbero destinati a riportare la misura della nuova serie di frustuli, che ne nasceranno per divisione, alle dimensioni normali.

Per quanto tale teoria sia ingegnosamente escogitata, ed abbia qualche fondamento su alcune osservazioni di fatto, non è però tale che completamente mi persuada, e quindi mi permetterò di presentare su di quella alcuni riflessi nella persuasione che il Ch. D.r Pfitzer non vorrà in me riconoscere alcun movente, che non sia il più schietto amore del vero.

A mio modo di vedere la sopraccennata teoria si appoggia precipuamente su due punti, su i quali partitamente intendo fare alcuna osservazione. Queste sono: 1.° che una Diatomea quale nasce tale rimanga, non potendo le sue valve subire un aumento: 2.° che per le Diatomee non esista altro processo di riproduzione e moltiplicazione fuori di quello di fissiparità.

Incominciando dall'esame del primo punto che cioè la Diatomea quale viene prodotta dalla divisione della cellula primitiva in due, formata ciascuna da una valva vecchia e da una giovane, tale sempre rimanga durante la sua vita individuale da non subire alcun aumento nelle dimensioni delle sue valve, è la tesi che viene difesa non solamente da Pfitzer, ma da altri ancora, e fra questi esplicitamente dal D.r Wallich distintissimo micrografo Inglese. Il conoscere come le pareti della cellula nelle Diatomee siano silicee, e la condizione di rigidità di quella, pare escludere e rendere inconcigliabile la natura silicea di quelle con la facoltà di aumentare la misura delle valve. Alle quali considerazioni potrebbesi in diversi modi rispondere. Incomincerò dal dire che, se le Diatomee perfette e mature non vanno mai disgiunte dalla silice, non è però provato che queste talvolta non abbiano le loro pareti almeno eccezionalmente non consolidate dalla silice. Tale dubbio può essere confermato dal vedere alle volte alcune forme di Diatomee, già come frequenti notate in una raccolta, sparire all'azione dell' acido azotico. Questo replicate volte mi è accaduto quando ebbi a trattare delle belle vegetazioni di Diatomee sviluppate in piccoli acquari di acqua marina, fra le quali sopra tutte abbondante era una piccola forma cimbelloide, che credetti dovere determinare per una *Synciclia*: queste allorchè io le volli cimentare con l'acido o azotico o cloroidrico, tutte disgraziatamente disparvero. Credo, che chiunque suole occuparsi con le Diatomee, e che ha voluto fare delle preparazioni per-

manenti delle specie raccolte viventi, potrà ricordare qualche risultato analogo al mio. Oltre di che non è così raro incontrare delle valve silicee di Diatomee, le quali presentano qualche deformità prodotta da ostacolo fortuito incontrato dall'organismo al momento del suo sviluppo. Nel 1.° volume del = *Quarterly Journal of microscopical science* = alla Tav. IX fig. 6 il Ch. Brightwell ritrae un *Triceratium favus* Ehrbg. pescato dal fango del Tamigi la quale figura ho fatto riprodurre nell'annessa Tavola sotto il numero uno; quello presenta un arco più che semicircolare intagliato al centro di una delle estremità, ed il contorno dell'arco è bordato da una linea di cellule quasi quadrate simili a quelle, che orlano comunemente il frustulo normale: cosicchè è impossibile disconoscere in quella irregolarità, che qualche accidentale impedimento produsse quella mostruosità, e in pari tempo devesi riconoscere nello sviluppo del frustulo un' azione successiva, per la quale nel crescere della valva l'ostacolo veniva contornato. Altra dimostrazione del progressivo svlluppo delle valve silicee delle Diatomee mi venne offerta da tre interessanti raccolte della *Eunoia Formica*, Ehrbg. che ebbi la ventura di incontrare in tre campioni diversi di *Utricularia*, che dovetti alla squisita gentilezza dell'illustre botanico di Ginevra Sig. Alfonso de Candolle. Quella interessantissima Diatomea mi si presentò in numerosi esemplari che conservando tutti gli identici caratteri della specie di strie moniliformi inegualmente distribuite e interrotte da linea retta jalina eccentrica decorrente fra due pseudo-noduli submarginali, però differivano notabilmente tra loro nel profilo (Vedansi le diverse forme espresse nella Tavola al numero 2).

Non fù però difficile il riconoscere come nella diversità dei profili si presentasse la completa gradazione di forme; cosicchè fra le più piccole e le più grandi e sviluppate l'intera scala di dimensioni e di forme conducevano inevitabilmente alla conclusione, che in quella serie si avevano espresse le diverse fasi dello sviluppo di una stessa Diatomea. Nè poteva tale diminuzione di forme riguardarsi con Pfitzer quale effetto risultante dall'autofissione, mentre, a misura che dalle forme più piccole si passa alle maggiori i vertici conservano profilo identico nell'istesso tempo che nella parte mediana ed equidistantemente dai vertici và da più in più accentuandosi un rigonfiamento centrale, del quale nelle forme più piccole non si rinviene traccia. Oltre di che la disposizione ineguale delle strie più dense ai vertici, meno densa nel centro e notevolmente più rada nelle parti intermedie, le quali nel distendersi longitudinalmente del frustulo si sono alquanto assottigliate e strozzate, fa intendere come nel frustulo già formato ha avuto luogo uno stiramento. Si noti ancora che nella frequenza in quelle raccolte di frustuli a

profilo variato, fra le forme più sviluppate ed adulte non si rinvengono dimensioni diverse, come dovrebbe indeclinabilmente aver luogo se la produzione di quelli fosse stata per processo di fissiparità.

Ma io non so veramente intendere come non fù sufficiente, a convincere del fatto del graduale sviluppo nelle Diatomee tale da non essere impedito dalla supposta rigidità della silice, il portare semplicemente uno sguardo alla Tavola LII fig. 335 della Sinopsi di Smith, che per maggior comodo e più facile intelligenza ho voluto che fosse riportata al numero 3 della nostra. Ivi vengono ritratti numerosi esempi di *Orthosira Dickieii*, Kz. nel momento di formare il frustulo sporangiale. Ivi si vede come in una catena o filo di frustoli di *O. Dickieii* una cellula, o individuo intermedio, rigonfia sul suo asse longitudinale, e prende la figura di un'elissoide. In pari tempo spingesi con uno o con i due suoi vertici ad occupare lo spazio della cellula vicina, e questa alla sua volta dall'incalzare della prima è costretta a penetrare nella seguente rimanendo però sempre intatte le pareti di fondo delle cellule avvicinanti la sporangiale, le quali però si rovesciano come i diti di un guanto. L'autorità di Smith sarebbe più che sufficiente a garantire la fedeltà di quei disegni, oltre alla notissima abilità ed esperienza del disegnatore Juffen West, il quale è pure distinto cultore della Diatomologia. Però a questo posso aggiungere avere io potuto controllare l'esattezza di quelle nel ritrarre con la fotomicrografia dal vero il processo di riproduzione dell'istessa Diatomea. Dopo tutto questo potrà conservarsi ragionevole dubbio sul fatto della possibilità nelle valve delle Diatomee di aumentare nelle loro dimensioni dopo essere nate piccine?

L'altro argomento sul quale sembrami che si appoggi la teoria del D.r Pfitzer, che cioè la riproduzione nelle Diatomee non possa aver luogo in altro modo che per autodivisione o fissiparità, non credo potere riescire di maggiore forza. Difatti l'insussistenza di tale supposto emerge anche dalle classiche ricerche di Smith su tale tema, e più particolarmente dalla sua osservazione su la raccolta già da noi ricordata di *Cocconema Cistula*. In fatti in quella si dimostrano chiaramente come prodotto dello stato di coniugazione (nel quale contemporaneamente vedevansi individui adulti della stessa specie) alcune cisti le quali mostravansi piene di piccolissime forme dotate degli stessi caratteri di profilo e di marche e di ogni altra particolarità, da porre fuori di dubbio la loro identità con i frustuli coniugati. Nè alcuno potrà mai persuadersi che quelle forme segregate e rinchiuse in un sacco o cisti prodotto della coniugazione di una o due Diatomee, debbano essere risultate per fissione e non per svolgimento di spore o di germi. La osservazione ancora fatta dallo stesso Smith su di una raccolta di *Synedra radians*, Sm. nella quale parimenti incon-

trò fasci di quella Diatomea rinserrati in cisti, specialmente riguardata parallelamente al caso su accennato del *Cocconema*, ci porta all'istessa conclusione.

Ma nella storia della scienza troviamo registrati molti altri fatti, che ci portano ogni ora più ineluttabilmente alla conclusione che le Diatomee, come qualunque altro organismo, si riproducono per germi. Il Ch. D.r Rabenhorst nel suo libro = *Die Susswasser Diatomaceen* = riferisce di avere notato nel 1853 una *Melosira varians*, Ag. avente nei suoi filamenti alcune cellule rotonde o frustuli sporangiali. In uno di questi osservò come a traverso di un'apertura laterale sfuggivano dei germi o forme embrionali: e di tale fatto ci lasciò la memoria consegnata nella Tav. X. fig. 18. Nel volume VI del = *Quarterly Journal of microscopical science* = ritroviamo pure che nell'adunanza del 7 Maggio 1858 della Società di Storia Naturale di Dublino, l'illustre micrografo Irlandese O'Meara riferì una osservazione fatta da se alcuni giorni prima. Nel portare la sua attenzione su di una raccolta di *Pleurosigma Spencerii,* Sm. egli osservava e quindi minutamente descrisse il colore dell'endocroma, che mostravasi di un vivo verde sparso di granuli turchinicci, quindi il moto delle piccole masse di endocroma, che con subiti slanci portavansi alla parte inferiore della cellula, di dove da tempo in tempo sfuggivano in forma di antozoi muniti di cigli, che a quando a quando movevansi con grande vivacità.

Esattamente analoga a questa fù l'osservazione da me fatta al 15 Febraio del 1869, della quale resi conto minutamente particolareggiato nella Sessione del 18 Aprile dell' istesso anno alla Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei, come risulta dagli Atti. L'osservazione cadde su di una *Podosphenia* svoltasi in un piccolo acquario di acqua marina. L' aspetto speciale di quella aveva richiamato la mia attenzione, ed in particolar modo la disposizione dell'endocroma. Questo in luogo di presentarsi in condizione amorfa e indefinita, vedevasi in forma di poche masse regolari egualmente ovali e bene definite nel loro profilo, e di colore di oliva fradicia. Queste masse sotto i miei occhi si mossero e si disposero lungo le pareti della cellula per dar luogo nel centro di quella ad un formicolìo per parte di una sostanza appena visibile, che in seguito riconobbi essere delle piccolissime goccioline di natura oleosa (che forse ritrovavasi in condizione di emulsione) e che terminò per radunarsi in due o tre goccie assai più grandi. In appresso le masse ovali si sparsero in tutta la cavità della Diatomea in maggior numero di prima per isdoppiamento avvenuto, che perciò mostrarono una tinta più pallida ma uniforme su l'intera superficie del corpicciuolo, in modo che questo si riconosceva per un corpo organizzato a profilo ovale ma limitato da due superficie piane parallele : così ancora si veniva a dedurre che evidentemente

quando il numero delle masse ovali predette mostravasi minore e la tinta più fosca, questo aveva luogo per essere in qualche punto sovraposte le une alle altre. A quel momento fù chiaro lo scorgere una turgescenza della cellula per un'arcana pressione, che esercitavasi all'interno della Diatomea, da rendere sensibilmente arcuati i due lati longitudinali e convergenti della *Podosphenia* presentantesi sul lato secondario (*front view* secondo i diatomologi Inglesi): sotto quella pressione dichiaravasi su i due lati una fessura a labbra divaricate, delle quali l'una cominciò dal dare esito alle due o tre goccie oleose e poi dall'altra vidi sortire a brevi intervalli fino a tredici delle piccole forme ovali. Quantunque io non abbia potuto seguire l'ulteriore sviluppo dei corpi ovali, non credo potere dubitare di riconoscere in quelli delle forme embrionali già viventi di una vita indipendente ed autonoma, destinate a riprodurre per un ulteriore sviluppo la forma della cellula madre, ossia della *Podosphenia*; tanto più che un diligente esame istituito su ciascuna di quelle, nel farmi vedere una finissima lineetta che seguiva il contorno, mi dava prova della esistenza in quelle di una parete cellulare.

Così nell'anno precedente in Fano al 18 Settembre, avendo raccolto galleggiante nel mare una membrana muccosa quasi unicamente composta di *Pleurosigma Balticum*. Sm. che a mio modo di vedere era in stato di sviluppo, mentre in quella si avevano in grande numero individui di tutte le dimensioni dalla più piccola alla massima, mi venne dato vederne molti di quelli più grandi, i quali avevano l'endocroma in forma di una grossa massa tortuosa segnata trasversalmente in modo da fare intendere come fosse composta di una successione o pila di forme regolari parallele. Si aggiunge che in quella circostanza riconobbi un qualche movimento nelle goccioline oleose, cosicchè credo che se in quella circostanza avessi ulteriormente insistito ad osservare, non avrei mancato anche allora di assistere alla sortita delle forme embrionali dalla cellula madre.

E quì cade in acconcio il fare osservare come chiunque ha l'abitudine di osservare le Diatomee quali incontransi viventi, e non soltanto nelle belle preparazioni che possono procurarsi per denaro, ha dovuto fare attenzione alla disposizione dell'endocroma nell'interno dei frustuli o cellule. Ordinariamente l'endocroma è distribuito irregolarmente, e tale vedesi a traverso le valve, oppure vedesi riunito in massa informe disposta ai lati della valva. Però non è affatto infrequente il vederla divisa in numerosi piccoli corpicciuoli per lo più ovali o rotondi, ma eguali tutti fra di loro e bene definiti e spesso ancora contornati da delicata lineetta nera. È curioso che di tale apparenza dell'endocroma, quantunque ovviamente si incontri, pure non se ne faccia da al-

cuno parola. A me pare non potere dubitare, che allorchè l'endocroma ha preso quell'aspetto, si possa essere certi che abbia già avuto luogo la fecondazione, e conseguentemente a quella già sia accaduta la produzione di forme embrionali, che presto saranno emesse dalla cellula madre. Di tale mia opinione parlai in una Memoria che publicai nello scorso anno con il titolo = *Le Diatomee del litorale dell'Istria e della Dalmazia* = la quale memoria è inserita negli Atti dell'Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei, e me ne porse il destro una osservazione fatta a Pirano su di una *Striatella unipunctata*, Ag. della quale inserii ancora la figura.

Nella medesima memoria io parlavo di altra osservazione fatta a Lesina nel Settembre 1872 su di un'ammasso gelatinoso tratto dalla superficie di un brandello di Zostera pescata dal fondo del mare per mezzo della draga: e di tale osservazione feci parte e resi testimonio il Ch. Professore Grubbe di Breslavia, il quale trovandosi per i suoi studi su gli anelidi sotto l'istesso tetto ospitale, gentilmente mi permetteva profittare delle sue pesche per le mie ricerche. Nell' istessa massa che aderiva alla Zostera, erano numerose *Mastogloje*. Tutte a paio riunite nelle loro masse muccose ovali e uniformi si vedevano in ogni grado di sviluppo, dalle forme perfettamente organizzate ed adulte fino alle più giovani ed embrionali; le quali riconoscevansi aver principio da spore rotonde, racchiuse pure dentro circoscritta massa di mucco, le quali spore incominciavano dal bipartirsi. Potrà pertanto dopo tutto questo rimanere alcun ragionevole dubbio a riconoscere che le Diatomee si riproducono per germi?

Nel formarmi tale opinione, che fù il frutto di replicate osservazioni da me fatte, fui grandemente confortato dalla autorità di uno, cui la micrografia e specialmente lo studio delle Diatomee, deve moltissimo, il compianto Sig. Alfonso de Brebisson, il quale negli ultimi anni di sua vita mi onorò di sua particolare bontà ed amicizia. Allorchè io quale mio maestro lo intrattenevo su le mie ricerche e lo richiedevo del suo sentimento su tale proposito, replicate volte mi disse: *Je suis parfaitement de votre avis*. Che anzi in alcune considerazioni su la struttura delle Diatomee esposte alla adunanza annua della Società Linneana di Normandia a Valogne, alla quale io ebbi l'onore di prendere parte in sua compagnia, narrò di essere stato testimonio alla emissione delle spore per parte dello sporangio di un *Cocconema cistula*, le quali si fissarono su i filamenti della *Cladophora glomerata*, costituendo il rudimento di un *Cocconema*. Ciascuna di queste spore che appariva al principio in forma di piccola protuberanza, allungandosi con il suo coleoderma formava come una mazza, dentro il quale coleoderma costituito

in tubo sviluppava la Diatomea cimbelloide, finchè questa per il suo crescere era costretta a sortire dal tubo, che essendo contrattile e ritenendo attaccato il frustulo ne costituiva il peduncolo.

Ma che vorrà dirsi quando di tale riproduzione nelle Diatomee esistono registrate dalla scienza (ma purtroppo dimenticate) le osservazioni di quei naturalisti, che ci precedettero e che furono i primissimi scopritori delle prime Diatomee che si conobbero? voglio alludere fra le altre alle = *Experiences microscopiques et physiologiques sur une espèce de conferve marine, par Beniamin Gaillon* = ed inserite nel processo verbale della società libera di emulazione di Rouen per l'anno 1823. In quella narrazione è bello il seguire l'autore che privo delle risorse degli ottimi microscopi, che noi abbiamo, e dei loro fortissimi ingrandimenti, prende con paziente sagacia a studiare la natura e lo sviluppo di una produzione marina, la quale suole coronare le pietre e gli scogli continuamente battuti dalle onde del mare, ma che è così piccola e poco notevole nella umida superficie al ritrarsi del flutto, da richiedere tutta la più diligente attenzione di chi esamina con occhio scrutatore ogni prodotto marino. Questa produzione viene indicata dal Gaillon sotto il nome generico di *Conferva*, che però è senza dubbio una *Schizonema*. Tale studio venne su di quella pertinacemente seguito per oltre un anno dall' Autore, e così dopo aver narrato di avere riconosciuto le naviculette inchiuse nei filamenti delicatissimi di quella algbetta, con lacerarne alcuno a mezzo di aghi e così sprigionare gli organismi inchiusi, in seguito le potè vedere moventisi liberamente. Di quelle naviculette dà le misure, e narra averne vedute dalla misura di $\frac{1}{500}$ di linea parigina raggiungere quelle di $\frac{1}{100}$. Così le descrive nel loro movimento e nell' atto di unirsi scivolando l' una presso l' altra, trasudanti in seguito un mucco, che và a formare la parte membranosa, che le involve e le rinserra in filamento. Ma non contento di questo il Gaillon indica come ogni navicula inchiusa acquista tinta più oscura ingrandendo, mentre la membrana che la involve conseguentemente si dilata; quindi il frustulo sfugge e rimane libero per poi ritardare ed anche arrestare il suo movimento. Intanto la materia contenuta nella navicula si divide in due globuli che nel lasso di otto o dieci giorni diventa finamente granulata in seguito al rompersi della parete, che la rinchiude; i granuli risultanti si disperdono e vanno a depositarsi a guisa di polvere, che finalmente si rimettono in moto e vanno a riprodurre la forma che li emise. Duolmi che una più minuta analisi dello scritto del Gaillon mi farebbe troppo protrarre questo mio lavoro, ma esso è tale che ogni studioso ne potrebbe trarre utile

diversi processi, per i quali ha luogo la riproduzione degli altri vegetali. Le Diatomee sono ordinate a mantenere la vita animale nelle acque con fornire l'elemento necessario alla respirazione l'ossigeno, e (per quanto mi risulta da esperimenti fatti) ad assimilare l'azoto rendendo sane le acque stesse, che altrimenti nell'accogliere miriadi di spoglie animali per necessità dovrebbero con il tempo ridursi a focolari di infezione. E fra i vegetali le sole Diatomee per l'appunto dovrebbero essere prive della vera riproduzione, che ha luogo soltanto per germe o per seme?

Ma è soverchio il ricorrere ad argomenti induttivi, quando (come è nel nostro caso) si hanno argomenti positivi e di fatto. Però ognun vede come, per chiunque voglia elucidare le leggi biologiche delle Diatomee, sia necessario il continuo sorvegliarle viventi, per tentare di sorprenderle nell'atto della riproduzione, ed in ogni altra fase del loro ciclo vitale. Il numero e l'importanza dei problemi, che rimangono a risolversi intorno a queste mirabili creature e le conseguenze che se ne potranno dedurre di leggi generali riguardanti la scienza biologica, promettono a chi con ogni impegno vorrà adoprarvisi larga ricompensa e la più nobile sodisfazione, che è dato provare all'intelletto umano, quando nella sua insaziabile sete di sapere ha la sorte di arrivare alla cognizione di alcun nuovo vero.

DICHIARAZIONE ALLA TAVOLA

L'importanza dell'argomento che si è preso a trattare in questa memoria sembrò tale da richiedere per la più facile intelligenza che vi si aggiungesse l'illustrazione di alcune Figure, che perciò si danno designate nella seguente Tavola VII^a.

La Figura 1^a è una forma mostruosa di *Triceratium* Favus, Ehrb. quale viene riportata da Brigtwell nel Volume 1° del *Quarterly Journal of microscopical science*, Tavola IV, fig. 6.

Nella Figura 2.^{a} vedonsi sette diversi profili di *Eunotia Formica*, Ehrbg. che l'A. riprodusse a mezzo della Fotomicrografia sotto l'ingrandimento di 535 diametri. Soltanto la forma più sviluppata ed una delle piccole si è voluto fossero terminate completamente e in modo da ritrarre con la maggiore fedeltà i dettagli delle autentiche prove fotografiche, perchè dalla identità dei caratteri strutturali si potesse rettamente argomentare la identità delle specie, cui appartengono tutte.

La Figura 3.^{a} è esattamente copiata dalla *Synopsis* of British Diatomaceaen di Smith, Tav. LII, fig. 335, nella quale vedonsi i frustuli sporangiali o auxospore della *Orthosira Dikieri*, Kz. su la quale figura non occorre che gettare uno sguardo per riconoscere il graduale sviluppo, che ha dovuto subire uno dei frustuli cilindrici di quella Diatomea a catena, perchè a contenere la forte massa sporangiale poco a poco prendesse la forma di un elissoide spingendo i suoi vertici a traverso le cellule vicine, facendone ripiegare e notevolmente distendere i fondi di queste.

Con la Figura 4.^{a} finalmente l'A. ha voluto fosse riprodotta da una immagine fotografica una *Asterolampra* come esempio del modo nel quale costantemente in tal genere unisconsi le due valve, in modo cioè che l'estremità delle aree radiali corrispondono alla metà di ciascun segmento della valva inferiore. Così non vedesi come in questo genere di Diatomee non che negli altri citati nella memoria possa aver luogo la fissiparità. L'A. poi ha scelto questa forma come la più elegante, ed anche perchè quantunque grossolanamente si accordi con l'*Astrolampra Marylandica* ne differisce sotto più rispetti, per cui ritenendola nuova l'A. si riserba il diritto di nominarla. Esso la riscontrò la prima volta nell'Adriatico ed in quest'anno ne ha ottenuti molti esemplari dal Mediterraneo: confrontata con più individui di A. Marylandica di diverse provenienze, questa forma ne differisce nel terminare le aree radiali (le quali sono alquanto inflate e non al tutto lineari) non esattamente al margine ma alquanto discosto da quello. Inoltre le aree radiali presentansi distinte alla loro estremità da una protuberanza o nodulo abbastanza bene accurato. Possa il presentarsi tale forma promuovere le osservazioni di alcuno studioso, le quali con piacere e con animo riconoscente verranno dall'A. accolte.

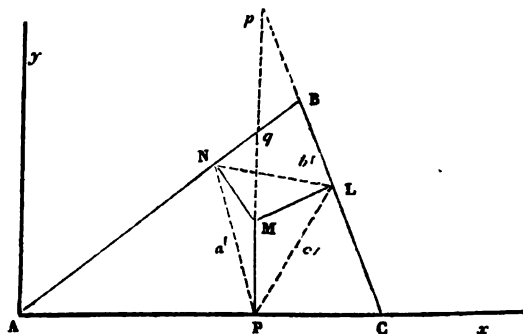
ALCUNI PROBLEMI RIGUARDANTI IL TRIANGOLO RETTILINEO

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI

1. Nell'elenco bibliografico dei lavori matematici di Sturm, che fa seguito alla notizia della sua vita e suoi lavori, pubblicato nel bullettino di Terquem e Gerono in Parigi per l'anno 1856 è registrato un problema geometrico sul triangolo rettilineo, la cui soluzione, è scritto, che si legge nel Tomo XIV degli annali di matematica di Gergonne pag. 225. Essendomi difficile rinvenire questi annali ne ho tentata la risoluzione, la quale mi è pure servita di mezzo per quella di molti altri problemi affini, che qui riuniti ho l'onore di presentare all'Accademia in questa nota.

2. Prob. Asseggnare il luogo geometrico di quei punti dai quali abbassate le perpendicolari sopra i lati di un triangolo, e congiunti i piedi di queste perpendicolari ne risulti un triangolo di superficie costante.

Sol. Sia ABC il triangolo qualunque, ed in esso preso un punto qualunque M, si intendano abbassate le perpendicolari sopra i tre lati:

$$MP = l,\ MN = l_1,\ ML = l_2,$$

e sia LNP il triangolo risultante dal congiungere i piedi di esse perpendicolari: la sua superficie essendo costante la rappresenteremo per $\frac{m}{2}$.

Sia A l'origine: le coordinate del punto qualunque M le designeremo per

$$AP = x,\quad PM = y,$$

e come di consueto con A, B, C gli angoli, ed a, b, c i lati opposti del triangolo dato: ciò posto avremo:

$$l = MP,\ l_1 = Mq \cos A,\ l_2 = M\,p \cos C:$$

ma

$$Mq = Pq - PM = x \text{ tang } A - y$$
$$Mp = Pp - PM = (b - x) \text{ tang } C - y$$

e le lunghezze delle tre perpendicolari risultano:

$$l = y;\ l_1 = x \text{ sen } A - y \cos A;\ l_2 = (b - x) \text{ sen } C - y \cos C. \qquad (1)$$

Ora fra le aree ha luogo la seguente relazione quando il punto è nell' interno del triangolo:

$$PNL = PMN + PML + LMN,$$

ma

$$PMN = \frac{ll_1 \text{ sen } A}{2};\ PML = \frac{ll_2 \text{ sen } C}{2},\ LMN = \frac{l_1 l_2 \text{ sen } B}{2}$$

e così l'equazione fondamentale sarà

$$ll_1 \text{ sen } A + ll_2 \text{ sen } C + l_1 l_2 \text{ sen } B = m$$

che porremo sotto la seguente forma

$$all_1 \frac{\text{sen } A}{a} + cll_2 \frac{\text{sen } C}{c} + bl_1 l_2 \frac{\text{sen } B}{b} = m \qquad (2)$$

Ora per la nota proprietà del triangolo rettilineo

$$\frac{\text{sen } A}{a} = \frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c} \qquad (3)$$

per la (2) avremo:

$$all_1 + bl_1 l_2 + cll_2 = \frac{am}{\text{sen } A} \qquad (4)$$

nella quale dovremo sostituire i valori datici dalle (1) e così otterremo sviluppando ed ordinando

$$\left.\begin{array}{l} y^2 (a \cos A - b \cos A \cos C + c \cos C) + x^2.\ b \text{ sen } A \text{ sen } C \\ - xy\,(a \text{ sen } A + b \text{ sen } C \cos A - b \text{ sen } A \cos C - c \text{ sen } C) \\ - y\,(bc \text{ sen } C - b^2 \text{ sen } C \cos A) - b^2\, x \text{ sen } A \text{ sen } C \end{array}\right\} = \frac{am}{\text{sen } A} \qquad (5)$$

Per ridurre ad una maggiore semplicità i coefficienti di questa equazione è necessario che teniamo conto delle relazioni esistenti tra i lati e gli angoli di qualunque triangolo rettilineo quali sono

$$\begin{array}{c} a = b \cos C + c \cos B,\quad b = a \cos C + c \cos A \\ c = a \cos B + b \cos A. \end{array} \qquad (6)$$

Dopo ciò è chiaro che il coefficiente di y^2 diventa

$$a \cos A + c \cos C - b \cos C \cos A = a (\cos A + \cos B \cos C)$$

ed essendo

$$A = \pi - (B + C)$$

troveremo

$$a \cos A + c \cos C - b \cos C \cos A = a \text{ sen } B \text{ sen } C,$$

e per le (3) sarà pure

$$a \cos A + c \cos C - b \cos C \cos A = b \text{ sen } A \text{ sen } C.$$

Il coefficiente di xy per le (6) diventa

$$\text{sen } A (a - b \cos C) - \text{sen } C (c - b \cos A) = c \text{ sen } A \cos B - a \text{ sen } C \cos B = 0$$

per le (3).

In fine il coefficiente di y è:

$$b \text{ sen } C (c - b \cos A) = ab \text{ sen } C \cos B;$$

dopo questi valori la (5) si muta in

$$x^2 + y^2 - b \cot B . y - bx + \frac{m}{\text{sen } A \text{ sen } B \text{ sen } C} = 0 \qquad (7)$$

che rappresenta una circonferenza il cui centro è dato dato dalle coordinate

$$\frac{b}{2}, \quad \frac{b}{2} \cot B.$$

l'una ascissa l'altra ordinata, ed al tempo stesso sono queste le coordinate del centro del circolo circoscritto al triangolo dato; essendo il suo raggio dato da

$$r^2 = \frac{b^2}{4} (1 + \cot^2 B) - \frac{m}{\text{sen } A \text{ sen } B \text{ sen } C},$$

ovvero

$$r^2 = \frac{b^2}{4 \text{ sen}^2 B} - \frac{m}{\text{sen } A \text{ sen } B \text{ sen } C}$$

e per le (3) essendo

$$\text{sen } A \text{ sen } C = \frac{ac \text{ sen}^2 B}{b^2}$$

avremo ancora

$$r^2 = \frac{b^2}{\text{sen}^2 B} \left(\frac{1}{4} - \frac{m}{ac \text{ sen } B} \right).$$

Ora notando per s l'area del triangolo dato ABC è

$$ac \text{ sen } B = 2s$$

e perciò

$$r^2 = \frac{b^2}{2 \operatorname{sen}^2 B}\left(\frac{1}{2} - \frac{m}{s}\right)$$

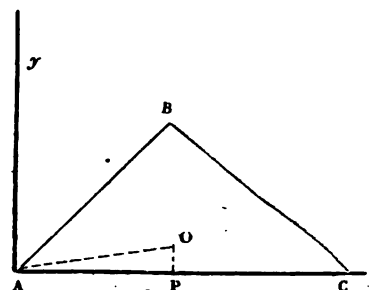
Dalla quale emerge che il raggio è reale quando è

$$\frac{m}{s} < \frac{1}{2},$$

è immaginario per

$$\frac{m}{s} > \frac{1}{2}$$

e si riduce ad un punto lorchè è

$$\frac{m}{s} = \frac{1}{2}.$$

Per assegnare graficamente il centro della circonferenza (7) si divida per metà il lato $AC = b$ e si prenda $AP = \frac{b}{2}$ che sarà l'ascissa. Quindi pel vertice A si guidi una retta AO che formi l'angolo

$$OAC = \frac{\pi}{2} - B$$

onde risulti $AOP = B$, ed essendo allora

$$PO = \frac{b}{2} \cot B$$

sarà O il centro dimandato.

3. Di questo problema può darsi ancora la soluzione seguente:

Siano x, y le coordinate di un punto qualunque del luogo geometrico dimandato: X, Y quelle variabili della retta AB; per la sua equazione avremo

$$Y = X \operatorname{tang} A$$

Rappresentando per X_1, Y_1 le coordinate variabili della normale MN la sua equazione è

$$Y_1 - y = -\frac{1}{\operatorname{tang} A}(X_1 - x):$$

se in queste poniamo

$$X = X_1 = x_1 \;, \quad Y = Y_1 = y_1$$

avremo per le coordinate del punto N

$$x_1 = \frac{x + y \text{ tang A}}{1 + \text{tang}^2 \text{ A}}, \quad y_1 = \left(\frac{x + y \text{ tang A}}{1 + \text{tang}^2 \text{ A}}\right) \text{tang A}$$

Per avere l'equazione della retta BC basta notare che forma coll' asse delle ascisse un angolo il cui supplemento è C, e passa pel punto di ascissa b e di ordinata nulla, onde rappresentate con X_2, Y_2 le sue coordinate variabili, avremo:

$$Y_2 = - \text{tang C} (X_2 - b),$$

e per la normale ML, notando con x', y' le coordinate di qualunque suo punto, si avrà

$$y' - y = \frac{1}{\text{tang C}} (x' - x).$$

Fatto in queste

$$Y_2 = y' = y_2, \quad X_2 = x' = x_2$$

ne deduciamo

$$x_2 = \frac{[x - y + b \text{ tang C}] \text{ tang C}}{1 + \text{tang}^2 \text{ C}}, \quad y_2 = \frac{[b + y \text{ tang C} - x] \text{ tang C}}{1 + \text{tang}^2 \text{ C}}$$

le quali ci danno le coordinate del punto L.

Si rappresenti con θ l'angolo formato dai lati NP, LP ed allora la superficie del triangolo sarà espressa da

$$\frac{m}{2} = \frac{\text{NP} \times \text{LP sen } \theta}{2}$$

Per assegnare quest'angolo θ basta osservare che esso è supplemento dei due angoli che coll'asse delle ascisse formano i lati NP, LP, e rappresentati questi per φ, φ' avremo:

$$\text{sen } \varphi = \frac{y_1}{\text{NP}}; \quad \cos \varphi = \frac{x - x_1}{\text{NP}}, \quad \text{sen } \varphi' = \frac{y_2}{\text{LP}}; \quad \cos \varphi' = \frac{x_2 - x}{\text{LP}}$$

ma

$$\text{sen } \theta = \text{sen } \varphi \cos \varphi' + \text{sen } \varphi' \cos \varphi$$

dunque

$$\text{sen } \theta = \frac{y_1 (x_2 - x) + y_2 (x - x_1)}{\text{NP} \times \text{LP}}$$

e quindi

$$m = \text{LP} \times \text{NP sen } \theta = y_1 (x_2 - x) + y_2 (x - x_1),$$

ove sostituiti i relativi valori delle coordinate e dato luogo alle riduzioni ritorna l'equazione (7).

4. Essendo x, y il punto da cui devono partire le perpendicolari ai tre lati, la loro lunghezza può determinarsi ancora come siegue.

Dalla teorica della retta abbiamo

$$p = \frac{y - a' x - b'}{\sqrt{1 + a'^2}}$$

ove p è la lunghezza della perpendicolare; x, y le coordinate del punto da cui parte, ed a', il coefficiente angolare, e b' l'ordinata all'origine della retta su cui cade.

Dopo ciò considerando la retta AB, la sua equazione è

$$Y = X \text{ tang } A:$$

e facendo

$$p = l_1 \ , \ b' = 0 \ , \ a' = \text{tang } A$$

risulta

$$l_1 = y \cos A - x \text{ sen } A.$$

Per l'equazione della retta BC, abbiamo già trovato

$$Y = - \text{tang } C (X - b) = X \text{ tang } C + b \text{ tang } C$$

onde fatto

$$p = l_2 \ , \ a' = - \text{tang } C \ , \ b' = b \text{ tang } C$$

si ha

$$l_2 = y \cos C - (b - x) \text{ sen } C$$

e finalmente è $l = y$ e queste sono le tre lunghezze già determinate.

5. Supponiamo che il triangolo dato sia equilatero, avremo allora

$$A = B = C = 60^\circ$$

onde la (7) si muta in

$$y^2 + x^2 - \frac{b}{\sqrt{3}} y - bx + \frac{bm}{3\sqrt{3}} = 0$$

Le coordinate del centro di questa circonferenza sono

$$\frac{b}{2} \ , \ \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{b}{2} \text{ tang } 30^\circ$$

le quali ci fanno conoscere che il centro del circolo trovasi nel punto d'incontro delle bisettrici.

Sia il triangolo rettangolo in A, allora la (7) diventa

$$x^2 + y^2 - by \cot B - bx + \frac{2m}{\text{sen } 2 B} = 0$$

il cui centro trovasi alla metà della ipotenusa.

Se il triangolo fosse rettangolo in B, essendo allora cot B = 0, la (7) si muta in

$$x^2 + y^2 - bx + \frac{2m}{\text{sen } 2A} = 0$$

il cui centro è sempre alla metà della ipotenusa, ed il suo raggio è dato da

$$r^2 = b^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{m}{ac} \right).$$

6. Vedemmo già che il problema è possibile soltanto quando l'area m è minore della metà dell'area del triangolo dato. Ora per la (7) essendo

$$m = \text{sen A sen B sen C } (bx + by \cot B - x^2 - y^2) \qquad (8)$$

possiamo assegnare quel punto nel piano del triangolo al quale corrisponde il massimo valore di m.

A questo fine si prendano le derivate parziali della (8) ed avremo

$$D_x m = \text{sen A sen B sen C } (b - 2x) = 0$$

$$D_y m = \text{sen A sen B sen C } (b \cot B - 2y) = 0$$

dalle quali deduciamo

$$x = \frac{b}{2}, \quad y = \frac{b}{2} \cot B \qquad (9)$$

e perchè risultano

$$D_x^2 m < 0, \quad D_y^2 m < 0$$

l'area m pei valori (9) è realmente un massimo.

Il valore di quest'area si trova essere

$$m = \frac{1}{2} \cdot \frac{bc \text{ sen A}}{2}$$

che è la metà dell'area del triangolo dato, nel qual caso vedemmo che il circolo si riduce ad un punto.

7. Prob. Nel piano del triangolo si domanda quel punto dal quale abbassate le perpendicolari sopra i tre lati, esse risultino eguali.

Sol. Le (1) ci danno le due equazioni necessarie, che sono

$$y = x \text{ sen A} - y \cos A, \quad y = (b - x) \text{ sen C} - y \cos C$$

dalle quali deduciamo

$$x = \frac{b \text{ sen C } (1 + \cos A)}{\text{sen A} + \text{sen B} + \text{sen C}}, \quad y = \frac{b \text{ sen C sen A}}{\text{sen A} + \text{sen B} + \text{sen C}}$$

Eliminando da queste le funzioni circolari, si trova

$$x = \frac{1}{2}\left[\frac{(b+c)^2 - a^2}{a+b+c}\right], \quad y = \frac{2s}{a+b+c},$$

ove s è l'area del triangolo dato, e la y, come è noto, è il raggio del circolo iscritto.

8. Prob. Nel piano del triangolo assegnare quel punto dal quale abbassate le perpendicolari sopra i tre lati, il triangolo che ne risulta PLN sia equilatero.

Sol. Si pongano le denominazioni seguenti

$$\mathrm{PN} = a', \quad \mathrm{NL} = b', \quad \mathrm{LP} = c',$$

ed abbiamo le tre seguenti

$$a'^2 = l^2 + l_1^2 + 2\,ll_1 \cos \mathrm{A}, \quad b'^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2\,l_1\,l_2 \cos \mathrm{B}, \quad c'^2 = l^2 + l_2^2 + 2\,ll_2 \cos \mathrm{C}$$

e perchè si vuole che il triangolo sia equilatero dovranno aver luogo le due equazioni

$$l^2 + 2\,ll_1 \cos \mathrm{A} = l_2^2 + 2\,l_1\,l_2 \cos \mathrm{B}, \qquad l_1^2 + 2\,ll_1 \cos \mathrm{A} = l_2^2 + 2\,ll_2 \cos \mathrm{C}$$

nelle quali sostituiti i valori dati dalle (1) si hanno

$$y^2 + 2y\,(x \operatorname{sen} \mathrm{A} - y \cos \mathrm{A}) \cos \mathrm{A} = [(b-x) \operatorname{sen} \mathrm{C} - y \cos \mathrm{C}]^2$$
$$+ 2\,(x \operatorname{sen} \mathrm{A} - y \cos \mathrm{A})\,[(b-x) \operatorname{sen} \mathrm{C} - y \cos \mathrm{C}] \cos \mathrm{B}$$

$$[x \operatorname{sen} \mathrm{A} - y \cos \mathrm{A}]^2 + 2y\,(x \operatorname{sen} \mathrm{A} - y \cos \mathrm{A}) \cos \mathrm{A} = [(b-x) \operatorname{sen} \mathrm{C} - y \cos \mathrm{C}]^2$$
$$+ 2y\,[(b-x) \operatorname{sen} \mathrm{C} - y \cos \mathrm{C}) \cos \mathrm{C}$$

Eseguiti gli sviluppi e fatte le opportune riduzioni si ottengono le seguenti

$$\left.\begin{array}{l} x^2 \operatorname{sen} \mathrm{C} \operatorname{sen} (\mathrm{A}-\mathrm{B}) + y^2 (\operatorname{sen}^2 \mathrm{A} - \operatorname{sen}^2 \mathrm{B}) + 2\,bx \operatorname{sen} \mathrm{C} \operatorname{sen} \mathrm{B} \cos \mathrm{A} \\ \quad + 2\,by \operatorname{sen} \mathrm{A} \operatorname{sen} \mathrm{B} \operatorname{sen} \mathrm{C} - b^2 \operatorname{sen}^2 \mathrm{C} \end{array}\right\} = 0$$

$$x^2 (\operatorname{sen}^2 \mathrm{A} - \operatorname{sen}^2 \mathrm{C}) - y^2 (\cos^2 \mathrm{A} - \cos^2 \mathrm{C}) + 2\,bx \operatorname{sen}^2 \mathrm{C} - b^2 \operatorname{sen}^2 \mathrm{C} = 0$$

Se per comodo poniamo

$$\operatorname{sen} \mathrm{C} \operatorname{sen} (\mathrm{A}-\mathrm{B}) = a_1 \quad \operatorname{sen}^2 \mathrm{A} - \operatorname{sen}^2 \mathrm{B} = b_1, \quad 2\,b \operatorname{sen} \mathrm{C} \operatorname{sen} \mathrm{B} \cos \mathrm{A} = c_1$$
$$2b \operatorname{sen} \mathrm{A} \operatorname{sen} \mathrm{B} \operatorname{sen} \mathrm{C} = d_1, \quad b^2 \operatorname{sen}^2 \mathrm{C} = e_1$$
$$\operatorname{sen}^2 \mathrm{A} - \operatorname{sen}^2 \mathrm{C} = a_2, \quad \cos^2 \mathrm{A} - \cos^2 \mathrm{C} = b_2, \quad 2b \operatorname{sen}^2 \mathrm{C} = c_2$$

avremo

$$a_1\,x^2 + b_1\,y^2 + c_1\,x + d_1\,y - e_1 = 0$$
$$a_2\,x^2 - b_2\,y^2 + c_2\,x - e_1 = 0$$

ove fatto ancora

$$a_1\,x^2 + c_1\,x - e_1 = m, \; a_2\,x^2 + c_2\,x - e_1 = n$$

sarà

$$b_1 y^2 + d_1 y + m = 0, \quad -b_2 y^2 + n = 0.$$

Eliminando y^2 troviamo

$$b_2 d_1 y + b_2 m + b_1 n = 0$$

Se dalle medesime equazioni eliminiamo l'ultimo termine troveremo

$$y (b_1 n + b_2 m) + d_1 n = 0$$

dunque sarà dalla coesistenza di queste ultime due equazioni

$$(b_2 m + b_1 n)^2 - b_2 d_1 n = 0$$

Se in questa si pongono per m ed n i valori che rappresentano, otterremo una equazione di quarto grado rispetto la x. Dunque nel piano del triangolo vi sono tutto al più quattro punti dai quali calate le perpendicolari ne risulti un triangolo equilatero dal congiungere i piedi delle perpendicolari.

Se il triangolo proposto è equilatero, essendo allora

$$a_1 = 0, \quad b_1 = 0, \quad c_1 = 2b \operatorname{sen}^2 A \cos A, \quad d_1 = 2b \operatorname{sen}^3 A, \quad e_1 = b^2 \operatorname{sen}^2 A$$

$$a_2 = 0, \quad b_2 = 0, \quad c_2 = 2b \operatorname{sen}^2 A$$

l'equazioni componenti diventano

$$c_1 x + d_1 y - e_1 = 0, \quad c_2 x - e_1 = 0$$

dalle quali

$$x = \frac{e_1}{c_2}, \quad y = \frac{e_1 (c_2 - c_1)}{c_2 d_1}$$

ove sostituiti i valori trigonometrici abbiamo

$$x = \frac{b}{2}, \quad y = \frac{b}{2} \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} A,$$

come doveva essere.

9. La risoluzione di questo problema ci ha portati ad una equazione di quarto grado, però possiamo far dipendere la determinazione del punto dimandato da una equazione di secondo grado.

Di fatti si riprendano le (1) ed in esse in luogo di l, l_1, l_2 si pongano i loro valori dati dalle (3) del §. 2, ed avremo successivamente

$$a'^2 = y^2 + (x \operatorname{sen} A - y \cos A)^2 + 2y (x \operatorname{sen} A - y \cos A) \cos A$$

che a riduzioni eseguite ci dà

$$a'^2 = (x^2 + y^2) \operatorname{sen}^2 A. \qquad (2)$$

$$c'^2 = y^2 + [(b - x) \operatorname{sen} C - y \cos C]^2 + 2y [(b - x) \operatorname{sen} C - y \cos C] \cos C$$

la quale si riduce a

$$c'^2 = [y^2 + (b - x)^2] \text{ sen}^2 \text{ C} \qquad (3)$$

Per l'altro lato avremo

$$b'^2 = (x \text{ sen A} - y \cos \text{A})^2 + [(b - x) \text{ sen C} - y \cos \text{C}]^2$$
$$+ 2 (x \text{ sen A} - y \cos \text{A}) [(b - x) \text{ sen B} - y \cos \text{C}) \cos \text{B}$$

da cui

$$b'^2 = x^2 (\text{sen}^2 \text{A} + \text{sen}^2 \text{C} - 2 \text{ sen A sen C} \cos \text{B})$$
$$+ y^2 (\cos^2 \text{A} + \cos^2 \text{C} + 2 \cos \text{A} \cos \text{C} \cos \text{B})$$
$$- 2 xy (\text{sen A} \cos \text{A} - \text{sen C} \cos \text{C} + \text{sen A} \cos \text{C} \cos \text{B} - \text{sen C} \cos \text{A} \cos \text{B})$$
$$- 2 x (b \text{ sen}^2 \text{C} - b \text{ sen A sen C} \cos \text{B})$$
$$- 2 y (b \text{ sen C} \cos \text{C} + b \text{ sen C} \cos \text{A} \cos \text{B}) + b^2 \text{ sen}^2 \text{C}.$$

Ora riducendo i coefficienti troveremo

$$\text{sen}^2 \text{A} + \text{sen}^2 \text{C} - 2 \text{ sen A sen C} \cos \text{B} = \text{sen}^2 \text{B}$$
$$\cos^2 \text{A} + \cos^2 \text{C} + 2 \cos \text{A} \cos \text{C} \cos \text{B} = \text{sen}^2 \text{B}$$
$$\text{sen A} \cos \text{A} + \text{sen A} \cos \text{C} \cos \text{B} - \text{sen C} \cos \text{C} - \text{sen C} \cos \text{A} \cos \text{B} = 0$$
$$b (\text{sen}^2 \text{C} - \text{sen A sen C} \cos \text{B}) = b \text{ sen B sen C} \cos \text{A}$$
$$b (\text{sen C} \cos \text{C} + \text{sen C} \cos \text{A} \cos \text{B}) = b \text{ sen A sen B sen C}$$

e perciò

$$b'^2 = (x^2 + y^2) \text{ sen}^2 \text{B} - 2 bx \text{ sen B sen C} \cos \text{A} - 2 by \text{ sen A sen B sen C} + b^2 \text{ sen}^2 \text{C}. \qquad (4)$$

Per la condizione voluta dal problema avremo le seguenti equazioni

$$(x^2 + y^2) \text{ sen}^2 \text{A} = (x^2 + y^2 + b^2 - 2 bx) \text{ sen}^2 \text{C} \qquad (5)$$

$$(x^2 + y^2) \text{sen}^2 \text{A} = (x^2 + y^2) \text{sen}^2 \text{B} - 2bx \text{ sen B sen C} \cos \text{A} - 2by \text{ sen A sen B sen C} + b^2 \text{sen}^2 \text{C}$$

e per essere

$$b \text{ sen C} = c \text{ sen B}, \quad b \text{ sen A} = a \text{ sen B}$$

la seconda diventa ancora

$$(x^2 + y^2) \text{ sen}^2 \text{A} = [(x^2 + y^2) - 2 cx \cos \text{A} - 2 ay \text{ sen C} + c^2] \text{ sen}^2 \text{B} \qquad (6)$$

Se da queste eliminiamo $x^2 + y^2$ ne risulta l'equazione di primo grado

$$\frac{\text{sen}^2 \text{A} - \text{sen}^2 \text{C}}{\text{sen}^2 \text{A} - \text{sen}^2 \text{B}} = \frac{(b^2 - bx) \text{ sen}^2 \text{C}}{(c^2 - 2 cx \cos \text{A} - 2 ay \text{ sen C}) \text{sen}^2 \text{B}}$$

e per le relazioni note tra i lati ed i seni degli angoli opposti abbiano ancora

$$\frac{a^2 - c^2}{a^2 - b^2} = \frac{c^2 (b^2 - bx)}{b^2 (c^2 - 2 cx \cos \text{A} - 2 ay \text{ sen C})}$$

ove posto per comodo

$$\frac{b^2(b^2-c^2)}{c^2(a^2-b^2)}=\frac{m}{n}$$

dedurremo

$$y=\frac{c^2 m-b^2 n+2x(bn-cm\cos A)}{am \operatorname{sen} C}$$

e fatto

$$\frac{c^2 m-b^2 n}{am\operatorname{sen} C}=p\ ;\quad \frac{2(bn-cm\cos A)}{am\operatorname{sen} C}=q$$

sarà

$$y=p+qx \qquad (7)$$

Se si riprende la (4) e si pone sotto la forma seguente

$$x^2+y^2=\frac{b^2c^2}{a^2-c^2}-\frac{2bc^2}{a^2-c^2}x$$

nella quale supporremo

$$r^2=\frac{b^2c^2}{a^2-c^2},\quad s=\frac{bc^2}{a^2-c^2}$$

onde

$$x^2+y^2=r^2-2sx \qquad (8)$$

e la combineremo colla (7) ne otterremo

$$x^2(1+q^2)+2(pq+s)x+p^2-r^2=0 \qquad (9)$$

e da questa dedurremo

$$x=-\frac{pq+s}{1+q^2}\pm\frac{\sqrt{(pq+s)^2-(1+q^2)(p^2-r^2)}}{1+q^2}$$

$$y=\frac{p-qs}{1+q^2}\pm\frac{q}{1+q^2}\sqrt{(pq+s)^2-(1+q^2)(p^2-r^2)}.$$

i quali valori determinano il punto dimandato nel piano del triangolo.

10. Prob. Assegnare nel piano del triangolo la successione di quei punti dai quali calate le perpendicolari sopra i lati la somma di esse eguagli una qualunque delle tre altezze del triangolo.

Sol. L'equazione di condizione sarà

$$y+x\operatorname{sen} A-y\cos A+(b-x)\operatorname{sen} C-y\cos C=a\operatorname{sen} C,$$

da questa abbiamo

$$y(1-\cos A-\cos C)=x(\operatorname{sen} C-\operatorname{sen} A)+(a-b)\operatorname{sen} C$$

che è una retta la quale taglia gli assi alle distanze dall'origine

$$y_1 = \frac{(a-b)\,\text{sen C}}{1-\cos A - \cos C}$$

$$x_1 = -\frac{(a-b)\,\text{sen C}}{\text{sen C} - \text{sen A}}.$$

Se il triangolo dato fosse equilatero, la retta diventa

$$y = 0$$

la quale ci mostra che il luogo geometrico cercato stà sull'asse delle ascisse, ossia sul lato b, e la sua distanza dall'origine resta indeterminata e perciò « da qualunque punto di un lato del triangolo equilatero si calino le per- » pendicolari sugli altri due lati, la somma di esse eguaglia l'altezza del » triangolo ». Questa proprietà può essere dimostrata ancora colla sola geometria elementare.

Se il triangolo è isoscele in modo che abbiasi $a = b$, l'equazione della retta si riduce ad

$$y\,(1 - \cos A + \cos 2A) = x\,(\text{sen }2A - \text{sen A})$$

onde essa retta passa per l'origine delle coordinate, ossia pel vertice A.

11. Prob. Assegnare il luogo geometrico di quei punti dai quali calate le perpendicolari sopra i lati di un triangolo, il quadrato di una di esse sia eguale al rettangolo fatto colle altre due.

Sol. Avremo

$$l_2^2 = ll_1$$

nella quale fatte le sostituzioni si trova

$$\left.\begin{array}{l} y^2 (\cos^2 C + \cos A) + x^2 \text{sen}^2 C + xy\,(2\,\text{sen C} \cos C - \text{sen A}) \\ \quad - 2\,bx\,\text{sen}^2 C - 2\,by\,\text{sen C} \cos C + b^2 \text{sen}^2 C \end{array}\right\} = 0$$

la quale rappresenta una linea del second'ordine. Per risconoscerne la specie si formi il composto

$$(2\,\text{sen C} \cos C - \text{sen A})^2 - 4\,\text{sen}^2 C\,(\cos^2 C + \cos A)$$

che dopo qualche riduzione diventa

$$\text{sen}^2 A - 4\,\text{sen B sen C}$$

ed espresso in funzione dei lati risulta

$$\text{sen}^2 A - 4\,\text{sen B sen C} = \frac{\text{sen}^2 A}{a^2}\,(a^2 - 4\,bc).$$

Di qui apparisce che la specie della linea di secondo ordine dipende dal valore numerico del lato del triangolo sul quale cade la perpendicolare colla

quale è stato costruito il quadrato, se quel lato a è il più piccolo, il luogo geometrico è una ellisse.

Sia equilatero il triangolo dato, avremo allora

$$a^2 - 4a^2 < 0$$

onde la linea è una ellisse.

Per avere il centro della linea trovata, poniamo che α, β ne siano le coordinate, e si faccia

$$x = x' + \alpha, \quad y = y' + \beta$$

avremo, tralasciando gli accenti alle coordinate

$$\left.\begin{array}{l} A_1 y^2 + B_1 xy + C_1 x^2 + (2A_1\beta + B_1\alpha + D_1)y + (B_1\beta + 2C_1\alpha + E_1)x \\ \quad + A_1\beta^2 + B_1\alpha\beta + C_1\alpha^2 + D_1\beta + E_1\alpha + F_1 \end{array}\right\} = 0$$

ove

$$A_1 = \cos^2 C + \cos A, \quad B_1 = 2 \operatorname{sen} C \cos C - \operatorname{sen} A$$

$$C_1 = \operatorname{sen}^2 C, \; D_1 = -2b \operatorname{sen} C \cos C, \quad E_1 = -2b \operatorname{sen}^2 C, \quad F = b^2 \operatorname{sen}^2 C$$

Per le curve dotate di centro deve essere

$$2A_1\beta + B_1\alpha + D = 0, \quad B_1\beta + 2C_1\alpha + E_1 = 0$$

dalle quali

$$\alpha = \frac{2A_1E_1 - B_1D_1}{B_1^2 - 4A_1C_1}, \quad \beta = \frac{2C_1D_1 - B_1E_1}{B_1^2 - 4A_1C_1}$$

Se in queste sostituiremo le funzioni circolari, dopo alcune riduzioni e sostituzione dei lati opposti in luogo dei seni, troveremo

$$\alpha = -\frac{2abc \cos C}{a^2 - 4bc}, \quad \beta = -\frac{2bc^2 \operatorname{sen} A}{a^2 - 4bc}.$$

Designando per K la distanza del centro dall' origine primitiva delle coordinate, sarà

$$K = \frac{\pm 2abc}{a^2 - 4bc};$$

la quale è una funzione razionale dei tre lati, ed in essa prenderemo il segno positivo quando sarà $a^2 - 4bc > 0$, ed il negativo per $a^2 - 4bc < 0$.

Da quanto precede risulta che il luogo geometrico dimandato sarà una parabola conica quando tra i lati del triangolo dato regni la relazione

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 - bc = 0.$$

12. Prob. Determinare il luogo geometrico di quei punti dai quali calate le perpendicolari sopra i tre lati di un triangolo, la somma dei quadrati di due di esse eguagli il quadrato della terza.

Sol. L'equazione fondamentale è

$$l_2^2 = l^2 + l_1^2$$

ed in questa sostituiti i soliti valori dati dalle (3) del §. 2 dopo alcuni sviluppi si trova

$$\left.\begin{aligned} &y^2 (\text{sen}^2 C + \cos^2 A) + x^2 (\text{sen}^2 A - \text{sen}^2 C) - 2\,xy\,(\text{sen}\,A \cos A + \text{sen}\,C \cos C) \\ &+ 2\,by\,\text{sen}\,C \cos C + 2\,bx\,\text{sen}^2 C - b^2\,\text{sen}^2 C = 0 \end{aligned}\right\} (1)$$

La funzione che ci fa conoscere la specie della linea è in questo caso

$$2\,\text{sen}\,B\,\text{sen}\,C \cos A$$

la quale è positiva per $A < \frac{\pi}{2}$, è nulla per $A = \frac{\pi}{2}$ ed è negativa per $A > \frac{\pi}{2}$.

L'equazioni che in questo caso servono alla determinazione del centro sono

$$\beta\,(\text{sen}^2 C + \cos^2 A) - \alpha\,(\text{sen}\,A \cos A + \text{sen}\,C \cos C) + b\,\text{sen}\,C \cos C = 0$$

$$\alpha\,(\text{sen}^2 A - \text{sen}^2 C) - \beta\,(\text{sen}\,A \cos A + \text{sen}\,B \cos B) + b\,\text{sen}^2 C = 0$$

dalle quali si deducono

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\left(b + \frac{c}{\cos A}\right), \quad \beta = \frac{b}{2}\,\text{tang}\,A,$$

che possono essere graficamente esibite quando è dato il triangolo.

Essendo ABC il triangolo, dal punto medio L del lato AB si guidi la normale LM e sarà

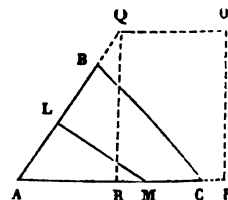
$$AM = \tfrac{1}{2}\,\frac{c}{\cos A}$$

e per dritto con AM si ponga la metà del lato $AC = b$, e poniamo che sia

$$AP = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{c}{\cos A} + \tfrac{1}{2}\,b;$$

quindi pel punto P s'inalzi la perpendicolare PO ad AP, e pel punto medio R di AC si elevi la normale RQ la quale incontrerà in Q il prolungamento di AB, e sarà

$$RQ = AR\,\text{tang}\,A = \tfrac{1}{2}\,b\,\text{tang}\,A.$$

Guidata dopo ciò per Q la QO parallela ad AC, sarà O il centro dimandato perchè

$$\alpha = AP, \qquad \beta = PO$$

La distanza dell'origine delle coordinate dal centro è data da

$$K^2 = \tfrac{1}{4} b^2 \operatorname{tang}^2 A + \tfrac{1}{4}\left(b^2 + \frac{2bc}{\cos A} + \frac{c^2}{\cos^2 A}\right)$$

da cui

$$K = \frac{1}{2 \operatorname{sen} A} \sqrt{b^2 + c^2 + 2bc \cos A}.$$

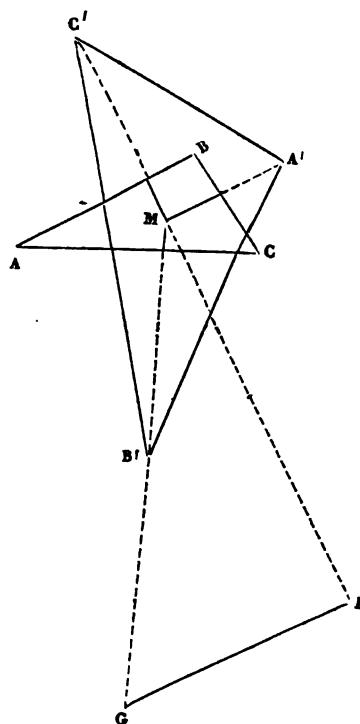
Onde esibire geometricamente il valore del radicale contenuto in questo risultato, sulla lunghezza delle perpendicolari che partono dal punto M si portino, principiando dallo stesso punto M, le lunghezze dei lati sopra i quali esse cadono talmente che sia

$$MA' = a, \quad MC' = c, \quad MB' = b$$

e designando secondo il solito per a', b', c' i tre lati del triangolo che risulta dal congiungere i tre punti A', B', C' sarà

$$a' = \sqrt{b^2 + c^2 + 2bc \cos A}$$

e quindi

$$K = \frac{a'}{2 \operatorname{sen} A}.$$

Dopo ciò è facile avere altra determinazione geometrica della lunghezza K. Si prolunghi C'M fino in F in modo che sia MF = B'C', e da F s'inalzi la perpendicolare FG limitata dal prolungamento di MB', e sarà evidentemente

$$K = \tfrac{1}{2} MG.$$

Fra i due triangoli A B C, A' B' C' esiste qualche particolare relazione, che noteremo.

Si rappresentino per S, s le aree del triangolo A' B' C' ed A B C, sarà

$$2S = bc \operatorname{sen} A + ac \operatorname{sen} B + ab \operatorname{sen} C$$

ma essendo

$$\frac{\operatorname{sen} A}{a} = \frac{\operatorname{sen} B}{b} = \frac{\operatorname{sen} C}{c}$$

troviamo

$$S = 3 \frac{bc \text{ sen A}}{2} = 3\, s$$

Dunque se da un punto qualunque preso nell'interno di un triangolo si calino sopra i tre lati le perpendicolari e si prolunghino fino a che siano eguali rispettivamente ai lati sopra i quali cadonò, il triangolo risultante ha una superficie triplà del proposto.

Risulta pure che i tre triangoli componenti A′ B′ C′ sono eguali, dunque il punto M è il suo centro di gravità.

Essendo ora

$$a'^2 = b^2 + c^2 + 2\, bc \cos A$$

$$b'^2 = a^2 + c^2 + 2\, ac \cos B$$

$$c'^2 = a^2 + b^2 + 2\, ab \cos C$$

sommandole due a due si trova

$$a'^2 + b'^2 = a^2 + b^2 + 4\, c^2$$

$$a'^2 + c'^2 = a^2 + c^2 + 4\, b^2$$

$$b'^2 + c'^2 = b^2 + c^2 + 4\, a^2$$

le quali sommate danno

$$a'^2 + b'^2 + c'^2 = 3\,(a^2 + b^2 + c^2).$$

Poste queste relazioni possono assegnarsi i valori di a', b', c' in funzione dei soli lati del triangolo dato. Essendo

$$a'^2 + b'^2 = a^2 + b^2 + 4\, c^2$$

si sostituisca questo valore nell'ultima equazione, ed avremo

$$c'^2 = 2\,(a^2 + b^2) - c^2$$

e quindi

$$b'^2 = 2\,(a^2 + c^2) - b^2$$

$$a'^2 = 2\,(b^2 + c^2) - a^2$$

Se si suppongono noti a', b', c' si trovano con facilità $a, b, c,$ e si avrà

$$a^2 = \frac{2\,(b'^2 + c'^2) - a'^2}{9}$$

$$b^2 = \frac{2\,(a'^2 + c'^2) - b'^2}{9}$$

$$c^2 = \frac{2\,(a'^2 + b'^2) - c'^2}{9}.$$

13. **Prob.** Determinare nel piano del triangolo quel punto dal quale guidate le perpendicolari sopra i tre lati la somma dei loro quadrati è un minimo.

Sol. La funzione necessaria alla soluzione del problema è

$$f(x, y) = l^2 + l_1^2 + l_2^2$$

nella quale sostituiti i soliti valori risulta

$$f(x, y) = \mathrm{L}\, y^2 + \mathrm{M}\, x^2 + 2\, \mathrm{N}\, xy - 2\, \mathrm{P}\, by - 2\, \mathrm{Q}\, bx + \mathrm{R}$$

ove

$$\mathrm{L} = 1 + \cos^2 \mathrm{A} + \cos^2 \mathrm{C}\ ; \quad \mathrm{M} = \mathrm{sen}^2 \mathrm{A} + \mathrm{sen}^2 \mathrm{C}$$

$$\mathrm{N} = \mathrm{sen\, C} \cos \mathrm{C} - \mathrm{sen\, A} \cos \mathrm{A}, \quad \mathrm{P} = \mathrm{sen\, C} \cos \mathrm{C}, \quad \mathrm{Q} = \mathrm{sen}^2 \mathrm{C}, \quad \mathrm{R} = b^2\, \mathrm{sen}^2 \mathrm{C}.$$

Tanto pel massimo quanto pel minimo abbiamo

$$f_x' = \mathrm{M}x + \mathrm{N}y - \mathrm{Q}b = 0$$

$$f_y' = \mathrm{L}\, y + \mathrm{N}\, x - \mathrm{P}\, b = 0$$

dalle quali

$$x = \frac{b\, (\mathrm{LQ} - \mathrm{NP})}{\mathrm{ML} - \mathrm{N}^2}, \quad y = \frac{b\, (\mathrm{MP} - \mathrm{NQ})}{\mathrm{ML} - \mathrm{N}^2};$$

Considerando ora le derivate seconde si ha

$$f_x'' = \mathrm{M}, \quad f_y'' = \mathrm{L}, \quad f_{x,y}'' = \mathrm{N}$$

le quali sono essenzialmente positive, ed il composto

$$f_{x,y}''^2 - f_x'' f_y''$$

diventa

$$\mathrm{N}^2 - \mathrm{ML}$$

che, come verificheremo è negativo: dunque la funzione è un minimo.

Se nei valori di x, y si sostituiscono le funzioni circolari otteniamo

$$x = \frac{b\, \mathrm{sen\, C}\, (\mathrm{sen\, C} + \mathrm{sen\, B} \cos \mathrm{A})}{\mathrm{sen}^2 \mathrm{A} + \mathrm{sen}^2 \mathrm{B} + \mathrm{sen}^2 \mathrm{C}}$$

$$y = \frac{b\, \mathrm{sen\, A}\, \mathrm{sen\, B}\, \mathrm{sen\, C}}{\mathrm{sen}^2 \mathrm{A} + \mathrm{sen}^2 \mathrm{B} + \mathrm{sen}^2 \mathrm{C}}$$

Sostituendo ai seni i lati opposti perchè proporzionali si ha

$$x = \frac{bc\, (c + b \cos \mathrm{A})}{a^2 + b^2 + c^2}, \quad y = \frac{abc\, \mathrm{sen\, B}}{a^2 + b^2 + c^2}$$

Sostituiti questi valori delle coordinate nelle lunghezze delle normali troveremo

$$y = l = \frac{abc\, \mathrm{sen\, B}}{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$l_1 = \frac{ac^2 \operatorname{sen} B}{a^2+b^2+c^2}, \quad l_2 = \frac{a^2 c \operatorname{sen} B}{a^2+b^2+c^2}$$

dalle quali

$$\frac{l_2}{a} = \frac{l}{b} = \frac{l_1}{c} = \frac{ac \operatorname{sen} B}{a^2+b^2+c^2} = \frac{2s}{a^2+b^2+c^2}$$

essendo s l'area del triangolo dato.

Questo problema trovasi tra quelli che si propongono da Todhunter nel suo Calcolo Differenziale pag. 243, numero 23 « versione dall'Inglese per G. Battaglini. Napoli 1870.

14. Prob. Nel piano del triangolo si domanda il luogo geometrico di quei punti dai quali calate le perpendicolari sopra i tre lati ne risulti un triangolo rettangolo, quando si congiungono i loro piedi.

Sol. L'equazione fondamentale sarà

$$b'^2 = a'^2 + c'^2$$

e sostituendo i valori trovati nel §. 9 avremo

$$(x^2+y^2) \operatorname{sen}^2 B - 2bx \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \cos A - 2by \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C + b^2 \operatorname{sen}^2 C$$
$$= (x^2+y^2) \operatorname{sen}^2 A + (x^2+y^2) \operatorname{sen}^2 C - 2bx \operatorname{sen}^2 C + b^2 \operatorname{sen}^2 C$$

che si può mettere sotto la forma seguente

$$(x^2+y^2)(\operatorname{sen}^2 A + \operatorname{sen}^2 C - \operatorname{sen}^2 B) - 2bx \operatorname{sen} C(\operatorname{sen} C - \operatorname{sen} B \cos A) + 2by \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C = 0$$

e perchè

$$\operatorname{sen} C = \operatorname{sen} A \cos B + \operatorname{sen} B \cos A$$

sarà pure

$$(x^2+y^2)(\operatorname{sen}^2 A + \operatorname{sen}^2 C - \operatorname{sen}^2 B) - 2bx \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C \cos B + 2by \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C = 0.$$

Dividendo tutto per $\operatorname{sen}^2 A$, e sostituendo al rapporto dei seni quello dei lati opposti otteniamo

$$x^2 + y^2 - \frac{2abc \cos B}{a^2+c^2-b^2} x + \frac{2ab^2 \operatorname{sen} C}{a^2+c^2-b^2} y = 0$$

la quale rappresenta una circonferenza che passa pel vertice A, origine delle coordinate, e di cui le coordinate del centro sono

$$\alpha = \frac{abc \cos B}{a^2+c^2-b^2}, \quad \beta = -\frac{ab^2 \operatorname{sen} C}{a^2+c^2-b^2}$$

dalle quali risulta il raggio espresso per

$$r = \frac{ab}{a^2+c^2-b^2} \sqrt{c^2 \cos^2 B + b^2 \operatorname{sen}^2 C}$$

e perchè

$$b \text{ sen C} = c \text{ sen B}$$

è

$$r = \frac{abc}{a^2 + c^2 - b^2}.$$

Se il triangolo proposto è rettangolo in B, essendo allora:

$$a^2 + c^2 = b^2$$

il luogo geometrico dimandato ci è dato da

$$y = 0,$$

onde i punti si trovano sulla ipotenusa b del triangolo dato.

15. Prob. Nel piano di un dato triangolo si domanda quel punto dal quale condotte le perpendicolari sopra i tre lati si ottenga un triangolo simile al dato quando si congiungono i piedi di esse.

Sol. Si riprendano le espressioni*

$$a'^2 = (x^2 + y^2) \text{ sen}^2 \text{ A}, \quad c'^2 = (x^2 + y^2 + b^2 - 2bx) \text{ sen}^2 \text{ C}$$

$$b'^2 = (x^2 + y^2 - 2cx \cos \text{A} - 2ay \text{ sen C} + c^2) \text{ sen}^2 \text{ B}$$

Ora perchè il triangolo LPN sia simile al dato ABC è necessario che abbiamo

$$\frac{a'^2}{a^2} = \frac{b'^2}{b^2} = \frac{c'^2}{c^2}$$

e quindi

$$(x^2 + y)^2 \frac{\text{sen}^2 \text{ A}}{a^2} = (x^2 + y^2 + b^2 - 2bx) \frac{\text{sen}^2 \text{ C}}{c^2}$$

$$(x^2 + y^2) \frac{\text{sen}^2 \text{ A}}{a^2} = (x^2 + y^2 - 2cx \cos \text{A} - 2ay \text{ sen C} + c^2) \frac{\text{sen}^2 \text{ B}}{b^2}$$

ma essendo

$$\frac{\text{sen A}}{a} = \frac{\text{sen B}}{b} = \frac{\text{sen C}}{c}$$

ne risultano le due equazioni di primo grado che seguono

$$b^2 - 2bx = 0, \quad c^2 - 2cx \cos \text{A} - 2ay \text{ sen C} = 0$$

dalle quali

$$x = \frac{b}{2}, \quad \text{ed} \quad y = \frac{c(c - b \cos \text{A})}{2a \text{ sen C}}$$

e perchè

$$c - b \cos A = a \cos B, \quad \frac{\operatorname{sen} C}{c} = \frac{\operatorname{sen} B}{b}$$

risulta

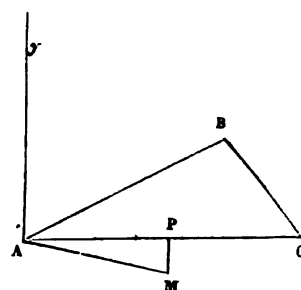
$$y = \frac{b}{2} \cot B.$$

Dunque il punto unico è dato da

$$x = \frac{b}{2}, \quad y = \frac{b}{2} \cot B$$

che può geometricamente assegnarsi.

Sia il triangolo ABC, ed in esso pel punto medio P di AC si guidi una perpendicolare PM, pel punto A condotta Ay parallela a PM si formi l' angolo yAM = B, ove la retta AM incontra la PM è il punto richiesto, perchè

$$AP = \frac{b}{2}, \quad PM = -\frac{b}{2} \cot B.$$

Noteremo che i valori di x, y sono quelli che danno il centro del circolo circoscritto al triangolo dato.

Se i valori trovati per x ed y si sostituiscono nelle espressioni di a'^2, b'^2, c'^2 si trovano facilmente i seguenti risultati

$$a' = -\frac{a}{2}, \quad b' = \frac{b}{2}, \quad c' = \frac{c}{2}.$$

16. Prob. Assegnare nel piano di un triangolo quel punto dal quale calate le perpendicolari sopra i lati ne risulti dal congiungere i piedi di queste un triangolo il cui perimetro sia minimo.

Sol. Si riprendano i valori dei lati del triangolo iscritto avute al §. (9) e si pongano sotto la seguente forma

$$a' = \operatorname{sen} A . \sqrt{x^2 + y^2} = r \operatorname{sen} A$$

$$b' = \operatorname{sen} B . \sqrt{(x - c \cos A)^2 + (y - c \operatorname{sen} A)^2} = r_1 \operatorname{sen} B$$

$$c' = \operatorname{sen} C . \sqrt{y^2 + (b - x)^2} = r_2 \operatorname{sen} C$$

ove r, r_1, r_2 rappresentano ordinatamente le distanze del punto cercato dai tre vertici A, B, C del triangolo dato.

La funzione che deve essere un minimo è

$$f(x, y) = r \text{ sen } A + r_1 \text{ sen } B + r_2 \text{ sen } C$$

dalla quale si traggono le due

$$f_x' = \frac{dr}{dx} \text{ sen } A + \frac{dr_1}{dx} \text{ sen } B + \frac{dr_2}{dx} \text{ sen } C = 0$$

$$f_y' = \frac{dr}{dy} \text{ sen } A + \frac{dr_1}{dy} \text{ sen } B + \frac{dr_2}{dy} \text{ sen } C = 0.$$

Ma

$$\frac{dr}{dx} = \frac{x}{r}; \frac{dr_1}{dx} = \frac{x - c\cos A}{r_1}; \frac{dr_2}{dx} = -\frac{b - x}{r_2}$$

$$\frac{dr}{dy} = \frac{y}{r}; \frac{dr_1}{dy} = \frac{y - c \text{ sen } A}{r_1}, \frac{dr_2}{dy} = \frac{y}{r_2}$$

e se poniamo per gli angoli

$$AMP = \varphi \; ; \quad PMC = \varphi_1 \; ; \quad MBQ = \omega$$

sarà

$$\frac{dr}{dx} = \text{sen } \varphi \; ; \; \frac{dr_1}{dx} = \text{sen } \omega \; ; \; \frac{dr_2}{dx} = -\text{sen } \varphi_1$$

$$\frac{dr}{dy} = \cos \varphi \; ; \; \frac{dr_1}{dy} = \cos \omega \; ; \; \frac{dr_2}{dy} = \cos \varphi_1$$

che sostituiti otteniamo

$$\text{sen } A \text{ sen } \varphi + \text{sen } B \text{ sen } \omega - \text{sen } C \text{ sen } \varphi_1 = 0$$

$$\text{sen } A \cos \varphi + \text{sen } B \cos \omega + \text{sen } C \cos \varphi_1 = 0$$

dalle quali eliminato ω, il che si ottiene coll'isolare in ciascuna equazione il termine che lo contiene, e quindi col quadrare e sommare si ha

$$\text{sen}^2 B = \text{sen}^2 C + \text{sen}^2 A + 2 \text{ sen } A \text{ sen } C \cos (\varphi + \varphi_1)$$

da cui

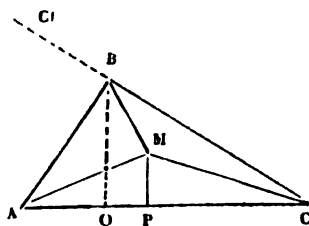
$$\cos (\varphi + \varphi_1) = \frac{\text{sen}^2 B - \text{sen}^2 A - \text{sen}^2 C}{2 \text{ sen } A \text{ sen } C}.$$

Essendo

$$\text{sen } B = \text{sen } (A + C)$$

troviamo

$$\text{sen}^2 B = \text{sen}^2 A \cdot \cos^2 C + \text{sen}^2 C \cos^2 A + 2 \text{ sen } A \cos A \text{ sen } C \cos C$$

e quindi

$$\text{sen}^2 B - \text{sen}^2 C - \text{sen}^2 A = 2 \,\text{sen}\, A \cos A \,\text{sen}\, C \cos C - 2 \,\text{sen}^2 A \,\text{sen}^2 C$$

ovvero

$$\text{sen}^2 B - \text{sen}^2 C - \text{sen}^2 A = 2 \,\text{sen}\, A \,\text{sen}\, C \cos (A + C)$$

che sostituito ci dà

$$\cos (\varphi + \varphi_1) = \cos (A + C)$$

dalla quale

$$\varphi + \varphi_1 = A + C = 180° - B$$

che ci prova essere l'angolo B del triangolo dato supplemento dell'angolo AMC.

Dopo ciò è facile determinare graficamente la posizione del punto M. Difatti sul lato AC si costruisca un segmento di cerchio capace dell'angolo ABC' supplemento di B: la stessa costruzione si ripeta per ciascuno degli altri lati, il punto di comune intersecazione è il punto dimandato.

17. Prob. Nell'interno del triangolo assegnare quel punto, che congiunto coi suoi tre vertici ne risultino tre triangoli eguali in superficie.

Sol. Le altezze dei triangoli saranno

$$y \text{ per AMC}$$

$$x \,\text{sen}\, A - y \cos A \text{ per AMB}$$

$$(b - x) \,\text{sen}\, C - y \cos C \text{ per BMC}$$

onde le due seguenti equazioni

$$c\,(x \,\text{sen}\, A - y \cos A) = a\,(b - x) \,\text{sen}\, C - ay \cos C$$

$$c\,(x \,\text{sen}\, A - y \cos A) = by$$

dalle quali si ricavano

$$x = \frac{b\,(b + c \cos A)}{2b + c \cos A + a \cos C}, \quad y = \frac{ab \,\text{sen}\, C}{2b + c \cos A + a \cos C}$$

e perchè

$$c \cos A + a \cos C = b$$

questi valori si mutano in

$$x = \frac{b + c \cos A}{3}, \quad y = \frac{a \,\text{sen}\, C}{3}$$

le quali sono le coordinate del centro di gravità.

Dopo trovati i valori di x, y possiamo avere quelli delle lunghezze delle tre perpendicolari l, l_1, l_2. Queste ci sono date da

$$l = \frac{a \,\text{sen}\, C}{3}, \quad l_1 = \frac{b \,\text{sen}\, A}{3}, \quad l_2 = \frac{b \,\text{sen}\, C}{2}$$

ed ancora

$$l = \frac{c \text{ sen A}}{3}, \quad l_1 = \frac{a \text{ sen B}}{3}, \quad l_2 = \frac{b \text{ sen C}}{3}$$

Con questi valori si troverebbero eguali in superficie i tre triangoli.

18. Prob. Nel piano del triangolo assegnare quel punto il quale congiunto coi tre vertici, la somma dei quadrati delle tre distanze sia un minimo.

Sol. Ritenute le solite denominazioni si dicano r, r_1, r_2 le tre distanze dei vertici dal punto cercato M, avremo

$$f(x, y) = r^2 + r_1^2 + r_2^2,$$

ma posta in A l'origine delle coordinate è

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad r_1^2 = (c \cos A - x)^2 + (c \text{ sen A} - y)^2, \quad r_2^2 = (b - x)^2 + y^2$$

e quindi

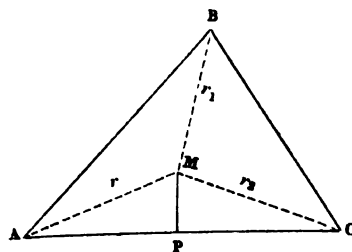
$$f(x, y) = 3y^2 + 3x^2 - 2cy \text{ sen A} - 2x(b + c \cos A) + b^2 + c^2$$

dalle quali le due seguenti

$$f'_x = 6x - 2(b + c \cos A) = 0$$

$$f'_y = 6y - 2c \text{ sen A} = 0$$

e da queste

$$x = \frac{b + c \cos A}{3}, \quad y = \frac{c \text{ sen A}}{3}$$

che sono le coordinate del centro di gravità e rendono minima la funzione, giacchè simultaneamente si ha

$$f''_{x^{n}}{}^2 > 0, \quad f''_y > 0, \quad f''_{x,y} = 0$$

e perciò

$$f''_x - f''_x f''_y < 0.$$

Pei trovati valori delle coordinate la funzione prende una forma finale assai semplice, perchè abbiamo separatamente

$$r^2 = \frac{b^2 + c^2 + 2bc \cos A}{9}$$

$$r_1^2 = \frac{b^2 + 4c^2 - 4bc \cos A}{9}$$

$$r_2^2 = \frac{c^2 + 4b^2 - 4bc\cos A}{9}$$

le quali sommate danno

$$r^2 + r_1^2 + r_2^2 = \frac{2(b^2 + c^2 - bc\cos A)}{3}$$

ed eliminato $bc\cos A$ per mezzo della nota relazione si trova

$$r^2 + r_1^2 + r_2^2 = \tfrac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$$

pel minimo valore.

Noteremo ancora che è pure un minimo la somma che si ottiene quando ciascuno dei quadrati r^2, r_1^2, r_2^2 si moltiplica pel lato che gli resta di contro.

In questa ipotesi la funzione è

$$f(x, y) = ar^2 + br_1^2 + cr_2^2 ;$$

e sostituendo troveremo

$$f(x, y) = (a + b + c)(x^2 + y^2) - 2bcx(1 + \cos A) - 2bcy \operatorname{sen} A + bc^2 + b^2c$$

dalla quale si deducono le seguenti

$$f_x' = 2(a + b + c)x - 2bc(1 + \cos A) = 0$$

$$f_y' = 2(a + b + c)y - 2bc \operatorname{sen} A = 0$$

e di qui

$$x = \frac{bc(1 + \cos A)}{a + b + c}, \quad y = \frac{bc \operatorname{sen} A}{a + b + c}.$$

È facile riconoscere che il valore della y è precisamente quello del raggio del circolo iscritto nel triangolo, mentre $bc \operatorname{sen} A$ che ne forma il numeratore rappresenta il doppio dell'area del triangolo dato.

Questi valori rendono minima la funzione perchè

$$f_x'' > 0, \quad f_y'' > 0, \quad f_{xy}'' = 0, \quad f_{xy}''^2 - f_x'' f_y'' < 0.$$

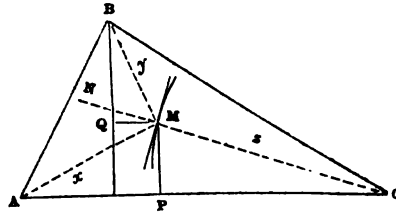
19. Prob. Nel piano del triangolo assegnare quel punto il quale congiunto coi tre vertici sia un minimo la somma delle tre distanze.

Sol. Sia M il punto del piano triangolare che congiunto coi suoi tre vertici debba essere un minimo la somma

$$x + y + z.$$

È noto che per essere minima una simile funzione è d'uopo che sia tale rispetto ciascuna delle tre variabili che la compongono, supposto dunque che sia M il punto corrispondente a questo valore minimo, vediamo di ricono-

scere qualche proprietà delle rette x, y, z dell' una rispetto le altre, che valga a semplicizzare la soluzione del presente problema.

Se immaginiamo che con una qualunque delle tre distanze, per esempio z, presa come raggio venga descritto un arco circolare, e pel punto M sia condotta la tangente, è chiaro che dovendo essere un minimo anche la somma $x+y$, abbiamo il caso di due rette le quali partendo da due punti dati A, B e cadendo sopra un punto della retta tangente, deve essere minima la somma di esse due rette. Ma è noto allora che la perpendicolare alla tangente nel punto M biseca l'angolo AMB: ma la perpendicolare in M è il prolungamento della CM: dunque nello stato di minimo della proposta funzione ognuna delle tre rette è bisettrice dell'angolo fatto dalle altre due, dal che ne siegue che sono tra loro eguali i tre angoli che da esse rette sono formati intorno al punto M.

Possiamo giungere alla stessa conseguenza anche come siegue.

Si dicano u, v le coordinate del punto M rispetto la origine A, ed è chiaro che per la lunghezza delle tre rette avremo

$$x = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$y = \sqrt{(c \cos A - u)^2 + (c \operatorname{sen} A - v)^2}$$

$$z = \sqrt{(b-u)^2 + v^2}$$

Sommando e derivando per la condizione del minimo avremo

$$\frac{u}{\sqrt{u^2+v^2}} - \frac{c \cos A - u}{\sqrt{(c \cos A - u)^2 + (c \operatorname{sen} A - v)^2}} - \frac{b-u}{\sqrt{(b-u)^2+v^2}} = 0$$

$$\frac{v}{\sqrt{u^2+v^2}} - \frac{c \operatorname{sen} A - v}{\sqrt{(c \cos A - u)^2 + (c \operatorname{sen} A - v)^2}} + \frac{v}{\sqrt{(b-u)^2+v^2}} = 0.$$

Per avere il significato geometrico di queste due equazioni siano condotte le rette come alla figura, ed avremo

$$\operatorname{sen} AMP = \frac{u}{\sqrt{u^2+v^2}}, \quad \cos AMP = \frac{v}{\sqrt{u^2+v^2}},$$

$$\operatorname{sen} CMP = \frac{b-u}{\sqrt{(b-u)^2+v^2}}, \quad \cos CMP = \frac{v}{\sqrt{(b-u)^2+v^2}}$$

$$\text{sen MBQ} = \frac{c \cos A - u}{\sqrt{(c\cos A - u)^2 + (c \,\text{sen}\, A - v)^2}}, \quad \cos \text{MBQ} = \frac{c \,\text{sen}\, A - v}{\sqrt{(c\cos A - u)^2 + (c \,\text{sen}\, A - v)^2}}$$

così le ultime equazioni si riducono alle seguenti

$$\text{sen AMP} - \text{sen CMP} = \text{sen MBQ}$$

$$\cos \text{AMP} + \cos \text{CMP} = \cos \text{MBQ}$$

le quali quadrate e sommate ci danno

$$1 + 2 \cos (\text{AMP} + \text{CMP}) = 0$$

da cui

$$\cos \text{AMC} = -\tfrac{1}{2}:$$

dunque l'angolo che fanno nel punto M due qualunque delle rette che partendo dai vertici vanno ad incontrarsi in esso nella condizione del minimo valore per la somma di esse, è di 120° gradi.

Dopo ciò il problema proposto si riduce a quest'altro: « Assegnare le lun» ghezze di tre rette le quali partendo da un punto del piano del trian» golo sono dirette ai tre vertici formando al tempo stesso intorno il punto » comune tre angoli eguali ».

Avendo dimostrato che ciascuno dei tre angoli intorno del punto M è di 120° gradi, ne sieguono le tre équazioni

$$\begin{aligned} a^2 &= y^2 + z^2 + zy \\ b^2 &= x^2 + z^2 + xz \\ c^2 &= x^2 + y^2 + xy \end{aligned} \qquad (1)$$

perchè $\cos 120° = -\frac{1}{2}$.

Sommando le (1) troviamo

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2\,(x^2 + y^2 + z^2) + xy + xz + yz:$$

ora per riconoscere il significato geometrico che nell'attuale problema ha la somma dei tre rettangoli $xy + xz + yz$ avvertiremo che la somma dei tre triangoli che hanno il vertice comune in M equivale all'area del triangolo dato, e così designata questa per $\frac{m}{2}$ abbiamo

$$xy + xz + yz = \frac{2m}{\sqrt{3}} \qquad (2)$$

dunque

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2\,(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{2m}{\sqrt{3}}$$

dalla quale, posto per comodo

$$x^2 + y^2 + z^2 = V^2 \qquad (3)$$

deduciamo

$$2\,V^2 = a^2 + b^2 + c^2 - \frac{2m}{\sqrt{3}}$$

e per mezzo di questa resta determinato il valore di V. Vediamo dopo ciò come possa assegnarsi il valore di ciascuna delle tre rette. Si sommino le due prime delle (1) ed otterremo

$$a^2 + b^2 = x^2 + y^2 + z^2 + z\,(x + y + z)$$

ovvero

$$a^2 + b^2 - V^2 = z\,(x + y + z) \qquad (4)$$

Operando nello stesso modo si trovano ancora le seguenti

$$a^2 + c^2 - V^2 = y\,(x + y + z) \qquad (5)$$

$$b^2 + c^2 - V^2 = x\,(x + y + z) \qquad (6)$$

Sommate queste tre equazioni ne ricaviamo

$$2\,(a^2 + b^2 + c^2) - 3\,V^2 = (x + y + z)^2$$

e quindi dalle (4), (5), (6) abbiamo

$$x = \frac{b^2 + c^2 - V^2}{\sqrt{2\,(a^2 + b^2 + c^2) - 3\,V^2}}$$

$$y = \frac{a^2 + c^2 - V^2}{\sqrt{2\,(a^2 + b^2 + c^2) - 3\,V^2}}\,, \qquad z = \frac{a^2 + b^2 - V^2}{\sqrt{2\,(a^2 + b^2 + c^2) - 3\,V^2}}$$

le quali ci danno

$$x + y + z = \sqrt{2\,(a^2 + b^2 + c^2) - 3\,V^2}$$

pel minimo valore della somma delle tre distanze.

20. Prob. Assegnare nel piano del triangolo quel punto dal quale calate le perpendicolari sopra i tre lati, la somma dei quadrati costruiti sopra i tre lati del triangolo che risulta dal congiungere i piedi di esse sia un minimo.

Sol. Abbiamo qui per la funzione che si deve rendere minima

$$f\,(x, y) = a'^2 + b'^2 + c'^2$$

e quindi pel §. (9)

$$f\,(x, y) = (x^2 + y^2)\,\text{sen}^2\,A + (x^2 + y^2 + b^2 - 2\,bx)\,\text{sen}^2\,C + (x^2 + y^2 - 2\,cx\cos A$$
$$- 2\,ay\,\text{sen}\,C + c^2)\,\text{sen}^2\,B$$

la quale, per comodo maggiore, porremo sotto la seguente forma

$$f(x,y)=x^2(\text{sen}^2 A+\text{sen}^2 B+\text{sen}^2 C)+y^2(\text{sen}^2 A+\text{sen}^2 B+\text{sen}^2 C)$$
$$-2x(b\,\text{sen}^2 C+c\cos A\,\text{sen}^2 B)-2y\,a\,\text{sen}\,C\,\text{sen}^2 B+b^2\,\text{sen}^2 C+c^2\,\text{sen}^2 B.$$

Da questa

$$f'_x=2x(\text{sen}^2 A+\text{sen}^2 B+\text{sen}^2 C)-2(b\,\text{sen}^2 C+c\cos A\,\text{sen}^2 B)=0$$
$$f'_y=2y(\text{sen}^2 A+\text{sen}^2 B+\text{sen}^2 C)-2a\,\text{sen}\,C\,\text{sen}^2 B=0$$

che ci danno

$$x=\frac{b\,\text{sen}^2 C+c\cos A\,\text{sen}^2 B}{\text{sen}^2 A+\text{sen}^2 B+\text{sen}^2 C},\quad y=\frac{a\,\text{sen}\,C\,\text{sen}^2 B}{\text{sen}^2 A+\text{sen}^2 B+\text{sen}^2 C}.$$

Questi valori rendono minima la funzione perchè è

$$f''_x(x,y)>0,\qquad f''_y(x,y)>0,\qquad f''_{x,y}(x,y)=0$$

e perciò

$$[f''_{x,y}(x,y)]^2-f''_x(x,y)\,f''_y(x,y)<0$$

Per introdurre nei valori di x, y i lati del triangolo dato divideremo numeratore e denominatore per $\text{sen}^2 C$, e quindi al rapporto dei seni sostituiremo quello dei lati opposti, onde avremo

$$x=\frac{bc(c+b\cos A)}{a^2+b^2+c^2}\qquad y=\frac{ab^2\,\text{sen}\,C}{a^2+b^2+c^2}=\frac{b^2c\,\text{sen}\,A}{a^2+b^2+c^2}$$

Quando il triangolo fosse rettangolo in A, essendo allora

$$a^2=b^2+c^2$$

i valori trovati si mutano in

$$x=\frac{bc^2}{2a^2},\quad y=\frac{b^2c}{2a^2}$$

e la distanza di questo punto dal vertice A è data da

$$\sqrt{x^2+y^2}=\frac{bc}{2a}.$$

Se il triangolo dato fosse equilatero, allora sarà

$$a=b=c,\quad A=60^\circ,\quad \text{sen}\,60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2},\quad \cos 60^\circ=\frac{1}{2}$$

e così

$$x=\frac{a}{2},\quad y=\frac{a}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

21. Prob. Determinare nel piano del triangolo quel punto dal quale calate le perpendicolari risulti un minimo il perimetro del triangolo che si ottiene col congiungere i piedi di esse.

Sol. La funzione necessaria per la soluzione del problema è

$$f(x,y) = \text{sen}A.\sqrt{x^2+y^2} + \text{sen}B\sqrt{x^2+y^2+c^2-2cx\cos A-2ay\,\text{sen}C} + \text{sen}C.\sqrt{x^2+y^2+b^2-2bx} \quad (1)$$

e quindi siccome i tre radicali rappresentano le rette r, r_2, r_1 così avremo

$$\left.\begin{aligned} f_x' &= \frac{x}{r}\,\text{sen}\,A - \frac{b-x}{r_1}\,\text{sen}\,C - \frac{c\cos A - x}{r_2}\,\text{sen}\,B = 0 \\ f_y' &= \frac{y}{r}\,\text{sen}\,A + \frac{y}{r_1}\,\text{sen}\,C - \frac{a\,\text{sen}\,C - y}{r_2}\,\text{sen}\,B = 0 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Ora si dicano fig.ª §. (9)

$$\text{AMP} = \theta, \qquad \text{PMC} = \theta_1, \qquad \text{ABQ} = \alpha$$

dalle (2) dedurremo

$$\text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,B = \text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,A - \text{sen}\,\theta_1\,\text{sen}\,C$$

$$\cos\alpha\,\text{sen}\,B = \cos\theta\,\text{sen}\,A + \cos\theta_1\,\text{sen}\,C$$

le quali quadrate e sommate danno

$$\text{sen}^2 B = \text{sen}^2 A + \text{sen}^2 C + 2\,\text{sen}\,A\,\text{sen}\,C\cos(\theta+\theta_1)$$

e dividendo per $\text{sen}^2 C$, e sostituito il rapporto dei lati a quello dei seni degli angoli opposti si ottiene

$$b^2 = a^2 + c^2 + 2\,ac\cos(\theta+\theta_1);$$

ma dal triangolo dato abbiamo ancora

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,ac\cos B$$

dunque

$$\cos(\theta+\theta_1) = -\cos B$$

e quindi

$$\theta + \theta_1 = 180° - B.$$

Dunque perchè il perimetro del triangolo PLN sia un minimo, il punto M deve essere scelto in guisa che ciascuno dei tre angoli fatti in questo punto dalle rette r, r_1, r_2 sia supplemento di quello fatto dai lati contermini del triangolo dato, cioè sia

$$(r, r_1) = 180° - B; \quad (r_1, r_2) = 180° - A, \quad (r, r_2) = 180° - C.$$

Dopo ciò è chiaro che il problema attuale è ridotto alla determinazione delle tre rette r, r_1, r_2 nella condizione ora assegnata, e per la sua soluzione ab-

biamo le tre seguenti

$$a^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2 \cos A$$

$$b^2 = r^2 + r_1^2 + 2 r r_1 \cos B$$

$$c^2 = r^2 + r_2^2 + 2 r r_2 \cos C$$

le quali sono tante quante le incognite, ed eseguendo la eliminazione si giungerà ad una equazione risultante che sarà tutto al più di sesto grado. Però da queste medesime equazioni rileviamo un metodo grafico assai semplice pel quale si risolve il problema.

Sia il triangolo ABC, e supposto che sia M il punto che gode della voluta proprietà, nei punti B, C si guidino le perpendicolari alle rette r_1, r_2 sarà l'angolo A' supplemento di BCM: dunque $A = A'$. Ora da siffatta costruzione ne risulta un quadrilatero iscrittibile in un circolo del quale BC deve essere corda: dunque per avere questo circolo basta di descrivere sulla corda data BC un arco capace dell' angolo A: ripetendo la medesima operazione per ciascuna dell'altre due corde, il punto nel quale le tre circonferenze si intersecano è il punto dimandato.

22. Prob. Assegnare il luogo geometrico di quei punti dai quali debbano partire le tre distanze dai tre vertici di un dato triangolo nella condizione che una di esse sia media proporzionale geometrica tra le altre due.

Sol. Avremo l'equazione fondamentale

$$r^2 = r_1 r_2$$

e quindi sostituendo, e quadrando avremo

$$(x^2 + y^2)^2 = [(c \cos A - x)^2 + (c \operatorname{sen} A - y)^2] [(b - x)^2 + y^2]$$

la quale sviluppata ci dà

$$(x^2+y^2)(b^2+c^2-2bx-2cx\cos A-2cy\operatorname{sen} A)-(b^2-2bx)(2cx\cos A+2cy\operatorname{sen} A-c^2)=0$$

che è di terz'ordine.

23. Prob. Assegnare il luogo geometrico di quei punti dai quali debbano partire le tre distanze dei vertici perchè la somma dei loro quadratì sia eguale ad un quadrato dato.

Sol. L'equazione generale è

$$r^2 + r_1^2 + r_2^2 = K^2$$

ove fatte le sostituzioni risulta

$$x^2 + y^2 + (c \cos A - x)^2 + (c \operatorname{sen} A - y)^2 + (b - x)^2 + y^2 = K^2$$

la quale sviluppata dà

$$x^2 + y^2 - \tfrac{2}{3} cy \text{ sen A} - \tfrac{2}{3} x (b + c \cos A) + \frac{b^2 + c^2 - K^2}{3} = 0$$

cioè una circonferenza, il cui centro è dato dalle coordinate

$$\alpha = \tfrac{1}{3} (b + c \cos A) , \quad \beta = \tfrac{1}{3} c \text{ sen A}$$

che sono precisamente quelle del centro di gravità.

Il raggio di questo circolo è dato dà

$$R^2 = \tfrac{1}{9} \left[c^2 \text{ sen}^2 A + (b + c \cos A)^2 - 3 (b^2 + c^2 - K^2)\right]$$

da cui

$$R = \tfrac{1}{3} \sqrt{3 K^2 - (a^2 + b^2 + c^2)}$$

che è reale per

$$K^2 > \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$$

immaginario quando si verifica

$$K^2 < \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$$

e si riduce ad un punto per

$$K^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$$

ed in quest'ultimo caso l'equazione del luogo geometrico diventa la seguente

$$\left(x - \frac{b + c \cos A}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{c \text{ sen A}}{3}\right)^2 = 0$$

che è verificata soltanto per

$$x = \frac{b + c \cos A}{3} , \quad y = \frac{c \text{ sen A}}{3}.$$

24. Prob. Assegnare nel piano del triangolo la posizione di quel punto dal quale devono partire le tre rette che vanno ai vertici perchè siano eguali.

Sol. L'equazioni saranno

$$r = r_1 , \quad r = r_2$$

nelle quali sostituiti i rispettivi valori dati in funzione delle coordinate del punto richiesto abbiamo, rendendole razionali

$$x^2 + y^2 = (c \cos A - x)^2 + (c \text{ sen A} - y)^2$$

$$x^2 + y^2 = (b - x)^2 + y^2$$

le quali si riducono alle seguenti

$$c^2 - 2cx \cos A - 2cy \operatorname{sen} A = 0,$$

$$b^2 - 2bx = 0,$$

che ci danno

$$x = \frac{b}{2}, \quad y = \frac{c - b\cos A}{2 \operatorname{sen} A} = \frac{b}{2} \cot B.$$

le quali sono le coordinate del centro del circolo circoscritto al triangolo dato, come si sapeva dovere essere.

25. Prob. Dato un triangolo qualunque assegnare nel suo piano il luogo geometrico di tutti quei punti dai quali guidate le perpendicolari ai suoi lati la somma dei rettangoli fatti con esse eguagli una superficie data

Sol. L'equazione naturale che risolve il problema è

$$ll_1 + l_1 l_2 + ll_2 = k^2$$

nella quale sostituendo avremo

$$y(x \operatorname{sen} A - y\cos A) + (x \operatorname{sen} A - y \cos A)[(b-x)\operatorname{sen} C - y\cos C] + y[(b-x)\operatorname{sen} C - y\cos C] = k^2$$

e sviluppando ed ordinando sarà

$$\left.\begin{aligned} & y^2(\cos A + \cos C - \cos C \cos A) + x^2 \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C \\ & - xy(\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} A \cos C - \operatorname{sen} C + \operatorname{sen} C \cos A) \\ & - bx \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C - by(\operatorname{sen} C - \operatorname{sen} C \cos A) + k^2 \end{aligned}\right\} = 0$$

la quale ci rappresenta una linea del second' ordine e l'essere piuttosto di una specie anzichè di un altra dipende dalla grandezza relativa degli angoli del triangolo dato.

Se il triangolo è rettangolo in A, l'equazione del luogo geometrico diventa

$$y^2 \cos C + x^2 \operatorname{sen} C - xy(1 - \cos C - \operatorname{sen} C) - bx \operatorname{sen} C - by \operatorname{sen} C + k^2 = 0$$

e perchè

$$(1 - \cos C - \operatorname{sen} C)^2 - 4 \operatorname{sen} C \cos C$$

si riduce facilmente ad

$$1 - (\operatorname{sen} C + \cos C + \operatorname{sen} C \cos C)$$

la quale è costantemente negativa; dunque il luogo geometrico è una ellisse.

Se il triangolo è equilatero, l'equazione generale del luogo geometrico diventa

$$y^2(2\cos A - \cos^2 A) + x^2 \operatorname{sen}^2 A - by \operatorname{sen} A(1 - \cos A) - bx \operatorname{sen}^2 A + k = 0$$

ove i coefficienti di x^2, y^2 essendo positivi ed eguagli, in questa ipotesi, la curva dimandata è una circonferenza.

26. Prob. Assegnare nel piano di un dato triangolo la successione di quei

punti dai quali calate le perpendicolari sopra i tre lati, le lunghezze di queste formano una proporzione armonica.

Sol. L'equazione fondamentale è

$$\frac{2}{l_2} = \frac{1}{l} + \frac{1}{l_1}$$

dalla quale

$$2\, l l_1 = l_2 (l + l_1)$$

Sostituendo in questa i soliti valori avremo

$$2y\,(x \text{ sen A} - y \cos \text{A}) = [(b - x) \text{ sen C} - y \cos \text{C}]\,.[y + x \text{ sen A} - y \cos \text{A}]$$

la quale sviluppata ed ordinata da

$$\left.\begin{aligned} x^2 \text{ sen C} \cos \text{A} - y^2 [2 \cos \text{A} - \cos \text{C} (1 - \cos \text{A})] \\ + xy [2 \text{ sen A} + \text{sen C} + \text{sen (A} - \text{C)}] \\ + by \text{ sen C} (1 - \cos \text{A}) - bx \text{ sen C sen A} \end{aligned}\right\} = 0$$

la specie di questa linea del second'ordine viene data dal segno di

$$[2 \text{ sen A} + \text{sen C} + \text{sen (A} - \text{C)}]^2 - 4 \text{ sen C} \cos \text{A} [2 \cos \text{A} - \cos \text{C} (1 - \cos \text{A})].$$

Se il triangolo dato è equilatero, essendo allora

$$\text{A} = \text{B} = \text{C}$$

l'equazione diventa

$$x^2 \text{ sen A} \cos \text{A} - y^2 (\cos \text{A} - \cos^2 \text{A}) + 3\, xy \text{ sen A} + by \text{ sen A} (1 - \cos \text{A}) - bx \text{ sen}^2 \text{A} = 0$$

ed essendo

$$9 \text{ sen}^2 \text{A} + 4 \text{ sen A} \cos^2 \text{A} (1 - \cos \text{A}) > 0$$

la curva è una iperbole.

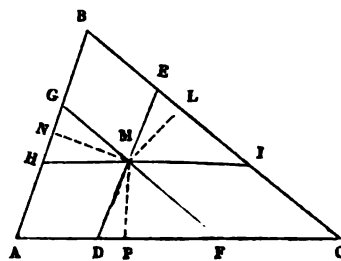
L'ultima equazione può prendere ancora la seguente forma

$$\sqrt{3}\,.\,x^2 - y^2 + 6\sqrt{3}\,.\,xy + b\sqrt{3}\,.\,y - 3\,bx = 0$$

Se il triangolo proposto è rettangolo in A l'equazione diventa

$$y^2 \,.\, \cos \text{C} + xy\,(2 + \text{sen C} + \cos \text{C}) + by \text{ sen C} + bx \text{ sen C} = 0$$

che è pure una iperbole.

27. Prob. Nell'interno di un triangolo determinare quel punto pel quale guidate le parallele ai tre lati ne risultino tre parallelogrammi e tre triangoli, e questi sieno tali che la somma delle loro aree sia un minimo.

Sol. Si ponga essere A l'origine delle coordinate, e si ritengano tutte le denominazioni già stabilite.

L'equazione della retta sulla quale trovasi il lato AB è

$$Y = X \tang A$$

l'equazione poi della parallela a questa sulla quale sta la DE, e che deve passare pel punto M di coordinate x, y sarà

$$Y - y = \tang A\,(X - x).$$

Se in questa poniamo $Y = 0$, troviamo

$$X = AD = \frac{x \operatorname{sen} A - y \cos A}{\operatorname{sen} A},$$

e questo risultato si sarebbe ancora ottenuto col considerare la perpendicolare al lato AB e che parte dal punto M.

L'equazione della retta sulla quale si trova il lato CB, dovendo passare per C è

$$Y = -\tang C\,(X - b)$$

e la sua parallela FG che passa per M è data da

$$Y - y = -\tang C\,(X - x)$$

ove posto $Y = 0$ se ne deduce

$$x = AF = \frac{x \operatorname{sen} C + y \cos C}{\operatorname{sen} C}$$

e quindi i seguenti valori

$$FC = b - x = \frac{(b - x) \operatorname{sen} C - y \cos C}{\operatorname{sen} C}, \quad DF = AF - AD = \frac{y \operatorname{sen}^2 B}{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C}.$$

In questo modo rimangono determinate in funzione delle coordinate del punto M le basi dei tre triangoli. Resta ora che si fissino le altezze dei soli triangoli AGM, MEI. A questo fine per avere l'ordinata del punto G faremo coesistere le due equazioni.

$$Y = X \tang A, \quad Y - y = -\tang C\,(X - x)$$

dalle quali eliminata X deducesi

$$Y = \frac{\operatorname{sen} A\,(x \operatorname{sen} C + y \cos C)}{\operatorname{sen} B}$$

e quindi

$$h = Y - y = \frac{\operatorname{sen} C\,(x \operatorname{sen} A - y \cos A)}{\operatorname{sen} B}.$$

Si facciano ora coesistere le due altre equazioni

$$Y - y = \text{tang } A . (X - x)$$

$$Y = - \text{tang } C . (X - b)$$

dalle quali eliminata egualmente X ne deduciamo

$$Y = \frac{\text{sen } C \left[(b - x) \text{ sen } A + y \cos A\right]}{\text{sen } B}$$

e quindi

$$h_1 = Y - y = \frac{\text{sen } A \left[(b - x) \text{ sen } A - y \cos C\right)}{\text{sen } B}.$$

Ciò posto le aree cercate verranno espresse da

$$\text{DMF} = \frac{\text{DF} \times \text{PM}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{y^2 \text{ sen}^2 B}{\text{sen } A \text{ sen } B \text{ sen } C}$$

$$\text{HMG} = \frac{\text{AD} \times h}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{sen}^2 C (x \text{ sen } A - y \cos A)^2}{\text{sen } A \text{ sen } B \text{ sen } C}$$

$$\text{MEI} = \frac{\text{FG} \times h_1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{sen}^2 A \left[(b - x) \text{ sen } C - y \cos C\right)^2}{\text{sen } A \text{ sen } B \text{ sen } C}.$$

Ora fatto per commodo

$$M = \frac{1}{2 \text{ sen } A \text{ sen } B \text{ sen } C}$$

la funzione che dovrà essere un minimo è

$$f(x, y) = M \left[y^2 \text{sen}^2 B + \text{sen}^2 C (x \text{sen} A - y \cos A)^2 + \text{sen}^2 A \left[(b - x) \text{sen} C - y \cos C.)^2\right].$$

Prendendo le prime derivate parziali ed eguagliandole a zero giungeremo alle due equazioni

$$2 x \text{ sen } A \text{ sen } C - y \text{ sen } (C - A) - b \text{ sen } A \text{ sen } C = 0$$

$$2y (\text{sen}^2 B - \text{sen} A \text{sen} C \cos A \cos C) - x \text{sen} A \text{sen} C \text{sen} (C - A) - b \text{sen}^2 A \text{sen} C \cos C = 0.$$

Ponendo

$$\text{sen } C \text{ sen } A = p, \qquad \text{sen } (C - A) = q, \qquad b \text{ sen } A \text{ sen } C = r$$

$$\text{sen}^2 B - \text{sen} A \text{sen} C \cos A \cos C = q_1, \quad \text{sen} A \text{sen} C \text{sen} (C - A) = p_1, \quad b \text{sen}^2 A \text{sen} C \cos C = r_1$$

avremo

$$2 px - q y - r = 0$$

$$2 q_1 y - p_1 x - r_1 = 0$$

dalle quali si ricavano

$$y = \frac{p_1 r + 2 p r_1}{4 q_1 p - q p_1}, \quad x = \frac{2 q_1 r + q r_1}{4 p q_1 - p_1 q}.$$

Sostituendo i valori trigonometrici troveremo pel denominatore comune

$4pq_1 - p_1 q = \text{sen A sen C} [4 \text{sen}^2 \text{B} - 2 \text{sen A sen C cos A cos C} - \text{sen}^2 \text{C} \cos^2 \text{A} - \text{sen}^2 \text{A} \cos^2 \text{C}]$

che facilmente si riduce a

$$4 p q_1 - p_1 q = 3 \text{ sen A sen}^2 \text{ B sen C}:$$

pel numeratore della y sarà

$$p_1 r + 2 p r_1 = b \text{ sen}^2 \text{ A sen}^2 \text{ C} [\text{sen (C - A)} + 2 \text{ sen A cos C}]$$

da cui

$$p_1 r + 2 p r_1 = b \text{ sen}^2 \text{ A sen}^2 \text{ C sen B};$$

e pel numeratore della x avremo

$$2 q_1 r + q r_1 = b \text{ sen A sen C} (2 \text{sen}^2 \text{B} - \text{sen A sen C cos A cos C} - \text{sen}^2 \text{A} \cos^2 \text{C})$$

che riducesi a

$$2 q_1 r + q r_1 = \text{sen A sen C} (b \text{ sen C sen B cos A} + b \text{ sen}^2 \text{ B}).$$

Sostituendo questi valori in quelli di x, y avremo

$$y = \frac{1}{3} \cdot \frac{b \text{ sen A sen C}}{\text{sen B}}$$

e per la nota relazione

$$\frac{\text{sen B}}{b} = \frac{\text{sen C}}{c}$$

diverrà

$$y = \frac{1}{3} c \text{ sen A}.$$

Di poi sarà ancora

$$x = \frac{b \text{ sen C sen B cos A} + b \text{ sen}^2 \text{ B}}{3 \text{ sen}^2 \text{ B}}$$

la quale si trasforma in

$$x = \frac{1}{3} (b + c \cos \text{A}).$$

Questi valori trovati per le coordinate sono precisamente quelli che determinano la posizione del centro di gravità del triangolo. Ora essendo

$$f''_x = 4 \text{ sen}^2 \text{ A sen}^2 \text{ C}; \quad f''_y = 4 (\text{sen}^2 \text{ B} - \text{sen A sen C cos A cos C})$$

$$f''_{xy} = 2 \text{ sen A sen C sen (C - A)}$$

le prime due sono sempre positive, resta ora riconoscere se viene soddisfatta la condizione

$$f''^2_{xy} - f''_x f''_y < 0.$$

Sostituendo ne risulta

$$4 \operatorname{sen}^2 A \operatorname{sen}^2 C \operatorname{sen}^2 (C - A) - 16 \operatorname{sen}^2 A \operatorname{sen}^2 C (\operatorname{sen}^2 B - \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C \cos A \cos C)$$

che sviluppata si riduce a

$$- 3 \operatorname{sen}^2 B$$

onde la funzione delle aree è minima.

Dunque affinchè il punto M goda della proprietà voluta dal problema è necessario ch'esso si confonda col centro di gravità.

La soluzione di questo problema può farsi dipendere dalla conoscenza delle tre perpendicolari calate dal punto M sopra i tre lati.

Considerando

$$MN = l_1 = x \operatorname{sen} A - y \cos A$$

dal triangolo MNH risulta

$$MH = \frac{x \operatorname{sen} A - y \cos A}{\operatorname{sen} A}$$

Così pure essendo

$$ML = l_2 = (b - x) \operatorname{sen} C - y \cos C$$

dal triangolo LMI si ha

$$MI = \frac{(b - x) \operatorname{sen} C - y \cos C}{\operatorname{sen} C}.$$

La base DF del terzo triangolo ci è data da

$$DF = b - \frac{x \operatorname{sen} A - y \cos A}{\operatorname{sen} A} - \frac{(b - x) \operatorname{sen} C - y \cos C}{\operatorname{sen} C}$$

che si riduce a

$$DF = \frac{y \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} C}.$$

Per determinare le altezze h, h_1 avvertiremo che

$$y = l$$

e quindi

$$h : \frac{x \operatorname{sen} A - y \cos A}{\operatorname{sen} A} = y : \frac{y \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} C}$$

dalla quale

$$h = \frac{\operatorname{sen} C (x \operatorname{sen} A - y \cos A)}{\operatorname{sen} B}.$$

Cosi avremo ancora

$$h_1 : \frac{(b-x)\,\text{sen}\,C - y\cos C}{\text{sen}\,C} = y : \frac{y\,\text{sen}\,B}{\text{sen}\,A\,\text{sen}\,C}$$

ed

$$h_1 = \frac{\text{sen}\,A\,[(b-x)\,\text{sen}\,C - y\cos C]}{\text{sen}\,B}.$$

Il problema risoluto trovasi tra quelli proposti nell'indicata opera dal Todhunter, pag. 244 n.° 25.

28. Prob. Conservando le stesse denominazioni si domanda nell'interno del triangolo quel punto M pel quale sia un massimo la somma delle aree dei parallelogrammi.

Sol. Dopo quanto abbiamo esposto è chiaro che il centro di gravità deve soddisfare a questa condizione perchè allora essendo minima la somma delle aree dei tre triangoli, ne segue dovere essere un massimo il rimanente dell'area del triangolo quale è la somma dei parallelogrammi. Ciò è pure provato analiticamente come siegue. Per l'area del parallelogrammo ADMH abbiamo

$$AD \times PM = \frac{xy\,\text{sen}\,A - y^2\cos A}{\text{sen}\,A};$$

per FCIM si ha

$$FC \times PM = \frac{(b-x)\,y\,\text{sen}\,C - y^2\cos C}{\text{sen}\,C}.$$

Ora per l'area BGME osserveremo essere

$$AG \times CE \times \text{sen}\,B$$

il suo valore, che dovremo esprimere in funzione delle variabili x, y; per ottenere questo è

$$DC = \frac{y\,\text{sen}\,B}{\text{sen}\,A\,\text{sen}\,C} + \frac{(b-x)\,\text{sen}\,C - y\cos C}{\text{sen}\,C}$$

dalla quale

$$DC = \frac{(b-x)\,\text{sen}\,A + y\cos A}{\text{sen}\,A}$$

e quindi

$$EC : DC : \text{sen}\,A : \text{sen}\,B, \quad \text{ed} \quad EC = \frac{(b-x)\,\text{sen}\,A + y\cos A}{\text{sen}\,B}$$

dalla quale

$$BE = \frac{x\,\text{sen}\,A - y\cos A}{\text{sen}\,B}$$

Con eguale ragionamento troveremo

$$\mathrm{AF} = \frac{x \text{ sen C} + y \cos \text{C}}{\text{sen C}}$$

ma

$$\mathrm{AG : AF = sen\ C : sen\ B}, \quad \text{ed} \quad \mathrm{AG} = \frac{x \text{ sen C} + y \cos \text{C}}{\text{sen B}}$$

onde

$$\mathrm{BG} = \frac{c \text{ sen B} - x \text{ sen C} - y \cos \text{C}}{\text{sen B}}$$

dunque

$$\mathrm{BG \times BE \times sen\ B} = \frac{(x \text{ sen A} - y \cos \text{A}) \left[(b - x) \text{ sen C} - y \cos \text{C}\right)}{\text{sen B}}$$

Ora sommando queste tre aree otterremo dopo semplice riduzione delle due prime

$$f(x,y) = \frac{by \text{ sen A sen C} - y^2 \text{ sen B}}{\text{sen A sen C}} + \frac{(x \text{ sen A} - y \cos \text{A}) \left[(b-x) \text{ sen C} - y \cos \text{C}\right)}{\text{sen B}}$$

e se poniamo

$$\mathrm{M} = \frac{1}{\text{sen A sen B sen C}}$$

troviamo

$$f(x,y) = \mathrm{M} \left[y^2 (\text{sen A sen C} \cos \text{A} \cos \text{C} - \text{sen}^2 \text{B}) - x^2 \text{ sen}^2 \text{A sen}^2 \text{C}\right.$$
$$\left. + xy \text{ sen A sen C sen (C - A)} + by \text{ sen}^2 \text{A sen C} \cos \text{C} + bx \text{ sen}^2 \text{A sen}^2 \text{C}\right]$$

le derivate prime delle quali sono

$$f_x' = \mathrm{M} \left[- 2\, x \text{ sen}^2 \text{A sen}^2 \text{C} + y \text{ sen A sen C sen (C - A)} + b \text{ sen}^2 \text{A sen}^2 \text{C}\right]$$

$$f_y' = \mathrm{M} \left[-2y (\text{sen}^2 \text{B} - \text{sen A sen C} \cos \text{A} \cos \text{C}) + x \text{sen A sen C sen(C-A)} + b \text{sen}^2 \text{A sen C} \cos \text{C}\right]$$

che danno luogo alle medesime equazioni del problema antecedente, onde per x, y ne risultano quei medesimi valori i quali determinano il centro di gravità del triangolo.

Se prendiamo le derivate seconde si ha

$$f_x'' = - 2\, \mathrm{M} \text{ sen}^2 \text{A sen}^2 \text{C} < 0$$

$$f_x'' = - 2\, \mathrm{M} (\text{sen}^2 \text{B} - \text{sen A sen C} \cos \text{A} \cos \text{C}) < 0$$

$$f_{x,y}'' = \mathrm{M} \text{ sen A sen C sen (C - A)}$$

che soddisfano alla condizione affinchè la funzione sia massima.

29. Prob. Nel piano del triangolo assegnare quel punto che nelle antecedenti condizioni i triangoli siano di uguali altezze.

Sol. L'equazioni che ne derivano sono

$$y = \frac{\text{sen C } (x \text{ sen A} - y \cos \text{A})}{\text{sen B}}, \quad y = \frac{\text{sen A } [(b - x) \text{ sen C} - y \cos \text{C}]}{\text{sen B}}$$

dalle quali si deducono i valori di x, y, cioè

$$y = \tfrac{1}{3} c \text{ sen A}, \qquad x = \tfrac{1}{3} (b + c \cos \text{A})$$

Dunque lorchè il punto M si confonde col centro di gravità le altezze dei tre triangoli sono eguali.

30. Prob. Assegnare il luogo geometrico di quei punti esistenti nel piano di un triangolo dai quali guidate le parallele ai tre lati, fra i tre triangoli che ne risultano abbia luogo la relazione, che uno sia la somma degli altri due.

Sol. Conservate le solite denominazioni ne risulta l'equazione

$$y^2 \text{ sen}^2 \text{B} = \text{sen}^2 \text{C } (x \text{ sen A} - y \cos \text{A})^2 + \text{sen}^2 \text{A } [(b - x) \text{ sen C} - y \cos \text{C})^2$$

la quale sviluppata dà

$$\left.\begin{array}{c} y^2 (\text{sen}^2 \text{B} - \text{sen}^2 \text{C} \cos^2 \text{A} - \text{sen}^2 \text{A} \cos^2 \text{C}) \\ + 2xy(\text{sen}^2 \text{C sen A} \cos \text{A} - \text{sen}^2 \text{A sen C} \cos \text{C}) - 2by \text{ sen}^2 \text{A sen C} \cos \text{C} \\ + 2bx \text{ sen}^2 \text{C sen}^2 \text{A} - b^2 \text{ sen}^2 \text{A sen}^2 \text{C} \end{array}\right\} = 0$$

ed essendo

$$\text{sen}^2 \text{B} - \text{sen}^2 \text{C} \cos^2 \text{A} - \text{sen}^2 \text{A} \cos^2 \text{C} = 2 \text{ sen A sen C} \cos \text{A} \cos \text{C}$$

ne risulta

$$2y^2 \cos \text{A} \cos \text{C} + 2xy \text{ sen (C-A)} + 2bx \text{ sen A sen C} - 2by \text{ sen A} \cos \text{C} - b^2 \text{ sen A sen C} = 0$$

che rappresenta una iperbole.

Se il triangolo è rettangolo in A l'equazione si riduce ad

$$xy - bx \text{ tang C} + 2by + b^2 \text{ tang C} = 0$$

che è pure una iperbole.

Sia il triangolo dato isoscele per modo da essere A = C, sarà allora

$$y^2 + bx \text{ tang}^2 \text{A} - by \text{ tang A} - \frac{b^2}{2} \text{ tang}^2 \text{A} = 0$$

che rappresenta una parabola.

NUOVO ISTROMENTO PER LA DISTRIBUZIONE DELL' ACQUA

MEMORIA I.ª

DEL PROF. CAV. GIUSEPPE OLIVIERI

ARCHITETTO-INGEGNERE

La distribuzione delle acque potabili è diveuuta oggi per la scienza idrometrica un soggetto di massima importanza, specialmente riguardata dal lato pratico.

Infatti coi moderni sistemi ognuno conosce quanto siasi agevolata la conduzione delle acque, talchè non v'è quasi luogo abitato che non siasene fornito nella maggior copia possibile, distribuendola poi per uso pubblico o privato. I mezzi pratici per altro di suddividerla sono assai imperfetti fin qui, onde mi sorse il pensiero d'ideare un istromento che erogasse una data quantità d'acqua sfuggendo ogni difetto; affinchè il problema tanto interessante della distribuzione, potesse dirsi risoluto praticamente in tutta la sua ampiezza. Per intenderne bene la risoluzione premetto un brevissimo cenno sugli attuali sistemi di distribuzione.

Il più antico è quello dei castelli, ossia di vasche nelle quali entrando l'acqua si spiana in un livello il più placido, e n'esce suddivisa per tante luci o fistole situate nelle pareti ad egual profondità sotto il livello. Queste luci la versano in piccole tazze da ognuna delle quali parte un condotto che la reca ad un utente o ad una fonte pubblica.

Tal sistema offre molti inconvenienti.

1.° L' ampiezza della superficie richiesta dalle vasche, perchè l' acqua si calmi perfettamente e più l'area necessaria all'intero manufatto coi suoi accessi ecc. Basta osservare i vari castelli dell' acqua Vergine, Felice ecc. in Roma per riconoscere che non è facile nell' abitato stabilire in luoghi centrali detti castelli per nuove acque che si conducano.

2.° L' umidità che reca la continua evaporazione in luoghi più o meno chiusi, con danno talora dei muri limitrofi.

3.° La forte spesa occorrente alla costruzione dei castelli.

4.° La lunghezza delle condutture dal castello a ciascun'utente che pei più lontani richiede un prezzo sensibile.

5.° La rete immensa di tubi che dal castello si dirama per la città con incomodo delle vie le quali spesso debbono aprirsi pei danni che si manifestano o per istabilire un nuovo ramo di conduttura.

6.° La perdita di carico in condotti così lunghi e spesso di calibro appena sufficiente per ottenere un'economia nel prezzo.

7.° Il contatto che l'acqua subisce coll'aria, il quale è spesso di pregiudizio. Infatti se le acque facilmente abbandonino l'acido carbonico il miglior modo è quello di condurle sempre chiuse, altrimenti il carbonato di calce divenuto neutro e quindi insolubile si depone producendo incrostazioni. L'acqua marcia al suo scarico a Termini in contatto dell'aria ha formato due centimetri di tartaro mentre nell'interno dei tubi non si manifesta menomamente. Se questa acqua si fosse distribuita per mezzo di castelli, avrebbe rivestito di depositi i condotti ai quali si sarebbero dovuti assegnare forti diametri con immenso aumento di spesa per vederli in seguito in un lasso di tempo più o meno lungo ostruiti.

Per tali inconvenienti le nuove acque che si conducono nelle città si cerca dispensarle indipendentemente dai castelli. Così l'acqua Marcia vien distribuita ad ogni proprietario staccando innanzi alla sua casa dal condotto principale che scorre lungo la via una conduttura secondaria.

Nella città di Rieti tre anni or sono mi si dimandava un mezzo sicuro di dispensare l'acqua, derivandola direttamente dal condotto principale. In tal caso sarebbesi volentieri rinunciato ai castelli, calcolando che la massima parte dei proprietari col solo piombo che avrebbero tolto d'opera si sarebbero compensati dei lavori occorrenti, a disfare la vecchia conduttura e stabilire la nuova.

Anzi non ostante i castelli, talora per la troppa distanza, anche le antiche acqne si dispensano in parte staccando direttamente nel punto più prossimo la conduttura particolare dal condotto maestro. Ma questa pratica ha pure non lievi inconvenienti; infatti:

1.° A tenore della pressione dell'acqua nel tubo principale al punto di presa e del livello al quale si stabilisce lo sbocco è necessario calcolare il diametro del condotto di derivazione o della fistola, in guisa che tenuto conto delle resistenze ecc. la portata sia quella richiesta. Questi calcoli non sono alla portata di tutti, specialmente perchè soggetti talora a piccole incertezze; onde si preferisce di adottare un tubo di derivazione un poco più ampio e sostituire alla fistola una chiave moderatrice che resta chiusa da apposita cassetta regolando a tentoni con reiterati sperimenti la portata.

2.° Stabilita questa una volta, resta legata alla condizione che lo sbocco sia sempre intatto e alla medesima altezza, quindi deve essere garantito con una seconda cassetta nell'alto p. es. del fabbricato onde impedire le frodi.

3.° La portata resta altresì dipendente dalla lunghezza del condotto di derivazione poichè accorciandola o aumentandola cambiano le resistenze e quindi la portata.

4.° Finalmente resta legata alla pressione dell'acqua entro il tubo principale, la quale coll'uso del manometro conviene mantenere costante.

5.° Stabilite con queste avvertenze un certo numero di derivazioni se vengano fatte altre prese sul medesimo condotto pubblico si turbano le preesistenti, che conviene regolare di nuovo, e quel che più monta, ogni volta che se ne corregga una, si turbano più o meno tutte le altre.

6.° Non ostante tutte queste precauzioni avviene poi nelle condutture a forti pressioni che le chiavi regolatrici restano prontamente degradate pel consumo che l' acqua produce nelle asole. Così succede nell' acqua marcia che regolata per es: la chiave per una quarta, l'utente dopo pochi mesi ne ha un' oncia e il consumo della chiave è tale che anche girando questa nella posizione in cui dovrebbe restar chiusa lascia passare invece più della quota d'acqua prefissa.

7.° Non si ha modo di costatare o corregere la portata se non misurandola direttamente agli sbocchi interni delle abitazioni il che in pratica è un forte inconveniente o per l'assenza dei proprietari o per la inopportunità delle ore.

Fin quì dunque può dirsi che i sistemi di distribuzione sono praticamente insufficienti allo scopo, ed il problema da risolvere era il seguente:

Costruire un istromento;

1.° *Che lasciasse il vantaggio della presa sul condotto principale* ; per evitare gl'inconvenienti dei castelli.

2.° *Regolasse automaticamente la portata richiesta per qualunque cambiamento nella pressione dell'acqua affluente*; affinchè per nuove prese non dovessero tornarsi a regolare le preesistenti.

3.° *Non risentisse variazione per un cambiamento di livello dello sbocco o in genere di contropressione derivante dalle altre resistenze*, per essere al coperto di tutte le frodi che potessero tentare gli utenti.

4.° *Lasciasse scorgere immediatamente se la portata fosse o nò giusta*; per non ricorrere ad esperimenti.

5.° *Potesse collocarsi in qualunque punto del condotto di presa*; per evitare l'accesso nell'interno delle abitazioni.

6.° *Che la sua precisione fosse indipendente dal consumo che col tempo l'acqua potesse indurre nell'istromento.*

7.° *Fosse sensibilissimo e quindi indipendente dall'attrito che i diversi organi del meccanismo esercitano fra loro.*

8.° *Fosse di facile costruzione trattandosi di uno stromento pratico.*

9.° *Si prestasse con facilità al cambiamento delle portate.*

Esibisco il disegno dell'istromento e la sua descrizione, indicando brevemente come soddisfi alle accennate condizioni ; riserbandomi di dare in altra memoria la teoria matematica del medesimo.

L'acqua penetra pel condotto A nel fondo del rubinetto B seguendo l'asse del maschio vuoto, e riuscendo dalla parete del rubinetto medesimo prosegue il suo corso in C. Giunta in D trova il condotto biforcato in piano e per due aperture diametralmente opposte una delle quali è notata in E entra nella camera F. Da questa camera esce poi pei due coni G ed H , pel primo dei quali passa immediatamente nella camera I e pel secondo si reca pure nella stessa camera facendo il giro dei condotti K.

Acquistata nel condotto cilindrico I una certa velocità, solleva il disco L e sua appendice consistente nel filo metallico M, cui sono annessi i due dischetti N, N. A misura che il disco L sale, i due dischetti N rendono più difficile il passaggio dell'acqua pei coni finchè passandone precisamente tanta che investendo il disco L bilanci il peso di tutto il sistema , questo cessa di salire.

I dischi N e i coni perfettamente uguali sono due affinchè l'acqua agendo in senso inverso e in condizioni identiche neutralizzi la sua azione nella camera F e non produca effetto che sul disco L. Intanto giova avvertire che qualunque sia l'altezza della colonna a cui salisce l'acqua il suo peso o la sua pressione statica non influisce sul movimento del disco L col quale comunica sopra e sotto e che solo vien trasportato dalla velocità dell' acqua o dalla *pressione dinamica*.

Il disco dunque L dal punto infimo al più elevato della sua corsa regola l'efflusso indipendentemente dal livello di sbocco, e *soddisfa quindi alla* 3ª *condizione* rendendo impossibili le frodi per parte degli utenti.

La pressione dinamica nella camera F, quando i dischi N sono alle sommità dei coni, dipende dalle luci dei coni medesimi. Così se la fessura circolare tra le pareti dei coni e i dischi N quando sono in basso sia 10 volte più grande che quando i dischi N sono in alto, la pressione dinamica in F al limite superiore dovrà essere teoreticamente 100 volte maggiore che al li-

mite più basso. Praticamente però interessa che la pressione al limite superiore non sia troppo forte; 1.° perchè l'acqua con una velocità troppo forte consuma in pochi mesi anche il metallo. 2.° perchè la fessura tra i dischi N e le luci superiori dei coni diverrebbe esilissima. Si avverta pertanto che salendo il sistema dei dischi quale chiameremo il *regolatore* la pressione nella nella camera F si verifica maggiore per due ragioni 1.° perchè si suppone appunto che la pressione generante l'afflusso sia cresciuta. 2.° perchè restringendosi il passaggio dell'acqua pei coni si genera a tergo dei dischi N maggiore ingorgo.

Onde è che la F comunicando per mezzo del condotto collo stantuffo P questo si solleva; il suo gambo va chiudendo il rubinetto B e torna a moderarsi l'afflusso. Per le due ragioni opposte scendendo il regolatore diminuisce la pressione nella camera F e quindi sotto lo stantuffo P il quale pel peso Q è costretto a discendere riaprendo il rubinetto B e riaumentando l'afflusso. Così questo resta costante sotto qualunque pressione dell'acqua affluente e *verificansi la 1ª e 2ª condizione.*

Il peso Q e lo stantuffo P debbono essere determinati in modo che vengano sollevati prima che il regolatore o sistema dei dischi giunga al limite superiore della corsa e tornino a discendere prima che il regolatore torni a riposare nella sua posizione più bassa. Per tal modo lo stantuffo o piccola pressa agisce come un regolatore all' ingrosso ed il sistema dei dischi come un regolatore di precisione nell'intervallo in cui il primo rimarrebbe inerte; talchè potrà dirsi la portata indipendente dall' attrito fra le diverse parti della macchina e *verificata* la 7ª condizione. Perchè poi il diverso livello a cui sbocca l'acqua non influisca sullo stantuffo la sua faccia superiore è in comunicazione colla colonna ascendente per mezzo del tubo R.

La portata varierà solo che si cambi il diametro al disco L ovvero il peso di tutto il sistema dei dischi regolando per forti cambiamenti anche i pesi Q talchè è facilissimo ottenere portate diverse restando così *verificata la 9ª condizione.*

Avvertiamo solo come sia di cristallo il tubo I a pareti ben solide per vedere a colpo d'occhio se il regolatore resti sospeso nell'acqua o no, il che mostra se l'acqua fluisce o no nella debita quantità, e l'istrumento *soddisfa così anche la 9ª condizione.*

Similmente di cristallo a pareti resistenti è utile che sia il cilindro in cui scorre lo stantuffo per essere più levigato.

Infine di cristallo è il rubinetto B, se esposto a forte corrosione a causa di pressioni gagliarde, onde non sia facilmente corroso, conoscendosi che nel

consumo dei rubinetti di metallo ha spesso molta parte l'azione chimica con cui a lungo i diversi elementi che contiene l'acqua attaccano il metallo. Ma ammesso ancora che il rubinetto venga lentamente a consumarsi, esso per la natura della macchina prenderà successivamente in compenso quelle posizioni che competeranno alle variazioni della luce talchè la portata in *adempimento della 6ª condizione* si manterrà precisa indipendentemente dal consumo che col tempo l'acqua potesse indurre nell'istromento. Di più è da osservare che il rubinetto è infilato a guisa di boccaglio nella fodera metallica per cui può subito estrarsi ad essere sostituito da un nuovo e che la disposizione del maschio vuoto, come fu detto di sopra rende assai più lungo il servizio del rubinetto. Finalmente nel cilindro S evvi la finestra V per mettere al posto la leva Z.

Conosciuta così la natura dell'istromento è per se evidente, a tenore della 8ª e 5ª condizione, come sia facile a costruirsi, e si possa collocare in un punto qualunque della conduttura.

Resta ad esporre la teoria di questo istromento il che sarà soggetto di altra memoria.

COMITATO SEGRETO

L'Accademia invitata dal suo Presidente a scegliere due Soci ordinari da sostituirsi ai più anziani del Comitato, conformemente a quanto viene prescritto al paragrafo 12, titolo III degli Statuti; procedè per ischede segrete a questa elezione. Riuscirono quindi proposti a maggioranza di voti i Sigg.[i] Conte Abate Francesco Castracane degli Antelminelli, Professore Cav. Michele Stefano De Rossi per la formazione del nuovo Comitato Accademico; il quale rimane per ciò costituito, secondo il §. II, titolo III degli Statuti predetti, dai

Sigg.[i] Prof. Cav. Mattia Azzarelli
Conte Ab. Francesco Castracane degli Antelminelli
Prof. Cav. Michele Stefano De Rossi
Prof. Cav. Vincenzo Diorio Segretario,

salva l'approvazione del S. Padre.

L'Accademia aperta legalmente alle ore 5 ½, alle ore 7 ½ fu chiusa

---

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. A. Secchi, Presidente – Monsignor F. Regnani – Prof. F. S. Provenzali – Conte Ab. F. Castracane degli Antelminelli – Prof. M. Azzarelli – Prof. S. Ferrari – Comm. A. Cialdi – Prof. G. Olivieri – Prof. M. S. De Rossi – Contessa E. Fiorini–Mazzanti – D. B. Boncompagni – Prof. V. Diorio.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti dal Novembre* 1873 *all'Ottobre* 1874 Tomo terzo, Serie quarta *Dispense Terza* e *Quarta*. Venezia presso la Segreteria dell'Istituto nel Palazzo Ducale. Tip. Grimaldo e C. 1873-74. In 8.°
2. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi* Vol. IX, Disp. 3ª (*Febbraio-Marzo* 1874) Stamperia Reale di Torino di G. B. Paravia e C. In 8.°

3. BONCOMPAGNI (B.) — *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni* — Tomo VI. Ottobre, Novembre e Decembre 1873. Roma, tipografia delle scienze matematiche e fisiche, Via Lata, Num. 211 A. 1873. In 4.
4. GLOESENER (M.) — *Études sur l'électro-dynamique et l'électro-magnétisme. Importance du principe du renversement alternatif du courant dans les électro-aimants par M. Gloesener*, ecc. Seconde édition considérablement augmentée. Bruxelles F. Hayez, imprimeur de l'Académie Royale de Belgique 1874. In 8.°
5. MANSION (D.r P.) — *Les Mathématiques en Belgique en 1872 par le D.r P. Mansion*, professeur a l'*Université de Gand*. (Extrait du *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*. Tomo VI. — Luglio 1873). Rome Typographie des Sciences Mathematiques et Physiques, Via Lata, N.° 211 A. 1874. In 8.°
6. *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*. Tome IX. 2e Cahier; Tome X. 1er Cahier. A Paris chez J.-B. Baillière, libraire de l'Académie Nationale de Médecine rue Hautefeuille, 19, ecc. 1874. In 8.°
7. NICOLAÏDÈS (N.) — *Analectes ou Mémoires et Notes sur les diverses parties des mathématiques par N. Nicolaïdès Docteur ès-Sciences Mathématiques Professeur à l'Université d'Athènes*. Treizième, et Quatorzième, Quinzième Livraisons. Athènes imprimerie Nationale 1874. In 8.°
8. *Revue Catholique*. Nouvelle série — Tome onzième. Tome XXXVIIe de toute la collection. 5me livraison — 15 Mai 1874. Louvain aux bureaux de la Revue. Librairie de Ch. Peeters. Éditeur, rue de Namur, 22, ecc. 1874. In 8.°
9. *Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux aux facultés, rue Monbazon*. N° 4. Extrait des Procès-Verbaux des Séances. Bordeaux G. Gounouilhou, imprimeur de la Société 11, rue Guiraude, 11. 1869. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE VIIª DEL 5 LUGLIO 1874

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

STUDI FISICI SULLE COMETE DEL 1874
NOTA
DEL P. ANGELO SECCHI

Due comete sono state studiate spettroscopicamente in quest'anno 1874, cioè la IIª di Tempel e la IIIª di Coggia. La prima presentandosi in ora inopportuna e per breve durata, con poco sviluppo, fu tuttavia molto importante per estendere il numero de'casi dell'analisi spettrale di questi corpi che così mostrano una somiglianza senza però una assoluta identità. L'altra per la sua lunga durata e pel grande sviluppo è stata assai opportuna per risolvere varii dubbii sulla natura della luce inviataci da questi astri. Della cometa Tempel ci limitiamo a dire che essa ebbe il solito spettro a 3 zone, ma che il posto della più vivace era quella dell'azzurro, onde si accostava piuttosto allo spettro degli idro-carburi (V. questi *Atti* Sess. Vª).

La cometa Coggia invece si prestò allo studio di varie questioni importanti che sono le seguenti. 1.° È lo spettro delle comete al loro comparire identico a quello che sviluppano appresso nella massima loro luce. 2.° Le zone sono in tutte le stesse, non solo nel posto, ma anche nella intensità ? 3.° che influenza vi ha la luce solare ? 4.° È questa luce polarizzata ? Ci proponemmo di studiare tali questioni, appena dall'effemeride si rilevò che questa cometa si sarebbe assai accostata alla terra e avrebbe preso un grande sviluppo. I risultati delle osservazioni non fallirono le nostre speranze.

Il lettore potrà vedere i particolari nel sunto del Giornale che pubblicheremo in un prossimo articolo colle figure: quì daremo solo i risultati più importanti, e sarà come una introduzione al lavoro descrittivo.

I° Lo spettro della cometa Coggia fu il solito delle altre, cioè di tre zone riferibili al carbonio e di lunghezza d'onda al principio 562,9; 516,1; 473,8 e si vide tale fino dal 16 maggio: ma vi fu notato come particolarità speciale che l'intensità delle zone non era coll'ordine solito delle altre. Infatti mentre la Tempel avea per zona più viva la zona azzurra cioè l'ultima dal lato del verde, questa invece, avea per la più viva la media nel verde. Le zone essendo noto che appartenevano al carbonio, si confrontarono varii tubi di Geissler contenenti questa sostanza combinata coll'idrogeno e coll'ossigeno. Due tubi segnati CO, e CO^2 diedero lo stesso spettro, e mostrarono la riga più viva nel verde nel luogo stesso di quella della cometa. Invece il tubo segnato HC^2 dava bensì le stesse righe, ma la più viva era nell'ultima zona ossia nel bleu. Pare che da questo si possa concludere, che la combinazione del carbonio coll'ossigeno avea nella cometa la precedenza.

II° Però tra lo spettro di questo gas e quello della cometa vi era una differenza essenziale; cioè che mentre quello del gas dava le zone vive ma di una larghezza definita e dai due lati terminate da linee taglienti o parallele, e risolubili in parte in iscannellature minori, specialmente quando il tubo era vicino alla fessura, nella cometa le zone erano continue e sfumate, e terminate in linea retta dal lato del rosso, e in forma curva dal lato del violetto (V. fig. 16 Giugno). Essendosi usato lo spettroscopio a fessura abbastanza stretta, che dava quasi separate le due del sodio, fummo convinti che tale diffusione non era difetto della definizione dell'imagine, ma vera differenza di spettro. Tale diversità è di molto peso, e ci può condurre a capire qualche cosa di questo spettro, ragionando dietro altri fatti da me segnalati sullo spettro del carbonio.

Infatti nel 1868 essendomi occupato di trarre la scintilla di un rocchetto di Rhumkorff in diversi vapori di carburi ottenni nella benzina uno spettro senza righe con tre semplici zone sfumate, a modo di ampie scannellature continue senza suddivisioni minori e più sottili come si ha nei tubi di Geissler.

Più tardi nel 1873 avendo studiato lo spettro dell'arco voltaico projettando l'imagine de'carboni sulla fessura dello spettroscopio, vidi che la parte centrale dell'arco dava uno spettro composto di due spettri sovrapposti. Cioè esso conteneva le linee vive metalliche del carbonio, proiettate sopra uno spettro a zone, le quali erano taglienti dal lato del rosso, e sfumate dal lato del violetto. Questo spettro era di grande bellezza, tanto più che le strie lineari geometriche del carbonio erano graduate in intensità anch'esse nello stesso verso.

Questo spettro composto è ora interpretato dai fisici come se fosse dovuto a due elementi: l'uno il semplice carbonio che darebbe le strie lineari, l'altro l'ossido di carbonio che darebbe le zone sfumate. Se tale interpretazione è giusta, attesochè nella cometa noi non avevamo strie lineari (almeno io non potei vederle nettamente, e tutto al più sospettarle in qualche istante), dovremmo dire che la cometa constava principalmente di ossido di carbonio in quello stesso stato che ha nell'arco elettrico, onde non dà le scannellature secondarie.

Un altra differenza era in ciò, che lo spettro del tubo CO avea anche una zona nel rosso, e questa colla fessura sulla cometa non si vedeva. L'arco elettrico de'carboni non avea nel rosso zona viva, ma una serie di piccole scannellature intermedie tra le grandi suddette, e le minutissime dei tubi di Geissler. Però ai 2 Luglio si mise lo spettroscopio stellare, col quale naturalmente si ebbe uno spettro confuso, mancando esso di fessura, ma molto vivo ed opportuno al mio scopo. In questo spettro le zone si manifestarono come semplici dilatazioni più vive dello spettro lineare del nucleo. Ora in esso spettro si vide marcata dal P. Ferrari e poi anche da me una sensibile dilatazione nel rosso, onde si rileva che questa zona vi era, ma non si poteva scorgere per la sua debolezza nello strumento, essendo la luce grandemente assorbita dai prismi. Il P. Ferrari scoprì pure traccia di una 4ª zona nel violetto, che corrisponderebbe pure ad una analoga del carbonio L. d'O. 430 circa.

III° Tale spettro della cometa rimase costante per tutta la sua durata, e le zone rimasero al loro posto anche quando nelle ultime sere la sua luce era cresciuta enormemente, e la luce riflessa dal sole dava sulla parte più viva del nucleo uno spettro continuo sovrapposto ad esso vivacissimo. Ma quello che ci tolse ogni dubbio si fu, che (come vedremo) osservando lo spettro con un Nicol, svaniva lo spettro continuo e restavano solo le zone. Lo spettro continuo era dunque formato da luce solare riflessa, e così veniva separata la luce solare da quella propria della cometa (V. Giornale 1° Luglio).

IV. In quanto alla polarizzazione della luce i risultati confermano quello che già avevamo trovato nella cometa del 1862, cioè che essa era assai vigorosa, ed ogni equivoco impossibile. Fu tentata una misura, ma mancando di polarimetro preciso, si valutò che la intensità de'colori del biquarzo era nella cometa la metà di quello che dava la luce di una candela riflessa da una tela incerata lustra posta avanti l'obiettivo ad angolo di 45.° La cometa nel rosso s'impallidiva molto più che nel verde, il che si capisce, essendo il suo color proprio verde. E questo colore dovea restare più vivo, come quello che dovuto a luce propria non soffriva polarizzazione (2 Luglio), tutta l'aureola era polarizzata, ma lo era anche il nucleo, perchè questo pure perdeva di luce nel rosso grandemente sotto al polariscopio.

Se non che per ravvisare la polarizzazione non occorrevano mezzi delicati. Ai 3 Luglio si trovò che col prisma semplice di Nicol la luce diminuiva di $\frac{3}{4}$, ma a pezze quà e là. Svaniva cioè quasi tutta l'aureola, e restava solo il nucleo col ventaglio. Il piano di polarizzazione passava per l'asse della coda al suo principio, cioè pel sole.

Ma quello che fu più istruttivo fu l'osservazione fatta collo spettroscopio unito al polariscopio. Siccome lo spettroscopio a fessura indeboliva molto lo spettro, così feci uso dello spettroscopio stellare, che però essendo senza fessura non poteva dare linee ben decise; ma pur poteva rispondere al quesito. Lo spettro infatti presentavasi luminoso assai, ma le zone erano tanto diffuse che appena si risolvevano in regioni più vive, una delle quali toccava l'altra. Ma col Nicol la scena era ben diversa; in certa posizione spariva tutta la luce diffusa, e non restava che una bella zona verde e il rudimento delle altre due laterali, e la centrale era ben definita e pura.

Mi pare che questa sperienza parla assai chiaro, e ci insegna che la luce delle zone è la propria della cometa, e che non è polarizzata mentre tutto il resto è più o meno luce solare riflessa.

V. Una delle particolarità curiose delle comete è quello di mostrare un *nucleo* che fa sembrare un corpo solido, e su cui sono discordantissimi i giudizi degli astronomi. Volli pertanto vedere se la presente avesse una regione che potesse dirsi solida. Abbiamo per ciò misurato, il P. Ferrari ed io l'apparente diametro del nucleo con diversi ingrandimenti. Col 200 essa presentava al 1° Luglio un nucleo di circa 8''. 44 con un ventaglio di 19''. 12, ben inteso che queste misure sono prese alla meglio, non essendo i limiti ben definiti in nessuno dei due. Ma la sera del 4 fu studiato questo punto con fortissimi ingrandimenti. Con 600 volte il disco della cometa era come un globulo sfumato che si scioglieva superiormente nella raggiera e grosso al più 0''. 6. Con mille volte poi non vi era più punto brillante, ma una semplice nebbia indecisa sotto, e sfumata sopra, un poco più viva nel mezzo. L'aria era buona. Ora conoscendo noi la nettezza con cui vedonsi nel nostro refrattore i satelliti di Giove, e i piccoli asteroidi, ne concludemmo che punto solido non esisteva, che fosse comparabile a questi, e che tutto era una massa gassosa, solo un poco più condensata al luogo che costituisce il nucleo.

VI.° Quanto allo svolgimento e alle fasi della testa della cometa mi rimetto alle figure. Il ventaglio nullo da principio si andò ben pronunziando, ed aprendo, ma però sparendo talora nelle prime serate. Nelle seguenti i raggi diretti al sole non mancarono mai, costituendo una apertura non costante, ma variabile da sera a sera. Nelle ultime serate però i raggi si mostrarono decisamente

curvilinei (V. figure). L'inviluppo generale della raggera avea forma parabolica piuttosto stretta, ma nelle ultime sere si allargò assai e divenne doppio.

VII° Quanto allo svolgimento della coda crediamo importante notare le fasi seguenti. 1.° Essa cometa avea da principio la coda semplice e il massimo suo splendore era sull'asse. La parte centrale si conservò sempre la più viva fino al 15 Giugno, mentre andavasi formando frattanto e divenendo abbastanza viva la conoide esterna. 2.° Dal 16 al 18 Giugno la luce era quasi uniforme onde l'asse era luminoso quanto i lati, e anzi pareva che talora (17 Giugno) la regione centrale fosse più lucida per la sovrapposizione di due parti più vive. 3.° non fu che ai 27 Giugno in cui malgrado la Luna comparve la regione assiale della coda più oscura delle laterali. Al 4 Luglio poi questa conformazione prese uno sviluppo manifesto e senza ombra di dubbio. L'asse centrale non era sempre egualmente oscuro, ma ora più ora meno nelle diverse sere. 4.° L'ampiezza o parametro della parabola involvente si conservò assai stretto fino ai 16 Luglio in cui prese un apertura straordinaria visibile anche senza misure. 5.° Ma il fenomeno più imponente fù lo svolgimento in lunghezza della medesima, che divenne quasi doppia dal 14 al 15 come si vede nella bella tavola di Heis. Le nostre osservazioni su questa lunghezza furono poche perchè cadute in epoca dolorosa per noi, cioè quella della perdita del nostro collega il P. Rosa. Tuttavia le poche fatte combinano con quelle del sig. Heis, e anzi danno una lunghezza maggiore. Il massimo di lunghezza fu al 18 in cui arrivò a 60° toccando oltre la stella α del dragone. La discussione di queste apparenze sarà assai importante, quando sarà messa in confronto colle osservazioni fatte al Sud.

Per ora ci limitiamo a dire che tale allungamento non è spiegabile con semplice effetto di prospettiva, ma che suppone de'movimenti reali nella materia, e un grande sviluppo di essa dal nucleo nelle vicinanze del perielio. Sappiamo che essa vi passò tra l'8 e il 9 Luglio e che la massima vicinanza alla terra fu verso il 22. La massima lunghezza essendo stata ai 18, questa data non combina nè anche con l'epoca calcolata di sua massima luce che è ai 21 secondo il sig. Holetschek (A. N. n° 2002).

Un così subito sviluppo rende assai probabile che questi astri soffrano delle azioni speciali, sia dipendenti dal mezzo, sia per la forza repulsiva esercitata dall'azione solare. Dalle figure di Heis e dalle nostre misure risulta ancora, che la coda della cometa non era rigorosamente in direzione opposta al sole ma faceva un angolo di almeno 23° riferita al piano apparente visuale. Ulteriori studi fatti nell'altro emisfero faranno forse rilevare delle altre importanti particolarità.

SOPRA LA RELAZIONE FRA I MASSIMI E MINIMI DELLE MACCHIE SOLARI E LE STRAORDINARIE PERTURBAZIONI MAGNETICHE

TERZA COMUNICAZIONE

DEL P. G. STANISLAO FERRARI

Proseguo a dare i risultati dell'esame dei fatti particolari risguardanti *i* singoli periodi dell'attività solare in correlazione con quelli dell'attività magnetica manifestataci dalle straordinarie perturbazioni, quali ci vengono dati dalla curva rappresentante il numero delle macchie, o meglio dai massimi e minimi valori dell'area di superficie *perturbata* a nuova e luminosa conferma delle già esposte conclusioni intorno a quest'argomento, limitandomi in questa comunicazione all'anno 1870 nel quale continuava assai forte l'attività solare e magnetica, come vedemmo pel 1869.

E qui si deve osservare come per lo scopo prefissoci sia al tutto indifferente il seguire l'uno o l'altro de'due metodi accennati testè per lo studio dell'intima correlazione fra i fenomeni solari ed i magnetici, quello cioè dei periodi dedotti dalla curva del numero delle macchie, ovvero quello de'periodi dedotti dai massimi e minimi valori dell'area di superficie occupata o perturbata che fu seguito per l'esame di questi fenomeni nel 1869. Infatti, avendo dapprima diviso le alternative dell'attività solare secondo i valori de'numeri esprimenti il massimo e minimo della medesima si sono ottenuti pel 1870, dodici periodi compresi ciascuno fra due minimi ed un massimo intermedio. Similmente dando uno sguardo attento alla curva delle macchie pel medesimo anno essa presenta precisamente dodici grandi alternative principali a massimi e minimi assai ben decisi; quantunque all'epoca de'massimi si abbiano delle alternative secondarie che mostrano chiaramente il modo di agire di questa medesima attività nel sole. Piccole pertanto sono le differenze fra l'uno e l'altro sistema, il perchè proseguiremo la trattazione col metodo già incominciato senza però in alcun caso omettere quelle riflessioni che spontaneamente ci venissero suggerite dall'esame della curva già pubblicata, e così si verifica quanto dicemmo nella precedente comunicazione, che cioè l'un metodo compie l'altro.

Il 1° periodo pertanto si estende dai primi di Gennaio fino al 1º Febbraio. Esaminando però le osservazioni ed i disegni delle macchie dal 28 ai 31 Decembre 1869, si scorge che in quei giorni vi fu un aumento di attività sulla superficie solare, poichè mentre il 28 si aveano soli 16^{mmq} di superficie occupata ai 30 salirono a 37^{mmq} ed ai 31 ammontarono fino a 73^{mmq} (*). I primi giorni del Gennaio furono coperti e piovosi epperò non si poterono fare le osservazioni; si ebbe però ai 3 una fortissima perturbazione in tutti i magneti cominciata il 1º del mese, ma specialmente nel bifilare il quale percorse ben 67 divisioni della scala, ed una bell'aurora boreale fu osservata in Piemonte.

Dai 5 Gennaio al 1º Febbraio l'attività solare fu mediocre; si ebbero due massimi secondari l'uno sul fine della 1ª decade e l'altro verso la fine del mese. Sebbene il massimo di superficie occupata, in questo mese non abbia superato i 56^{mmq}, pure l'aspetto della superficie solare mostrava di essere assai agitata essendo, quantunque piccole, numerose le macchie, e dall'8 all'11 si formarono quasi improvvisamente due belle macchie nucleari non apparse per effetto della rotazione, ed il giorno 9 si ebbe una discreta perturbazione specialmente nel declinometro e nel bifilare, il verticale era quasi paralizzato e calante fino alla fin del mese mentre il bifilare andava sempre crescendo fino al 26, epoca di nuova attività con vari nuclei mediocri, uno grandicello e vari gruppi di punti. Da questo giorno fino alla fin del mese crebbe l'agitazione e terminossi con una forte perturbazione il 30 con aurora boreale a Stocolma, ed una fortissima il 1º Febbraio generale in tutti i magneti che finì con una grande aurora boreale osservata nella sera in tutto il Nord dell'Europa. Il giorno 1 vi era una discreta macchia all'orlo seguita il 2 da tre altre, con vive facole il che prova esservi stata assai probabilmente qualche bella eruzione all'orlo inosservata allo spettroscopio non ancora in uso giornaliero all'osservatorio, ma sensibile agli strumenti magnetici. Il tempo era bello ed alto il barometro con debolissima tramontana.

2º Periodo. Questo si estende dal 1º ai 26 Febbraio con un massimo assai forte sulla metà del mese. La superficie perturbata passò da 27^{mmq} dell'1 a 211^{mmq} il 14 e poscia rapidamente discese a soli 11 e 12^{mmq} ai 23 a 26. Il giorno 6 si mostra nell'emisfero Sud un gruppo il quale venne successivamente crescendo coll'avanzarsi della rotazione, seguita il 10 all'emisfero Nord da un altro gruppo esso pure esteso, ma sopratutto fu singolare un vastissimo ag-

(*) N. B. - La superficie occupata è espressa in millimetri quadrati. Il disco ha una superficie di millimetri quadrati 46352, 5. Il valore lineare di 1^{mm}, 08 equivale ad un raggio equatoriale terrestre cioè a 6477766 metri.

gregato di punti formatisi improvvisamente sul sole fra il 12 e il 14. Il giorno 7 il P. Secchi esaminava collo spettroscopio la grande macchia composta di 4 nuclei e notò: « un grosso fascio di veli rosati attraverso il nucleo mag- » giore e collo spettrometro si assottiglia la riga C sulla macchia. Viste pure » le righe sfumate presso il mezzo fra C e D. Diffuse le D come in Alde- » baran o quasi congiunte. Righe nel verde rinforzate ». Questo stato di agitazione sul sole fu accompagnato da una fortissima perturbazione magnetica che durò dalla notte dell'11 a tutto il 12, con calata di 37 divisioni nel bifilare e relativa alzata del verticale, ed un' aurora boreale fu vista ad Hernosand l'11 a sera. Intanto che questi gruppi dal 7 al 21 seguitarono a passare sul sole, mostrando nel loro cangiar di forma e nello spezzarsi il giorno 16 in due il maggiore di essi, quanto grande fosse lo stato di attività nell' astro la di cui superficie mostravasi ancora assai granulata, il bifilare andava rapidamente alzandosi percorrendo dal 12 al 19 ben 40 divisioni, mentre il verticale veniva lentamente calando. Ne'giorni 17 e 19 due aurore boreali furon viste la prima a Lipsia e la seconda a Stocolma. Ai 23, da 203^{mmq} di superficie perturbata del 16 ridotta a 62^{mmq} il 21, non vedeansi sul sole che alcuni pochi puntini formanti in tutto 11^{mmq} di superficie. Dal 20 al 22 il bifilare venne successivamente calando di 25 divisioni essendo ancora perturbato e rimase perturbato fino al 25. Il 25 si ebbe un'aurora boreale a Stocolma.

Il 3° periodo dedotto dai massimi e minimi valori di area perturbata corre dai 26 Febbraio fino ai 20 di Aprile, esaminando però la curva esprimente il numero delle macchie, questo periodo potrebbe suddividersi in altri tre, con minimi relativi agli 11 e 22 Marzo ed ai 16 Aprile; sono però questi appunto i giorni ne'quali si hanno tre minimi secondarii di attività solare nella superficie perturbata compresi nel periodo generale suddetto. Dal che si trae un nuovo argomento intorno alla correlazione che passa fra i due metodi da potersi indifferentemente adoprare l'uno o l'altro per lo scopo prefissoci. Per venire ai particolari di questo grande periodo di attività noi vediamo che dopo la calma dai 23 ai 26 Febbraio, ai primi di Marzo ricominciò ad apparire sul sole una quantità di macchie discrete che da 73^{mm} salirono il 5 ad una superficie complessiva di 111^{mmq}; esse costruivano generalmente de'gruppi discretamente grandi ed assai variabili nelle loro forme da un giorno all'altro, unico indizio prima dell'uso dello spettroscopio da conoscerne l'interiore attività, ma non meno sicuro, come poscia si è veduto applicandovi questo strumento. Agli 8 erano saliti a 146^{mmq}, e sul centro del

sole vedeasi una macchia assai grande nucleare con lungo strascico a piccoli nuclei ed assai variabile. Il bifilare intanto era al solito venuto salendo dal 2 al 6 e calava per converso il verticale. Agli 8 si ebbe una forte perturbazione magnetica generale di carattere aurorale, ed infatti un'aurora boreale fu vista a Stocolma ed Hernosand. Prosegue il 9 la perturbazione ed un'altra aurora fu vista nelle sopradette città ed a Greencastle. Dopo una piccola alternativa ed un minimo secondario agli 11, ecco che ai 14 ed ai 16 sviluppossi enormemente un gruppo che agli 11 avea soltanto un 30^{mmq} di superficie occupata ed il 16 giunse a 311^{mmq}. Il suo asse maggiore apparente eguagliava circa $\frac{1}{6}$ del diametro solare, cioè oltre a 37 raggi equatoriali terrestri ! Da questo tempo diventò assai ampia l'escursione diurna del verticale, oscillando fra le 15 e 30 divisioni, mentre all' epoca del minimo delle macchie solari per questo stesso mese di Marzo la sua escursione era contenuta fra le 4 e 10 divisioni. Non appena il vasto gruppo giunse all'orlo Ovest ai 20 e 21 che il bifilare di alto che era divenne calante, ed il 22 e 23 si ebbero due fortissime perturbazioni magnetiche, seguite il 24 da un'aurora boreale osservata a Stocolma e ad Hernosand.

Ai 24 manifestossi nuova attività sulla superficie solare che andò sempre aumentando fino alla fine del mese e si mantenne gagliarda fino agli 11 di Aprile, il suo massimo si ebbe ai 29 e 30 con 247^{mmq} di superficie perturbata poi si mantenne prossima ai 200^{mmq} ed un altro massimo si ebbe ai 6 Aprile con 389^{mmq}, quindi scese ad 87^{mmq} il 16 e dai 20 si ebbe il minimo di soli 34^{mmq}. A così grandi alternative dell' attività solare corrisposero esattamente quelle de'fenomeni magnetici ed aurorali. Infatti basta dare un'occhiata anche superficiale alle curve rappresentanti lo stato de'magneti in tutto questo periodo e subito si scorge quanto si siano essi risentiti per tante agitazioni sulla superficie solare. Nè furono soltanto il bifilare ed il verticale sensibili alle variazioni magnetiche, ma eziandio il declinometro mostrossi assai perturbato sia nell'ampiezza dell'escursione diurna, sia nella frequenza delle fluttuazioni. Una fortissima perturbazione aurorale si ebbe ai 28, ed ai 28 un' Aurora boreale fu veduta in più luoghi del Nord. Da questo punto si allontanano, sempre con forti escursioni, l'uno dall'altro il bifilare e il verticale, calando questo al crescere dell'altro; forti perturbazioni si hanno ai 28, 29 e 30, ed il 30 un' aurora boreale fu vista a Stocolma ed a Valentia in Irlanda.

Veramente straordinaria poi fu la generale perturbazione del giorno 5 Aprile corrispondente alla riapparizione del vasto gruppo soprannominato. Trovavasi

esso il 4 all' orlo Est circondato da molte e grandi facole indizio di molta attività, ed il 5 vedeasi grandemente cangiato dalla sua forma primitiva. Due osservazioni spettrali del P. Secchi del 4 e 5 Aprile confermano quest'attività. La sua apparizione e la perturbazione fortissima che durò dal mattino a tarda sera fu accompagnata da una grande aurora boreale. Essa fu assai brillante a Volpeglino (Piemonte) e fu osservata ancora a Venezia, Lodi e Vicenza.

Mentre io scriveva questi risultati delle mie proprie osservazioni intorno alla correlazione di questi fenomeni, nel consultare il nostro Bullettino meteorologico e precisamente la nota de'fenomeni aurorali dedotti dal Bullettino di Parigi, ecco che mi cadde sotto gli occhi la seguente nota del compianto P. Mancini colla quale conchiudeva la sua rivista del mese di Aprile di questo anno.

« L'aurora boreale del 5 è stata straordinaria ma il forte è avvenuto du-
» rante il giorno.... Anche la frequenza e la grandezza delle macchie solari
» è stata in Aprile molto notabile. Dal 25 Marzo fin verso la metà di Aprile
» si è notata nel sole un'attività straordinaria, e dal 4 al 14 non ostante il
» cattivo tempo contrario, abbiam potuto osservare una macchia di una su-
» perficie enormemente estesa. Che vi sia connessione fra questi fenomeni delle
» macchie solari, delle aurore boreali e delle perturbazioni magnetiche non
» v'è oramai più dubbio. Presentemente quello de'tre strumenti che è per-
» turbato molto sensibilmente è il declinometro, ed è ben conosciuto il pe-
» riodo di questo strumento con quello delle macchie solari. Il periodo di
» queste sul sole, è di circa 11 anni; il minimo si ebbe nel 1867, in cui av-
» venne pure il minimo della variazione diurna della declinazione ; adesso
» andiamo verso il massimo. Nello scorso anno (1869) dal 1° di Gennaio al
» 1° Maggio il numero progressivo delle macchie è stato di 52; in quest'anno,
» dentro la stessa epoca già ne contiamo 90 ». Fin quì il P. Mancini.

Anche ai 18 si ebbe una forte perturbazione ed un'aurora boreale fu vista a Stocolma.

Le osservazioni spettrali del Ch. Prof. Respighi e del P. Secchi ci mostrano che a questo periodo di attività straordinaria visibile sulla superficie solare nelle macchie e nelle facole corrispose del pari un periodo di eruzioni e protuberanze assai vive che sono il miglior criterio per giudicare dello stato di questa attività nel sole.

Il 4° periodo va dai 20 Aprile al 1° Giugno. Dal 20 Aprile ai 6 Maggio l'attività non è straordinaria, essa divien più forte dai 6 Maggio ai 28 col massimo di 210^{mmq} ai 15, e 18, e col minimo di 27^{mmq} al 1° di Giugno. Fra i 20 Aprile ed il 6 Maggio essa oscillò fra i 34^{mmq} e gli 87^{mmq}. « Le per-

» turbazioni de'magneti, osserva il sullodato P. Mancini nella rivista del Mag-
» gio di quest'anno, sono state molto più moderate che ne'mesi precedenti
» con tutto ciò se ne contano parecchie dal 2 al 4, dal 9 al 13, e dal 20
» al 23. La perturbazione del 20, che fu la più grossa, era dovuta all'appa-
» rizione d' un aurora boreale veduta al Nord d'Europa. Anche le macchie
» solari sono state molto frequenti. Durante il mese ne abbiamo contate 36,
» e dal 6 al 20 l'attività del sole è ita sempre aumentando ». Così egli.

Il giorno 13 vedeansi sul sole quattro grandi macchie con molte altre minori con 117^{mmq} di superficie, esse andarono crescendo, oltre l'apparizione di tre altri gruppi allineati; il 15 l'area perturbata salì a 210^{mmq} e così si mantenne fino al 18 per l'apparizione d' un' altra bella macchia seguita da uno strascico. Il 16 il verticale fece un'escursione in discesa di ben 55 divisioni ed il 20 percorse in salita ben 64 divisioni ed assai perturbato. L'aspetto del sole in questi giorni presentava due serie parallele di gruppi, fra i quali tre grandi, e 91 altre macchie più piccole ma discrete anch'esse. La grande perturbazione del 20 oltre alla coincidenza coll' aurora boreale trovossi ancora assai probabilmente in connessione coll'eruzione che dovette essere stata prodotta all'orlo Est dall'apparizione d'un vasto gruppo formato da 10 nuclei, tre de'quali discreti. Dal 20 al 1.º di Giugno l'attività del sole divenne sempre minore e diminuì ancora la forte agitazione ne'magneti. Tra il 27 ed il 28 il bifilare fu perturbato con discreta escursione corrispondente al minimo delle macchie e che abbiamo chiamata come di ristabilimento d'equilibrio.

Il 5.º periodo abbraccia tutto il mese di Giugno fino ai 6 di Luglio. Dall'1 al 13 si ha un piccolo periodo secondario con due minimi in questi due giorni ed un massimo il 10 con 55^{mmq} di superficie perturbata con una bella macchia nucleare ed una facola gigantesca all'Ovest. Il minimo dell' 1-3 fu di 27^{mmq}; quello del 13 fu di 32^{mmq}. L' attività crebbe d' assai ai 24 e durò fino alla fine del mese, il massimo principale fu di 126^{mmq} di superficie occupata il 24, ed il minimo si ebbe ai 5 Luglio con 35^{mmq}. « I magneti (così
» il P. Mancini) sono in uno stato di continua agitazione e le perturbazioni
» non sono grandi, ma molto frequenti. Si nota in tutti una tendenza ge-
» nerale di abbassamento incominciata dal bifilare il giorno 5 e rinforzata
» dal 13 al 23. Poi si è rilevato ma molto poco. Anche il verticale, oltre
» al divenire assai largo, dal 22 in poi è divenuto calante. Col verticale è
» divenuto calante anche il declinometro. La calata del 13 fu osservata pure
» a Livorno, quella del 19 è anche più forte ». La massima escursione del verticale giunse a 37 divisioni il 28. I bullettini di Parigi non ci danno veruno annunzio di aurore boreali.

Il 6.º periodo che corre dai 6 ai 23 di Luglio non presenta nulla di singolare ed è mediocre l'attività. Il massimo si ebbe ai 14 con 94^{mmq} di superficie occupata e i due minimi accaddero il 6 con 35^{mmq} di superficie occupata, ed il 23–25 con 36^{mmq}. Lo stato de'magneti (come osserva il più volte citato P. Mancini) in questo mese è discretamente passabile: le perturbazioni non sono grandi nè molto frequenti. Il declinometro è stato largo più che d'ordinario. Il verticale è stato anch'esso largo e molto sensibile. Nei giorni 6, 10, 11, è esagerato o crescente, e la superficie del sole è straordinariamente lucida con vive facole da per tutto e di straordinaria grandezza. Nei giorni 1, 2, 20 e 23 è basso e calante. Il bifilare poi cala dai 3 agli 11, e cresce dal 17 al 19 essendo spesso perturbato.

Il 7.º periodo va dai 23 Luglio agli 11 di Agosto. Questo potrebbe considerarsi come una continuazione del periodo precedente, mantenendosi tuttora mediocre l'attività, ma ne abbiam tenuto conto particolare essendo esso molto istruttivo riguardo al criterio che dicemmo doversi avere in questo studio, almeno per molti casi, esaminare cioè anzichè il numero, la quantità di superficie occupata o disturbata. Infatti noi vediamo dalla curva che rappresenta il numero delle macchie, come queste vennero diminuendo alquanto in questo periodo, eppure si ebbe precisamente in esso la più forte delle perturbazioni a partire da quella del 20 Giugno. Il 23 apparve all' orlo Est una piccola macchia la quale fu seguita il 24 e 25 da un altro gruppo più esteso il quale ai 27 crebbe considerevolmente e sviluppossi nella sua parte anteriore una gran macchia nucleare seguita da strascico assai variabile nelle sue forme ogni dì. Ai 28 accostavasi al meridiano centrale e nel pomeriggio ed a sera si ebbe una perturbazione generale ne'magneti, massime nel bifilare e nel verticale di carattere aurorale, e leggesi notato nel quadro delle osservazioni del P. Mancini il 29, come la superficie del sole fosse fortemente granulata, ed altri due gruppetti con facole entravano da poco all'orlo Est, grandi facole ancora vedevansi all'orlo Ovest. Da quest'epoca il verticale divenne esagerato e crescente come dicemmo, ed altre due piccole perturbazioni si ebbero il 3 ed il 10. Ai 2 eranvi sul sole cinque nuclei discreti, sempre continuavano a vedersi la superficie del sole tutta a pennacchi allungati e seminata di punti lucidi.

L'8.º periodo si estende dagli 11 Agosto ai 9 di Settembre. Esso è compreso fra due minimi assai decisi, quello cioè dell'11 con 34^{mmq} di superficie occupata e l'altro del 9 Settembre con soli 9^{mmq} e tre piccole macchiette sul sole. Il suo massimo fu assai notevole e cadde fra i 24 di Agosto ed il 3 di Set-

tembre ne'giorni 26–28 salendo fino a 300^{mmq} di superficie perturbata. Dall'11 al 24 quantunque non vi fossero ancora sul sole molte macchie, pure vedevasi la sua superficie divenire assai lucida e cospersa di una quantità di piccoli punti, indizio non dubbio della crescente sua attività dopo la calma relativa del Giugno e del Luglio. Il 20 si ebbe una discreta perturbazione aurorale, ed il 21 si ebbe una calata di 71 divisioni nel bifilare. Da ciò appariva che l'equilibrio magnetico cominciava a scuotersi in correlazione dell'aumentata attività solare. E fra tutti i magneti il bifilare è quello che si mostra , al solito , il più perturbato e variabile e le perturbazioni di questo strumento continuano sempre per più giorni. Esso fu generalmente alto dall'11 al 19 e basso e calante dal 20 al 30. Dal 23 Agosto al 3 Settembre faceano di se bella mostra quattro grandi gruppi tutti nella latitudine Nord con il massimo al 26–28 ed anche alla latitudine Sud vi erano altrettanti gruppi paralleli ma assai più piccoli. Il verticale fece una forte calata il 16 poi crebbe di nuovo sino al 21; in tutto il resto del mese poi fu oscillante ma non basso. Dai 3 di Settembre diminuirono sensibilmente le macchie ed in numero ed in superficie, passando da 126^{mmq} del 3 a 68^{mmq} il 4 a 49^{mmq} il 6 e finalmente a soli 9^{mmq} il 9. Dall'1 al 3 fu di nuovo perturbato il bifilare ed anche dal 6 al 9.

Il 9.° periodo è compreso fra il minimo precedente del 9 Settembre ed il 2 Ottobre nel qual giorno si ebbe il 2.° minimo di 39^{mmq} di superficie perturbata. Questo periodo è quello nel quale si manifesta il massimo assoluto di attività nel sole in tutto quest'anno, poichè dai 21 ai 25 la quantità dell'area di superficie occupata si mantenne prossima ai 400^{mmq} con massimo di 398^{mmq} il giorno 23. Anche il numero dei gruppi giunse al massimo di 17 nuclei principali con 119 fori o macchie minori il giorno 22. Molte osservazioni spettrali del P. Secchi mostrano per questo periodo l'esistenza di molte eruzioni metalliche.

Tenendo conto della rotazione solare apparisce manifesto come i grandi gruppi di questo periodo sono quelli che formarono il periodo precedente che ebbe il suo massimo ai 26–28 Agosto. L'aspetto però di ciascun gruppo fu assai cangiato e mostrano manifestamente, oltre le osservazioni spettrali, che furono assai grandi le crisi e le agitazioni nell'interno de'medesimi e con esse le eruzioni metalliche che le accompagnano. Il ritorno pertanto di questi gruppi cominciò il giorno 12 in cui i due primi l'uno al Nord, l'altro al Sud trovavansi all'orlo Est. Essi vennero successivamente avanzandosi ed aumentando ognora più di superficie e questo loro passaggio fu accompagnato al solito da straordinarie perturbazioni ne'magneti. Ecco come si esprime intorno a questo periodo, nella

rivista del Settembre il P. Mancini, « Il bifilare, così egli, è stato pertur-
» bato ora più ora meno dal 13 al 18, il declinometro dal 19 al 20. A inco-
» minciare dal 20 fino al 27, si è mostrata una perturbazione che a mano
» a mano ha invaso tutti tre gli strumenti ed è divenuta generale nei giorni
» 24, 25 e 26. La sera del 24 fu visibile anche in alcune città d'Italia una
» bella aurora boreale che durò fino al crepuscolo del mattino seguente. Il
» fenomeno durò a lungo oltre il solito, perchè da noi il bifilare il giorno
» 25 fu quasi sempre fuori di scala, e la perturbazione continuò a tutto il
» 26; poi abbiamo saputo che a Londra l'aurora boreale si potè osservare anche
» le sere del 25 e 26. Così essa ha durato per tre interi giorni. E conchiude
» la rivista dicendo: Chi ha potuto vedere il sole in Settembre, dalla metà
» in giù, avrà notato le numerose e grosse macchie dalle quali era ricoperto ».

Il 10.° periodo corre dal 2 al 23 Ottobre, epoca in cui fu interrotta la serie delle osservazioni al cannocchiale di Cauchoix, essendosi questo strumento trasportato ad Augusta dal P. Secchi per l'osservazione dell'Ecclisse totale di sole del 22 Decembre 1870. Questo periodo dividesi in due parti rispetto all'attività solare; la 1ª di attività mediocre dal 2 al 12 col medio valore di 70^{mmq} di superficie occupata; la 2ª di forte attività, ripresentandosi l'emisfero solare nel quale esistono le grandi macchie con altre nuove le quali chiaramente dimostrano essere la sua superficie disugualmente perturbata. Il massimo assoluto di questo semiperiodo di forte attività, accadde il giorno 22 con 232^{mmq} di superficie occupata. Dai 2 ai 15 fu opposto l'andamento del verticale e del bifilare, come suole accadere nell'epoca che precede le grandi perturbazioni, specialmente quelle che sono di carattere aurorale; il verticale cioè veniva successivamente calando e cresceva il bifilare. Il 15 si era già manifestato il periodo di attività per cinque nuovi gruppi comparsi all'orlo Est e con molte facole. Si ebbe una discreta perturbazione magnetica aurorale la sera del 14 ed un'aurora boreale fu vista a New York. Da quest'epoca fino alla fine del mese i magneti entrarono in un periodo di straordinaria agitazione e si ebbero fortissime perturbazioni il 24 e 25 fino ad uscire di scala il bifilare e il verticale; il declinometro che pure meno degli altri strumenti si risente fu assai perturbato anch'esso e giunse a 22 divisioni colla sua escursione in questi giorni. Ma ciò che merita speciale attenzione si è la perfetta coincidenza di queste straordinarie perturbazioni aurorali con due belle aurore boreali vedute anche in Roma il 24 e il 25. Esse trovansi descritte dal Ch. P. Secchi nel Bullettino meteorologico del 1870, N.° 11, e la loro apparizione coincide eziandio col gran numero di macchie che

apparvero nel mese scorso, ed anche allora furono accompagnate precisamente alla stess'epoca da belle aurore nel rimanente d'Europa.

Queste nostre considerazioni acquisteranno maggior peso dalle seguenti parole colle quali il P. Secchi conchiudeva il suo articolo intorno a questo fenomeno.

« Finalmente aggiungiamo , così l'Autore, che quest' aurora coincide con » un periodo assai ricco di macchie solari: e ciò serve a confermare quanto » altre volte fu insinuato nel Bullettino , la coincidenza cioè tra i periodi » delle macchie solari le perturbazioni magnetiche e le aurore polari. Non » è impossibile che lo stato climaterico nostro sia legato allo stato solare, » e che la sua attività mostratasi nelle macchie copiose sia riflessa da noi » nelle aurore per un'azione indiretta certamente, ma non meno efficace, e » forse anche in parte diretta per l' induzione elettrica che può esercitare » quest'astro sul nostro pianeta ».

L'11° periodo cadde nel mese di Novembre. Le osservazioni consuete delle macchie dalla fine di Ottobre fino ai 24 Novembre furono interrotte per più motivi quali furono il trasferimento del cannocchiale di Cauchoix in Sicilia, il tempo cattivo e principalmente l' immatura morte del P. Nazareno Mancini avvenuta come dicemmo ai 7 di questo mese. Dai 24 Novembre fino alla fine di Decembre le osservazioni furono fatte dal P. Giuseppe Lais D. O. con un' ottimo cannocchiale terrestre di Merz di metri 1,25 di lunghezza focale favoritoci gentilmente da S. E. il sig. Principe di Sarsina D. Pietro Aldobrandini e queste osservazioni si connettono colle passate per mezzo dell'osservazione del 13 Novembre fatta al grande Equatoriale dell'Osservatorio. Quest'osservazione è preziosa poichè ci da una nuova e luminosa conferma dell'intima correlazione fra i fenomeni magnetici e solari. Conciossiachè tre grandi perturbazioni aurorali ebbero luogo in questo mese la 1ª agli 8, la 2ª ai 14, la 3ª dai 18 ai 21. Ora l'osservazione del 13 ci mostra come il sole fosse allora in uno stato di grande attività annoverandosi su di esso 8 gruppi di numerose macchie ciascuno circondato da molte facole e tutte assai frastagliate indizio dello stato di agitazione del loro interno.

Il 12° ed ultimo periodo dell' attività solare può valutarsi dal 26 Novembre al 18 Decembre in cui si ebbe il minimo di 85^{mmq} di superficie occupata ed un massimo che durò dal 5 al 16 fra i 115 ed i 142 millimetri quadrati. Due discrete perturbazioni specialmente nel bifilare si ebbero il 5 ed il 12 con forte calata del bifilare. Fortissima poi fu la perturbazione del 16 e più ancora del 17, con la calata nel bifilare corrispose, sebbene più moderata, la

salita del verticale. Il cattivo tempo forse impedì le osservazioni delle aurore. A queste grandi calate succederono ogni volta nel bifilare altrettante salite, colla differenza però, che le discese si fanno rapidissimamente in un giorno o due, mentre al massimo di salita non giungesi che per una serie di successive ondulazioni di parecchi giorni. Quasi sempre all' alzarsi del bifilare corrispose il calare del verticale. La fortissima perturbazione del 16-17 coincideva con due enormi gruppi sul sole uno de'quali prossimo all'orlo Ovest ed accresciutosi di giorno in giorno non per effetto della rotazione, sibbene per una grande attività che mostravasi nei suoi grandi cangiamenti di forma. Assai irregolare altresì fu la distribuzione delle macchie in questo periodo alcune delle quali si videro a latitudini assai elevate oltre il consueto. Dal 18 alla fine del mese furono impedite le osservazioni dal cattivo tempo e si fu in questo mese dai 27 ai 29 che avvenne la famosa inondazione del Tevere nella città.

Eccoci al termine dell'esame circostanziato de'fenomeni solari e magnetici nel 1870 ed ognuno da se può vederne la ormai indubitata connessione. Negli anni seguenti questo esame sarà ancor più accurato e fecondo, per il sussidio aggiuntovi delle osservazioni spettroscopiche d'ogni giorno sereno, delle eruzioni e protuberanze solari; ma ciò formerà il tema delle seguenti comunicazioni. Certo, lo ripeteremo, la quasi uniforme esposizione di tali studî non può non riescire alquanto monotona, ma poco importa al viandante che il sentiero che batte non sia ameno quando egli sa che esso è l'unico che può condurlo sicuramente al termine del suo viaggio. Così talora avviene allo scienziato circa il sentiero che lo guida all'unico de'suoi desiderî qual'è la ricerca e il possesso della verità.

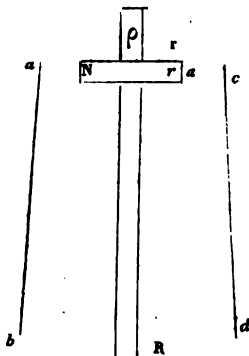
NUOVO ISTROMENTO PER LA DISTRIBUZIONE DELL' ACQUA

MEMORIA II.ª

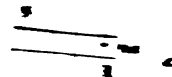
DEL PROF. CAV. GIUSEPPE OLIVIERI

ARCHITETTO-INGEGNERE

Descritto già nella prima memoria questo istrumento cui diedi il nome di regolatore idrometrico automobile non resterà che svilupparne la teoria la quale accennai avrebbe formato il soggetto di una seconda memoria. Esibisco dunque in analogia di quella descrizione la teoria matematica dell'istromento.

§. I. Coni e dischi

Indichi *a b c d* uno dei coni lungo i quali scorre il regolatore ρ; il raggio del filo metallico che congiunge i diversi dischi N ed L (vedi la memoria precedente)

r il raggio di uno dei dischi N.
r » della luce superiore del cono
R » della luce inferiore del cono
a l'area dell'intestizio fra il disco N e la luce superiore del cono, avremo

$$\pi\,(\mathrm{r}^2 - r^2) = a \qquad (1)$$

Supponiamo che quando il regolatore è in basso l'area dell'inter[illegible] fra il disco S e la luce inferiore del cono sia n volte maggiore di quel[illegible] il disco è in alto si avrà

$$\pi (R^2 - r^2) = na \qquad (2)$$

Ad un tempo perchè il passaggio dell'acqua sia regolato dalla luce $\pi (R^2 - r^2)$ ossia na conviene che essa almeno non sia più piccola della luce [illegible]riore del cono diminuita del perno di raggio ρ; onde la terza equazione di condizione

$$\pi (r^2 - \rho^2) = na \qquad (3)$$

Queste tre equazioni contengono 6 quantità ρ, r, r, R, n, a delle quali [illegible] tre si deducono le altre tre.

Per farne un applicazione suppongo siano date a, n e ρ.

Dalla (3) si ha $\pi r^2 = n a + \pi \rho^2$ quindi

$$r = \sqrt{\frac{na + \pi\rho^2}{\pi}}.$$

Dalla (1) $\pi r^2 = \pi r^2 - a$ per πr^2 sostituendo $na + \pi \rho^2$ si ottiene

$$r = \sqrt{\frac{a (n - 1) + \pi\rho^2}{\pi}}$$

Dalla (2) $\pi R^2 = na + \pi r^2$ e per πr^2 sostituendo $a(n - 1) + \pi\rho^2$ si ha

$$R = \sqrt{\frac{a (2 n - 1) + \pi\rho^2}{\pi}}.$$

Supponiamo $a = 0^{mq}, 000003$ ossia 3 millimetri quadrati, $n = 10$ e perciò l'interstiaio circolare di passaggio dell'acqua in basso = 0,000030 ossia 30 millimetri quadrati, $\rho = 0^m,0015$, si otterrà:

$$r = \sqrt{\frac{0.000030+3.1416 \times \overline{0,0015}^2}{3.1416}} = \sqrt{\frac{0.000030+0.0000069686}{3.1416}} = \sqrt{\frac{0.0000379686}{3.1416}}$$

$$= \sqrt{0.00001176} = 0.00343$$

$$r = \sqrt{\frac{0.000027 + 0.0000069686}{3.1416}} = \sqrt{\frac{0.0000339686}{3.1416}} = \sqrt{00000108}$$

$$= \sqrt{0.00001176} = 0.00329$$

$$R = \sqrt{\frac{0.000057 + 0.0000069686}{3.1416}} = \sqrt{\frac{0.0000659686}{3.1419}} = \sqrt{0.00002099}$$

$$= \sqrt{0.00002099} = 0.00458.$$

Immaginando il regolatore in basso l'area di passaggio dell'acqua sarà come fu notato $\pi(R^2 - r^2)$ e per esser due i coni $2\pi(R^2 - r^2)$ cui va applicato il coefficiente 0.73 per la contrazione della vena. Chiamando dunque V la velocità al passaggio di quest'area e Q la portata che si vuole ottenere dovrà sussistere l'equazione $2\pi(R^2 - r^2)\ 73\ V = Q$ d'onde

$$V = \frac{Q}{2\pi\ 0.73\ (R^2 - r^2)} = \frac{Q}{4.586\ (R^2 - r^2)} \qquad (4)$$

qual valore di v sostituito nella

$$S = \frac{V^2}{2g} = \frac{V^2}{19.616} = \frac{1}{19.916}\left(\frac{Q^2}{4.586\ (R^2 - r^2)}\right)^2 \qquad (5).$$

darà per S la pressione dinamica cui è dovuta la velocità V.

Nell'applicazione incominciata, sappiamo già che l'area di passaggio dell'acqua col regolatore in basso è di met. quad. 0,000030 ossia millim. quad. 30 e pei due coni met. quad. 0.000060 ed applicando il coefficiente di riduzione 0.73 si riducono a met. quad. 0.0000438. Se vogliasi ottenere una portata per es: di $\frac{1}{6}$ d'oncia (calibro acqua vergine); poichè dett'oncia = m. c. 0.000468 per 1″, la portata richiesta sarà di m. c. 0,000078 a 1″ quindi dovrà essere 0,0000438. V = 0,000078 d'onde

$$V = 1.78$$

come si sarebbe ricavato dalla (4); e finalmente per la formola (5)

$$S. = \frac{\overline{1.78}^2}{19.616} = \frac{3.1664}{19.616} = 0^m,\ 161$$

§. II. Regolatore.

Giunta la portata a questo punto dovrà il regolatore essere calcolato in modo che cominci a sollevarsi, finchè arrivato alla sua massima elevazione, la velocità all'uscita dei coni sarebbe dovuta ad una pressione n^2 volte maggiore di quella ricavata dalla (5); e proseguendo nell'applicazione incominciata a 100 volte maggiore di $0^m,161$ ossia metri 16.10.

Per calcolare dunque il regolatore supponiamo che il suo peso totale (dischi e filo metallico) sia di m grammi ossiano 1000 m milligrammi che divisi per l'area x del disco L espressa in millimetri quadrati darà l'altezza d, espressa pure in millimetri, della colonna premente sotto il disco, quando esso è sostenuto dalla corrente. Questa colonna dunque sarà di un altezza S' espressa in millimetri da

$$S' = \frac{1000\,m}{x} \qquad (6)$$

che nel nostro caso sono $S' = 27.97$ millimetri.

Di più chiamando A la sezione interna del tubo I espressa parimenti in millimetri adottando il solito coefficiente 0.73 per la contrazione della vena e ricordando che la forza acceleratrice della gravità somministra $2g = 19.616$; per ottenere la portata stabilita Q dovrà verificarsi l'equazione

$$0.73\,(A - x)\sqrt{19.616\,\frac{1000\,m}{x}} = Q$$

che risoluta per x darà in millimetri quadrati (purchè anche Q sia espressa in millimetri cubi)

$$x = \tfrac{1}{2}\left(2\,A + \frac{Q^2}{\overline{0.73}^2 .\,19.616 .\,1000\,m}\right) \pm \sqrt{\left[\tfrac{1}{2}\left(2\,A + \frac{Q^2}{\overline{0.73}^2 .\,19.616 .\,1000\,m}\right)\right]^2 - A^2} \qquad (7)$$

Proseguendo nell'applicazione incominciata in cui fu posta $Q = 78000$ millimetri cubi, se si supponga che il diametro interno del tubo I sia di millimetri 33 per cui $A = 855$ millimetri quadrati, e supponendo il peso m di tutto il regolatore di 20 grammi si avrà

$$x = \tfrac{1}{2}\left(1710 + \frac{(78000)^2}{209067328}\right) \pm \sqrt{\left[\tfrac{1}{2}\left(1710 + \frac{(78000)^2}{209067328}\right]^2 - 731025}$$

ossia adottando il segno inferiore

$$x = \tfrac{1}{2}\,(1710 + 29) - \sqrt{\left[\tfrac{1}{2}\,1710 + 29)\right]^2 - 731025} = 869.5 - 158.1 = 711.4 \text{ mill. quad.}$$

onde il diametro del disco L di millimetri 30.10.

Si vede poi dalla (7) che la portata Q essendo funzione di m ed x si potranno avere portate diverse cambiando valore a queste due variabili. Giova rilevare che il regolatore cominciando a salire la lettura M al manometro dovrà segnare la pressione (5) più la (6), più la colonna statica che chiameremo C dal livello del manometro stesso allo sbocco dell'acqua; ed avvertendo che la formola (5) è espressa in metri e la (6) in millimetri, la lettura in metri sarà:

$$M = \frac{1}{19.616}\left(\frac{Q^2}{4.586\,(R^2 - r^2)}\right)^2 + \frac{m}{x} + C \qquad (8)$$

e secondo l'applicazione fatta

$$M = 0^m,\,161 + 0^m,\,027 + C$$

e nel caso che il regolatore sia al sommo della corsa

$$M' = 16^m,\,00 + 0^m,\,027 + C.$$

§. 3.° Stantuffo o diaframma e peso annesso.

Resta ora a determinare il peso annesso alla stantuffo o diaframma per farlo discendere.

Chiamisi k l'area dello stantuffo espressa in millimetri quadrati.

» h la pressione in metri alla quale dovrà discendere lo stantuffo.

Indichi Π in kilogrammi i due pesi assieme che in figura indicammo con Q.

Nell'atto che Π discende dovrà vincere la pressione hk che si esercita sotto lo stantuffo: ora se si esprima in metri, poichè sopra ogni millimetro quadrato si avrebbe per un metro di altezza una pressione di mille milligrammi (ossia un grammo) così per esprimere la pressione hk in kilogrammi conviene dividerla per 1000 e si avrà $\frac{hk}{1000}$.

Di più il peso Π dovrà vincere la resistenza del rubinetto che praticamente per piccole portate per es: di un oncia (acqua paola) può assumersi per es: di kilogrammi 0.30 e finalmente la resistenza o attrito dello stantuffo il quale valuteremo per es: per kilog. 0.40 e si avrà quindi:

$$\Pi = \frac{kh}{1000} + 0.40 + 0.30. \qquad (9)$$

Per applicare anche questa formola se il diametro dello stantuffo sia di mill. 33 l'area sarà di mill. quad. 855 quindi se vogliasi che il peso discenda sotto una pressione dinamica di $h = 1^m$. sarà

$$\Pi = 0.855 + 0.40 + 0.30 = \text{kilog. } 1.55.$$

Può ora dimandarsi a che pressione salirà lo stantuffo.

Quando esso ascenderà la pressione dinamica incognita x genererà sotto lo stantuffo una pressione di kilogrammi $\frac{hx}{1000}$ la quale dovrà vincere il peso Π e gli attriti 0.40, 0.30 dello stantuffo e rubinetto quindi

$$\frac{xh}{1000} = \pi + 0.40 + 0.30 \qquad (10)$$

e nel nostro caso di $\Pi = 1.55$ si avrà $x = 2^m, 63$.

Giunta adunque nella camera F la pressione dinamica a metri 2.63 lo stantuffo ascenderà.

Si avverta che se lo stantuffo fosse stato del sistema a bicchiere supponendo il diametro del corpo di tromba come sopra di mill. 33 la sua circonferenza sarebbe stata di mill. 103 che per un altezza di cuojo per es: di 5 millimetri avrebbe dato una superficie di contatto di mill. quad. $103 \times 5 = 515$; l'attrito del cuojo col cristallo stabilito il suo coefficiente a 0.50 esprimendolo in kilogrammi sarebbe risultato di $\frac{515 \times 0.50}{1000}$ ed essendo esso proporzionale alla pressione; si sarebbe dovuta valutare la pressione dinamica che già sopra abbiamo indicato per h, più la pressione statica o l'altezza della colonna ascendente la quale supposta per es: solo di metri 4 si avrebbe:

$$\Pi = \frac{hk}{1000} + \frac{515 \times 0.50}{1000}(h + 4) + 0.30$$

ossia $x = 6^m.30$: risalirebbe cioè lo stantuffo quando nella camera F la pressione dinamica fosse giunta a metri 6.30.

Da questo poco apparisce quanto questo genere di stantuffo sarebbe svantaggioso, esigendo peso e pressioni eccedenti. Anzi conviene proscriverlo per le ragioni che il peso Π divenendo funzione dell'altezza a cui ascender deve l'acqua, l'istromento non corrisponderebbe più al suo scopo.

Al contrario sommamente utile è servirsi di un diaframma lasciandolo lento (come nei lumi a Carcel). In tal caso è evidente che il termine dipendente dall' attrito dello stantuffo svanisce e si ottiene un sistema più agile; il diaframma scenderà sotto pesi più leggieri e risalirà sotto pressioni miti.

Infatti per la discesa si avrebbe

$$\Pi = \frac{kh}{1000} + 0.30 \text{ e per } h = 1 \text{ e } k = 855; \ \Pi = 1.155 \qquad (11)$$

per la salita

$$\frac{xk}{1000} = 1.155 + 30 \quad \text{onde} \quad x = 1.70 \qquad (12)$$

La differenza fra le due altezze h ed x sotto le quali discende o ascende il diaframma è indipendente del peso Π è dalle suddette altezze e perciò costante. Infatti sottraendo la (12) dalla (11) si ottiene

$$x - h = 2.\ 0.30\ \frac{1000}{k} \qquad (13)$$

quindi detta differenza dipende solo dall'attrito del rubinetto (*) in ragione diretta e dall'ampiezza del diaframma in ragione inversa.

Resta a conoscere in quali punti della sua corsa si troverà il regolatore quando comincia ad ascendere lo stantuffo e quando incominci la discesa. Per risolvere la questione si tratta di conoscere (per es: in questo ultimo caso del diaframma) in quali punti della corsa si troverà il regolatore quando la pressione dinamica nell'interno della camera F sia di 1^m ovvero di $1^m.70$.

Abbiamo già riconosciuto come il regolatore per restar librato nella corrente, la pressione dinamica della quale siffatta corrente dipende, deve essere (insistendo sempre nella stessa applicazione) di millimetri 27.97 ossia $0^m.297$. Sottraendo questa altezza dalle due precedenti si avrà:

$$\begin{array}{r} 1^m.000 \\ -\ 0.\ 279 \\ \hline 0.\ 721 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 1^m.700 \\ -\ 0.\ 279 \\ \hline 1.\ 421 \end{array}$$

Ora ai battenti $\left\{ \begin{array}{l} 0.\ 721 \\ 1.\ 421 \end{array} \right\}$ corrispondono le velocità $\left\{ \begin{array}{l} 3.\ 760 \\ 5.\ 279 \end{array} \right.$.

L'aree x, x' che corrispondono alla portata di $\frac{1}{6}$ d'oncia o millimetri cub 78000 adottando il solito coefficiente di contrazione 0.73 risultano dalle

$$x.\ 0.73.\ 3760^m = 78000$$
$$x'\ 0.73.\ 5279 = 78000$$

d'onde

$x = 28.40$ millim. quad. per la discesa

$x' = 20.24$ » per la salita

e poichè la superficie dei dischetti che scorrono lungo i coni è di millimetri quad. 36.96 quella delle sezioni cercate dovrà essere

(*) Nel caso di uno stantuffo, all'attrito del rubinetto sarebbe di aggiungersi quello dello stantuffo ma si verificherebbe lo stesso teorema eccettuato però il caso dello stantuffo a bicchiere.

... quadrati 36.96 + 14.20 = 51.16 per la discesa

P. » 36.96 + 10.12 = 47.08 per la salita

... corrispondono i diametri di mill. { 8.06 per la discesa
7.74 per la salita }

... a quali punti dell'altezza dei coni si trovino dette sezioni si ha

... maggiore del cono mill.	9.16	Diametro minore del quale si cerca la posizione mill.	7.74
Idem minore	6.86	Diametro minore del cono	6.86
Diff.	2.30	Diff.	0.88

...chiamato a l'altezza del cono si avrà

$$\frac{a}{2.30} = \frac{x}{0.83} \text{ d'onde } x = a\,\frac{0.88}{2.30} = 0.382\,a$$

dunque il diaframma comincia a salire quando al regolatore manca 0.382 per giungere al sommo dei coni.

Similmente si ha: diametro maggiore di cui si cerca la posiziona 8.06
Diametro minore del cono 6.86
Diff. mill. 1.20

quindi

$$\frac{a}{2.30} = \frac{x}{1.20}\,;\ x = a\,\frac{1.2}{2.3} = 0.521\,a$$

ossia il diaframma comincierà a discendere quando il regolatore sarà disceso dalla base minore del cono di 0.521 della sua corsa.

Termino col fare avvertire che se le sezioni (a) siano troppo ravvicinate può fra il diaframma e il regolatore nascere un ballo o oscillazione la quale verrà comunicata al getto dell'acqua. Infatti al sollevarsi del diaframma nasce un pò di dipressione nel regolatore e abbassandosi il diaframma, il regolatore ascende un poco; quindi se le due sezioni (a) siano troppo vicine salendo per es: il diaframma , il regolatore discendendo oltrepasserà subito la sezione alla quale il diaframma deve abbassarsi. Abbassandosi questo, il regolatore tornerà ad innalzarsi e per poco oltrepasserà la sezione alla quale il diaframma deve risollevarsi e così di seguito. E facile però vedere che dette sezioni possono rendersi più lontane sia aumentando la differenza $x - h$ (13) sia aumentando la lunghezza a dei coni. Del resto la portata sarebbe in media anche in questo caso quella stabilita.

ALCUNE RICERCHE INTORNO AL LUOGO GEOMETRICO DEI FUOCHI DELLE LINEE E SUPERFICIE DEL SECOND' ORDINE

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI

1. È noto che nel piano delle linee del second'ordine esistono due punti i quali congiunti con un punto qualunque di esse curve si ottiene per espressione della distanza una funzione razionale e lineare delle coordinate. Ma i punti che godono di questa proprietà particolare non sono soltanto quelli che si trovano nel piano della curva, perchè ve ne sono pure degli altri i quali hanno il loro luogo geometrico sopra di un piano normale a quello che contiene la curva, ed in esso si ottengono determinate curve le quali sono egualmente di second'ordine. Questa ricerca per le sole curve e per casi particolari è stata fatta fino dal 1842 dal Sig. Vachette, come si legge alla pag. 417, tomo I dei Nuovi Annali publicati in Parigi da Terquem e Gerono; e qui riprenderemo questa determinazione trattandola generalmente, ed estendendo queste ricerche anche alle superficie del second'ordine.

2. Sia MN l'arco di una linea qualunque del second' ordine esistente sul piano XY, e di un suo punto siano x, y le coordinate. Poniamo che la curva venga riferita al suo asse, onde abbiasi l'equazione:

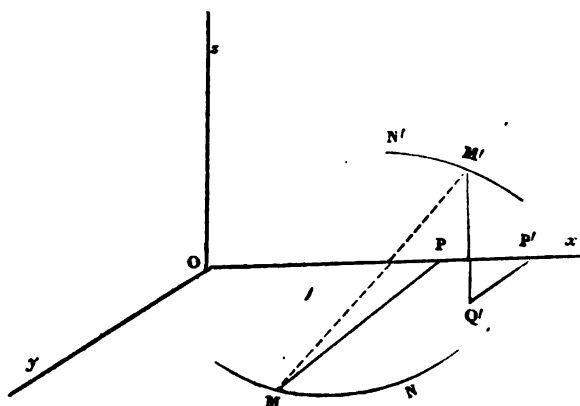
$$y^2 = n + px + qx^2. \quad (1)$$

Sia dopo ciò M' un punto posto comunque nello spazio, e si dicano

$$QP' = X, \quad P'Q' = Y, \quad Q'M' = Z$$

le sue coordinate e fatto $MM' = r$ avremo

$$r = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + Z^2}$$

dalla quale, per la (1) deduciamo

$$r^2 = n + px + qx^2 + x^2 + X^2 + Y^2 + Z^2 - 2(Xx + Y\sqrt{n + px + qx^2}). \quad (2)$$

Affinchè la r possa essere una funzione razionale e di primo grado, è necessario che sia:

$$Y = 0$$

cioè che il punto M' si trovi sul piano ZX. In questa condizione la (2) si potrà mettere sotto la forma

$$r^2 = (1 + q)\left[x^2 + \frac{p - 2X}{1 + q}\, x + \frac{n + X^2 + Z^2}{1 + q}\right]$$

la quale sarà un quadrato quando si verificherà la condizione

$$\frac{n + X^2 + Z^2}{1 + q} = \frac{1}{4}\left(\frac{p - 2X}{1 + q}\right)^2$$

dalla quale

$$4(1 + q)Z^2 + 4qX^2 + 4pX + 4n(1 + q) - p^2 = 0 \quad (3)$$

che rappresenta una linea qualunque del second'ordine, e perchè la proposta è una ellisse per $q < 0$, una iperbole per $q > 0$, ed una parabola per $q = 0$, così la (3) nel primo caso rappresenta una iperbole perchè nella ellisse è pure $q < 1$, nel secondo caso si ha una ellisse, e nel terzo una parabola. Dopo ciò la linea rappresentata dalla (3) può denominarsi la focale della (1).

La determinazione della (3) può farsi dipendere dal seguente ragionamento.

Il raggio vettore r vogliamo che sia una funzione razionale e lineare delle coordinate di un punto qualunque della linea del second'ordine, dunque generalmente è della forma

$$r = A + Bx + Cy$$

ma abbiamo ancora

$$r = \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + Z^2}$$

le quali quadrate ed eguagliate ci danno

$$(1 - B^2)x^2 + (1 - C^2)y^2 - 2(X + AB)x - 2(Y + AC + BCx)y + X^2 + Y^2 + Z^2 - A^2 = 0$$

Questa funzione non può essere razionale e lineare senza che sia

$$Y + C(A + Bx) = 0$$

ma C, Y essendo tra loro indipendenti, deve essere

$$Y = 0, \quad C = 0$$

e così l'ultima equazione si riduce a

$$(1 - B^2)x^2 + y^2 - 2(X + AB)x + X^2 + Z^2 - A^2 = 0$$

nella quale sostituito il valore della y dato dalla (1) ne risulta

$$x^2(1+q-B^2)+x[p-2(X+AB)]+X^2+Z^2-A^2+n=0$$

la quale deve verificarsi per tutti i possibili valori della x, dunque devono aver luogo le seguenti condizioni

$$1+q-B^2=0;\quad p-2(AB+X)=0;\quad X^2+Z^2-A^2+n=0$$

dalle quali

$$B=\sqrt{1+q},\quad A=\frac{p-2X}{2\sqrt{1+q}}$$

che sostituiti nella terza condizione ne risulta

$$n+X^2+Z^2=\frac{(p-2X)^2}{4(1+q)}$$

come è stato già trovato.

3. Supponiamo che la proposta sia una ellisse di equazione

$$y^2=\frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2);$$

dal confronto di questa colla (1) risulta

$$n=b^2,\quad p=0,\quad q=-\frac{b^2}{a^2}$$

i quali valori sostituiti nella (3) danno

$$\frac{X^2}{a^2-b^2}-\frac{Z^2}{b^2}=1 \qquad (4)$$

che rappresenta una iperbole la quale ha i suoi vertici nei fuochi della ellisse proposta, e per asse secondario l'asse minore della ellisse data.

Se si suppone $a=b$ la linea data è una circonferenza, e la focale è impossibile. Se poniamo nella (4) $X=a$ si ottiene

$$Z=\frac{b^2}{e}$$

e quindi pel suo parametro risulta

$$p'=\frac{2b^2}{e},$$

essendo e la distanza focale della ellisse. Dunque i vertici della ellisse sono i fuochi della iperbole focale.

Sia la iperbole

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(x^2 - a^2);$$

troveremo

$$n = -b^2, \quad p = 0, \quad q = \frac{b^2}{a^2}$$

e per questi valori la (3) diventa

$$\frac{X^2}{a^2 + b^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1, \qquad (5)$$

che rappresenta una ellisse i cui semiassi sono $\sqrt{a^2 + b^2}$, b onde i suoi vertici passano pei fuochi della iperbole data.

Se nella (5) si pone $X = a$ ne risulta

$$Z^2 = \frac{b^4}{e^2}$$

onde i vertici della iperbole data sono i fuochi della ellisse focale.

Supponiamo ora che la (1) si muti in

$$y^2 = px;$$

ovvero che sia

$$n = 0, \quad q = 0$$

otterremo allora per la (3)

$$Z^2 = p\left(\frac{p}{4} - X\right) \qquad (6)$$

che rappresenta una parabola la quale ha il suo vertice nel fuoco della parabola proposta, e si estende indefinitamente nel senso delle ascisse negative. Questa parabola focale ha la proprietà di rappresentare colle sue ordinate le lunghezze delle normali della parabola proposta, quando si considerano ascisse eguali e di segno contrario.

Questo risulta dal confronto delle due quantità

$$n = \sqrt{p\left(\frac{p}{4} + x\right)}; \quad Z = \sqrt{p\left(\frac{p}{4} - X\right)}$$

essendo n la lunghezza della normale nel punto x, y della parabola data: fatto qui $X = -x$ si ha

$$Z = \sqrt{p\left(\frac{p}{4} + x\right)}$$

Dunque la parabola focale è la parabola della scala delle normali alla proposta.

4. La lunghezza di qualunque raggio vettore verrà data da

$$r = \left(x + \frac{p - 2X}{2(1+q)}\right)\sqrt{1+q}. \qquad (6)$$

Sulla focale qualunque si considerino due punti corrispondenti alle ascisse

$$+X \; ; \; -X$$

per la (6) avremo

$$r = x\sqrt{1+q} + \frac{p}{2\sqrt{1+q}} - \frac{X}{\sqrt{1+q}}$$

$$r_1 = x\sqrt{1+q} + \frac{p}{2\sqrt{1+q}} + \frac{X}{\sqrt{1+q}}$$

le quali sommate e sottratte danno

$$r + r_1 = 2x\sqrt{1+q} + \frac{p}{\sqrt{1+q}}$$

$$r_1 - r = \frac{X}{\sqrt{1+q}}.$$

Essendo la prima indipendente da X ne segue che da un punto qualunque della linea data guidati i raggi vettori a due punti della focale corrispondenti ad ascisse eguali e di segno contrario la somma dei raggi vettori è costante e varia soltanto colla posizione del punto sulla linea data; e dalla seconda formola risulta che la differenza cangia valore col mutare di luogo il punto sulla focale.

5. Si dicano X, Y, Z le coordinate di qualunque punto della retta FM che partendo da un punto della ellisse va alla iperbole focale, sia M il punto dell'ellisse e venga definito da

$$OP = x, \quad PM = y$$

ed F quello della iperbole, onde sia

$$OQ = x', \quad QF = z'.$$

Le projezioni della retta FM sopra i piani coordinati zx, zy saranno

$$X = mZ + n, \quad Y = m'Z + n' \qquad (7)$$

ove m, n, m', n' si determineranno nella condizione che la retta deve pas-

sare pei punti M, F pei quali abbiamo

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\quad \frac{x'^2}{e^2}-\frac{z'^2}{b^2}=1.$$

Ora pel punto M è

$$X=x,\quad Y=y,\quad Z=0$$

e così risulta

$$x=n,\quad y=n'$$

e pel punto F

$$X=x',\quad Y=0,\quad Z=z'$$

onde

$$x'=mz'+n,\qquad 0=m'z'+n'$$

dalle quali

$$m=\frac{x'-x}{z'},\quad m'=-\frac{y}{z'}$$

e però l'equazioni (7) diverranno

$$X=\frac{x'-x}{z'}Z+x\ ;\quad Y=-\frac{y}{z'}Z+y \qquad (8)$$

Consideriamo ora che sia fisso il punto x', z' posto sulla iperbole focale, e dalle (8) ricaviamo i valori per x, y, che saranno:

$$x=\frac{Zx'-Xz'}{Z-z'},\quad y=-\frac{Yz'}{Z-z'}$$

i quali sostituiti in

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

ci danno la superficie

$$b^2(Zx'-Xz')^2+a^2Y^2z'^2-a^2b^2(Z-z')^2=0 \qquad (9)$$

che è quella di una superficie di second'ordine. La sezione principale fatta col piano ZX ci dà le due seguenti rette che s'incontrano nel punto x' z', cioè

$$Z=\frac{z'}{x'-a}X-\frac{az'}{x'-a}\ ;\quad Z=\frac{z'}{x'+a}X+\frac{az'}{x'+a}. \qquad (10)$$

Se la superficie (9) si seca con un piano perpendicolare a ZX, e che passi pel punto z', x', avremo per questo piano

$$Z - z' = m(X - x')$$

ove m è la tangente trigonometrica dell' angolo che il piano secante forma col piano XY.

Facendo coesistere questo piano colla superficie (9) ed eliminata Z ne risulta

$$b^2 (X - x')^2 (z' - mx')^2 + a^2 Y^2 z'^2 = a^2 b^2 m^2 (X - x')^2$$

da cui

$$a Y z' = \pm b (X - x) \sqrt{a^2 m^2 - (z' - mx')^2}$$

che per tutti i valori di m i quali soddisfanno alla condizione

$$am > z' - mx'$$

rappresenta due rette giacenti sul piano XY e sono projezioni delle linee che limitano la sezione.

Dunque la (9) rappresenta una superficie conica. È poi facile di mettere l'equazione (9) sotto la solita forma, poichè basta osservare essere

$$Zx' - Xz' = x'(Z - z') - z'(X - x')$$

ed allora si ottiene

$$b^2 z'^2 (X - x')^2 + a^2 z'^2 Y^2 + b^2 (x'^2 - a^2)(Z - z')^2 - 2 b^2 x' y' (Z - z')(X - x') = 0$$

la quale è omogenea rispetto le coordinate

$$X - x', \quad Y, \quad Z - z',$$

come deve essere per rappresentare una superficie conica.

Avendosi le due rette (10) è facile assegnare la posizione dell'asse del cono, e come esso debba variare di luogo al cangiare del punto x', z' sulla iperbole:

$$\frac{x'^2}{a^2 - b^2} - \frac{z'^2}{b^2} = 1.$$

Dalle due equazioni (10) sappiamo essere

$$\tang \alpha = \frac{z'}{x' - a}, \quad \tang \beta = \frac{z'}{x' + a}$$

e perchè $2\varphi = \alpha - \beta$ sarà

$$\tang 2\varphi = \frac{2az'}{x'^2 + z'^2 - a^2}$$

ma per la iperbole focale abbiamo

$$x'^2 + z'^2 - a^2 = \frac{a^2 z'^2 - b^4}{b^2}$$

onde

$$\tang 2\varphi = \frac{2ab^2 z'}{a^2 z'^2 - b^4} \qquad (11)$$

che per $z' = 0$, è $\tang 2\varphi = 0$ come doveva essere, perchè il cono è ridotto ad un piano.

Questa funzione dell'angolo al vertice del cono diminuisce al crescere di z', e come questa ha per limite l'infinito, così quella tende al limite zero, il che apparisce chiaramente quando la funzione (11) si ponga sotto la forma

$$\tang 2\varphi = \frac{2ab^2}{z'} : \left(a^2 - \frac{b^4}{z'^2}\right)$$

Quando si faccia

$$a^2 z'^2 - b^4 = 0$$

risulta $\varphi = \frac{\pi}{4}$, onde per tutti i valori di $z' < \frac{b^2}{a}$ il cono è ottusangolo, e per $z' > \frac{b^2}{a}$ è acutangolo.

Se nella (11) si pone $z' = \frac{b^2}{e}$, valore corrispondente ad $x = a$ troviamo

$$\tang 2\varphi = \frac{2ae}{b^2}$$

che vale per un determinato cono.

Ora essendo

$$\tang 2\varphi = \frac{2 \tang \varphi}{1 - \tang^2 \varphi}$$

ne dedurremo

$$\tang \varphi = \cot 2\varphi \pm \frac{1}{\sen 2\varphi},$$

ma essendo

$$\frac{\sen^2 2\varphi}{4a^2 b^4 z'^2} = \frac{\cos^2 2\varphi}{(a^2 z'^2 - b^4)^2} = \frac{1}{(a^2 z'^2 + b^4)^2}$$

sostituendo otterremo

$$\tang \varphi = \frac{a^2 z'^2 - b^4}{2ab^2 z'} \pm \frac{a^2 z'^2 + b^4}{2ab^2 z'}$$

dalla quale

$$\tang \varphi_1 = \frac{az'}{b^2}, \quad \tang \varphi_2 = \frac{b^2}{az'} \qquad (12)$$

Il primo di questi valori cresce colla z' ed appartiene al complemento dell'angolo che la bisettrice fa con un lato del cono, e l'altro che diminuisce al crescere di z', appartiene all'angolo AFL.

Per avere l'angolo che la bisettrice, od asse del cono forma coll'asse delle ascisse osserveremo essere

$$\operatorname{tang}\gamma = \operatorname{tang}(\beta + \varphi)$$

e quindi

$$\operatorname{tang}\gamma = \frac{b^2 x' + a(z'^2 + b^2)}{z'(e^2 + ax')}$$

ma per la equazione della iperbole focale è

$$z'^2 + b^2 = \frac{b^2 x'}{e^2}$$

che sostituito a riduzioni eseguite si ha

$$\operatorname{tang}\gamma = \frac{b^2 x'}{e^2 z'}. \qquad (13)$$

E quando si esprime in funzione della sola ascissa troveremo

$$\operatorname{tang}\gamma = \pm \frac{bx'}{e\sqrt{x'^2 - e^2}}$$

che posto sotto la forma

$$\operatorname{tang}\gamma = \pm \frac{b}{e\sqrt{1 - \frac{e^2}{x'^2}}}$$

ci dà per $x' = \infty$,

$$\operatorname{tang}\gamma = \pm \frac{b}{e}.$$

Dunque la bisettrice dell'angolo al vertice del cono per $x' = \infty$ si confonde coll'assintoto della iperbole.

Si faccia

$$\mathrm{OL} = \delta$$

ne risulta

$$\delta = \frac{x' \operatorname{tang}\gamma - z'}{\operatorname{tang}\gamma}:$$

ove fatte le sostituzioni e riduzioni abbiamo

$$\delta = \frac{e^2}{x'} \qquad (14)$$

Se qui poniamo $x' = e$, $z' = 0$, risulta

$$\delta = e.$$

Dalla (14) apprendiamo che l'asse del cono non può passare pel centro della ellisse, giacchè δ non si annulla che per $x' = \infty$.

Dopo ciò, se designano X_1, Z_1, le coordinate variabili di qualunque punto dell'asse la sua equazione sarà

$$Z_1 - z' = \text{tang}\, \gamma\, (X_1 - x')$$

ovvero

$$Z_1 - z' = \frac{b^2 x'}{e^2 z'} (X_1 - x')$$

la quale può mettersi sotto la forma

$$\frac{X_1 x'}{e^2} - \frac{Z_1 z'}{b^2} = 1 \qquad (15)$$

che è l'equazione della tangente nel punto x', y' la iperbole focale: dunque i successivi assi dei coni sono le tangenti la iperbole.

6. Se questo cono venga tagliato con un piano che debba passare pel punto L, ove l'asse incontra quello delle ascisse x, e che sia perpendicolare al piano coordinato ZX, potremo riconoscere la natura della linea che chiude la sezione.

Prendendo in questo piano secante le coordinate, e rappresentando per θ l'angolo ch'esso forma col piano XY, avremo con facilità

$$X = X' \cos\theta + \delta, \quad Z = -X' \,\text{sen}\, \theta \qquad (15)$$

essendo X' la nuova ascissa.

L'equazione (9) si ponga sotto la forma

$$AX^2 + BY^2 + CZ^2 + DZX + EZ + F = 0$$

ove

$$A = b^2 z'^2, \quad B = a^2 z'^2, \quad C = b^2(x'^2 - a^2), \quad D = -2b^2 z' x', \quad E = 2a^2 b^2 z', \quad F = -a^2 b^2 z'^2$$

e sostituendo le (15) ne risulta

$$(A\cos^2\theta + C\,\text{sen}^2\theta - D\,\text{sen}\,\theta\cos\theta)X^2 + BY^2 + (2A\delta\cos\theta - D\delta\,\text{sen}\,\theta - E\,\text{sen}\,\theta)X + A\delta^2 + F = 0 \quad (16)$$

che è una linea del second'ordine. Ora se poniamo la condizione

$$2 A \delta \cos \theta - (E + D \delta) \operatorname{sen} \theta = 0$$

da cui

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{2 A \delta}{E + D \delta} \qquad (17)$$

abbiamo quelle curve soltanto che sono dotate di centro, ed è posto sull'asse.

Se nella (17) poniamo i valori di A, D, E, δ troveremo

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{e^2 z'}{b^2 x'} = \cot \gamma; \qquad (18)$$

dunque il piano secante è perpendicolare all'asse.

La (16) in questo caso si riduce a

$$(A \cos^2 \theta + C \operatorname{sen}^2 \theta - D \operatorname{sen} \theta \cos \theta) X^2 + BY^2 + A \delta^2 + F = 0 \qquad (19)$$

il cui ultimo termine può prendere la forma seguente

$$A \delta^2 + F = -\frac{b^2 e^2 z'^2}{x'^2} \left(\frac{a^2 x'^2}{e^2} - e^2 \right)$$

e rappresentando con ρ, ρ_1 i raggi vettori AF, A'F sarà

$$\rho = \frac{ax'}{e} - e, \quad \rho_1 = \frac{ax'}{e} + e$$

e perciò

$$A \delta^2 + F = -\frac{b^2 e^2 z'^2}{x'^2} \rho \rho_1$$

onde la (18) sarà

$$(A \cos^2 \theta + C \operatorname{sen}^2 \theta - D \operatorname{sen} \theta \cos \theta) X^2 + BY^2 = \frac{b^2 e^2 z'^2}{x'^2} \rho \rho_1 \qquad (20)$$

Se il cono fosse circolare dovrebbe essere

$$A \cos^2 \theta + C \operatorname{sen}^2 \theta - D \operatorname{sen} \theta \cos \theta = B$$

pel determinato valore di θ dato dalla (18): ma non avendo luogo questa condizione, come può facilmente essere verificato, ne siegue che la (20) rappresenta una ellisse. E difatti è facile provare che è

$$A \cos^2 \theta + C \operatorname{sen}^2 \theta - D \operatorname{sen} \theta \cos \theta > 0$$

perchè sostituiti i valori dei coefficienti si trova

$$z'^2 \cos^2 \theta + x'^2 \operatorname{sen}^2 \theta + 2 x'z' \operatorname{sen} \theta \cos \theta - a^2 \operatorname{sen}^2 \theta;$$

ovvero

$$(z' \cos\theta + x' \operatorname{sen}\theta)^2 - a^2 \operatorname{sen}^2\theta:$$

ora per la (18):

$$\operatorname{sen}^2\theta = \frac{e^4 z'^2}{e^4 z'^2 + b^4 x'^2}, \quad \cos^2\theta = \frac{b^4 x'^2}{e^4 z'^2 + b^4 x'^2}$$

i quali valori sostituiti nell'antecedente funzione essa mutasi in

$$x'^2 z'^2 (b^2 + e^2) - a^2 e^4 z'^2$$

ovvero

$$a^2 x'^2 - e^4:$$

ma essendo $a > e$, $x' > e$ ne siegue che si ha sempre

$$a^2 x'^2 - e^4 > 0.$$

7. Passiamo ora a considerare le superficie di second'ordine. Principieremo coll'osservare che a ciascuna linea del secondo ordine, corrispondendo un altra linea del medesim'ordine, che rispetto la prima gode della proprietà dei fuochi, così alla superficie generata da quelle linee devono corrispondere altre superficie di rivoluzione che siano i luoghi geometrici dei fuochi di quelle.

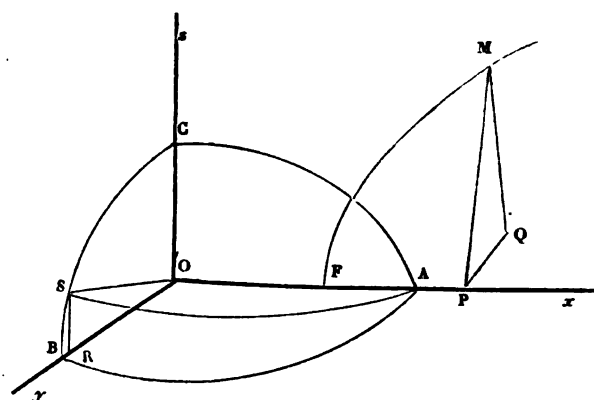
Ad una ellissoide di rivoluzione deve manifestamente corrispondere una iperboloide di rivoluzione. Ma quando la ellissoide abbia i tre suoi semi-assi disuguali, le sezioni che si ottengono col guidare un piano per l'asse delle x tra loro differiscono pei parametri, onde per questa ellissoide dobbiamo assegnare quella superficie che gode della proprietà dei fuochi. Siano pertanto per la ellissoide

$$a > b > c$$

i tre semi-assi, la sua equazione è

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1:$$

e supponiamo che un piano passi per l'asse delle x, e sia inclinato a quello delle x, y sotto un angolo m, e che tagli la superficie secondo una linea SA. Pel punto S che appartiene simultaneamente alla superficie ed all'ellisse BSC si guidi la ordinata SR, e si ponga

$$\mathrm{OS} = \delta$$

che sarà il semi–asse minore dell'ellisse AS. Per determinare questo semiasse noteremo che

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

è l'equazione della ellisse BSC, e che

$$y = \delta \cos m, \quad z = \delta \operatorname{sen} m$$

per le quali abbiamo

$$\frac{\delta^2 \cos^2 m}{b^2} + \frac{\delta^2 \operatorname{sen}^2 m}{c^2} = 1$$

e quindi

$$\delta^2 = \frac{b^2 c^2}{b^2 \operatorname{sen}^2 m + c^2 \cos^2 m}. \qquad (19)$$

Supponiamo ora che sia F il fuoco della ellisse di semi–assi a, δ ed FM l'arco della iperbole focale la quale deve giacere in un piano normale a quello nel quale giace AS: i semiassi di questa iperbole sono

$$\sqrt{a^2 - \delta^2}, \quad \delta.$$

Il piano che contiene la iperbole focale deve formare col piano delle x, y un angolo complemento di quello che ci forma il piano della corrispondente ellisse onde posto

$$OP = X, \quad PQ = Y, \quad QM = Z$$

avremo le due seguenti

$$\frac{X^2}{a^2 - \delta^2} - \frac{Y^2 + Z^2}{\delta^2} = 1, \quad \frac{Y}{Z} = \operatorname{tang} m,$$

onde dalla (19) eliminando m abbiamo

$$\frac{Y^2 + Z^2}{\delta^2} = \frac{Z^2}{b^2} + \frac{Y^2}{c^2}$$

e così per l'equazione della iporbole focale

$$\frac{X^2}{a^2 - \delta^2} - \frac{Y^2}{c^2} - \frac{Z^2}{b^2} = 1$$

nella quale dovremo sostituire il valore δ in funzione delle coordinate; il che fatto risulta

$$b^2c^2(b^2Y^2 + c^2Z^2)\,X^2 = \left[(a^2 - b^2)\,c^2Z^2 + (a^2 - c^2)\,b^2Y^2\right](b^2c^2 + b^2Y^2 + c^2Z^2) \qquad (20)$$

che è una superficie del quart'ordine, la quale per $b = c$, cioè per la ellissoide di rivoluzione, si muta in

$$\frac{X^2}{a^2 - b^2} - \frac{Y^2}{b^2} - \frac{Z^2}{b^2} = 1 \qquad (21)$$

che rappresenta la iperboloide di rivoluzione a due falde.

Se nella (20) si considerano le sezioni principali fatte coi piani ZX, XY si trovano iperboli, ma se vuolsi la sezione col piano ZY l' equazione che ne risulta è assurda.

Si prenda a considerare la intersecazione della ellissoide di rivoluzione con la focale (21): facendo

$$X = x, \quad Y = y, \quad Z = z$$

otteniamo dalla coesistenza delle rispettive equazioni

$$x^2 = \frac{2a^2(a^2 - b^2)}{2a^2 - b^2}$$

dalla quale rileviamo che la linea d'intersecazione delle due superficie è piana. Ma se consideriamo essere coesistenti le due superficie l'una (20) e l'altra la ellissoide a tre assi disuguali, eliminando la x troviamo per la projezione sul piano ZY della linea d'intersecazione, facendo per comodo

$$a^2 - b^2 = l^2, \quad a^2 - c^2 = m^2;$$

$$a^2(b^2y^2 + c^2z^2)(b^2c^2 - c^2y^2 - b^2z^2) = (l^2c^2z^2 + m^2b^2y^2)(b^2c^2 + b^2y^2 + c^2z^2) \quad (22)$$

che è una linea del quart'ordine.

Se la ellissoide è di rivoluzione, essendo allora

$$b = c, \quad l = m$$

se ne deduce, come doveva essere

$$y^2 + z^2 = \frac{b^4}{2a^2 - b^2}$$

che è quella di una determinata circonferenza.

La lunghezza del raggio vettore r, ossia la distanza tra due punti corrispondenti l'uno sull'ellisse AOS di semi-assi a, b e di coordinate x, y, z, e l'altro sulla sua focale, ossia iperbole di coordinate X, Y, Z avremo:

$$r = \frac{aX}{e} - \frac{ex}{a}$$

nella quale è

$$e = \sqrt{a^2 - \delta^2}$$

e perchè

$$\delta^2 = \frac{b^2c^2 (X^2 + Y^2)}{b^2 Y^2 + c^2 Z}$$

così risulta

$$e^2 = \frac{a^2c^2 Z^2 + b^2 (a^2 - c^2) Y^2 - b^2c^2 X^2}{b^2 Y^2 + c^2 Z^2}$$

che dovrebbe essere sostituito nella espressione che dà r.

8. Sia ora la iperboloide a due falde rappresentata dalla equazione

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \qquad (23)$$

ed immaginiamo che venga segata da un piano che passi per l'asse delle x, e faccia un angolo m col piano delle x, y avremo evidentemente

$$y = \gamma \cos m, \quad z = \gamma \operatorname{sen} m$$

essendo γ l'ordinata della iperbole esistente nel piano secante la cui equazione sarà

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{\gamma^2}{\delta^2} = 1$$

ove δ è il semi-asse secondario. Eseguendo le sostituzioni otterremo

$$x^2 - \frac{\gamma^2}{\left(\frac{b^2 c^2}{c^2 \cos^2 m + b^2 \operatorname{sen}^2 m}\right)} = 1$$

dunque

$$\delta^2 = \frac{b^2 c^2}{c^2 \cos^2 m + b^2 \operatorname{sen}^2 m}.$$

Ciò posto ne risulta che la focale della iperbole qualunque è una ellisse di semi-assi

$$\sqrt{a^2 + \delta^2}\ , \quad \delta$$

e dette X, Y, Z le coordinate di un suo punto avremo

$$\frac{X^2}{a^2 + \delta^2} + \frac{Y^2 + Z^2}{\delta^2} = 1. \qquad (24)$$

Per avere δ in funzione delle coordinate basta osservare essere

$$\text{tang}\, m = \frac{Y}{Z}$$

da cui risulta

$$\delta^2 = \frac{b^2 c^2 (Y^2 + Z^2)}{b^2 Y^2 + c^2 Z^2}$$

onde

$$a^2 + \delta^2 = \frac{b^2(a^2 + c^2) Y^2 + c^2(a^2 + b^2) Z^2}{b^2 Y^2 + c^2 Z^2}.$$

Sostituiti questi valori nella (24) otteniamo

$$\frac{(b^2 Y^2 + c^2 Z^2) X^2}{b^2 (a^2 + c^2) Y^2 + c^2 (a^2 + b^2) Z^2} + \frac{b^2 Y^2 + c^2 Z^2}{b^2 c^2} = 1$$

ovvero

$$\frac{X^2}{b^2 (a^2 + c^2) Y^2 + c^2 (a^2 + b^2) Z^2} - \frac{1}{b^2 Y^2 + c^2 Z^2} + \frac{1}{b^2 c^2} = 0 \qquad (25)$$

la quale rappresenta una superficie del quart'ordine.

Se in questa facciamo la ipotesi di $b = c$ otteniamo

$$\frac{X^2}{a^2 + b^2} + \frac{Y^2 + Z^2}{b^2} = 1$$

che è l'ellissoide di rivoluzione.

Se poniamo ancora $a = b$ nel quale caso la iperboloide proposta è generata da una iperbole equilatera, si ha egualmente una ellissoide

$$\frac{X^2}{2a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1.$$

Sia ora una iperboloide ad una falda rappresentata dalla equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1. \qquad (27)$$

Per tutte le sezioni fatte con piani guidati per l'asse Z le ellissi focali giaciono tutte sul piano XY , e perciò potremo assegnare il luogo geometrico dei vertici di queste ellissi , ovvero la linea che lega i fuochi di tutte le iperboli.

Si dica m l'angolo che il piano secante fa col piano ZX, onde sarà

$$Y = X\, \text{tang}\, m$$

designando per X, Y le coordinate di uno di quei fuochi. Se per un mo-

mento prendiamo la traccia del piano secante col piano XY per asse delle ascisse ρ sarà per la corrispondente iperbole

$$\frac{\rho^2}{\delta^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \qquad (28).$$

ove δ rappresenta il semi-asse principale. Ora essendo

$$x = \rho \cos m, \quad y = \rho \operatorname{sen} m$$

la (27) ci dà

$$\rho^2 \left(\frac{a^2 \operatorname{sen}^2 m + b^2 \cos^2 m}{a^2 b^2} \right) - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

la quale confrontata colla (28) pel semi-asse principale ci dà

$$\delta^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \operatorname{sen}^2 m + b^2 \cos^2 m}.$$

Dopo ciò è chiaro che la distanza del fuoco della iperbole della origine degli assi è

$$\delta^2 + c^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \operatorname{sen}^2 m + b^2 \cos^2 m} + c^2$$

ma

$$\operatorname{sen}^2 m = \frac{Y^2}{X^2 + Y^2}, \quad \cos^2 m = \frac{X^2}{X^2 + Y^2}$$

$$\delta^2 + c^2 = X^2 + Y^2$$

dunque risulta

$$(X^2 + Y^2)(a^2 Y^2 + b^2 X^2 - a^2 b^2) = c^2 (a^2 Y^2 + b^2 X^2) \qquad (29)$$

che rappresenta una linea del quart'ordine, i cui semi-assi sono

$$\pm \sqrt{a^2 + c^2}, \qquad \pm \sqrt{b^2 + c^2}.$$

Se poniamo $a = b$, la (29) si muta, come doveva essere, in una circonferenza, data da

$$X^2 + Y^2 = a^2 + c^2.$$

9. Sia l'iperboloide ad una falda

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

e s'immagini che per l'asse delle x venga guidato un piano che formi un

angolo qualunque m col piano delle x, y : calata dal punto x, y, z una perpendicolare ρ all'asse della x, avremo evidentemente

$$y = \rho \cos m, \quad z = \rho \operatorname{sen} m$$

e per questi valori la (30) diventa

$$\frac{x^2}{a^2} + \left(\frac{c^2 \cos^2 m - b^2 \operatorname{sen}^2 m}{b^2 c^2}\right) \rho^2 = 1 \qquad (31)$$

Considerando qui la m costante, è chiaro che nel piano secante esiste una curva, ed ogni punto di questa è dato dalle coordinate x, ρ : ora il semiasse parallelo alle ordinate

$$\delta^2 = \frac{b^2 c^2}{c^2 \cos^2 m - b^2 \operatorname{sen}^2 m}$$

può essere positivo, negativo, ed infinito.

Nel primo caso la linea data dalla (31) è una ellisse, e perchè questa abbia luogo deve essere

$$\operatorname{tang} m < \frac{c}{b}:$$

cioè le sezioni dell'iperboloide ad una falda fatte per mezzo di un piano che passi per l' asse delle x sono ellissi, quando la inclinazione al piano delle x, y è minore di quella dell'assintoto della iperbole sezione principale fatta col piano ZY. Per tutte queste sezioni la superficie focale è di quart'ordine, e per ogni valore di m, ossia per ogni ellisse, si deve ottenere una determinata iperbole.

Sia il secondo caso in cui si ha

$$\operatorname{tang} m > \frac{c}{b}:$$

la (31) allora rappresenta per ogni valore di m una iperbole, e questo ha luogo per quelle sezioni che si ottengono lorquando il piano secante forma col piano delle x, y un angolo maggiore di quello fattovi dall'assintoto. La superficie focale per queste sezioni deve essere formata di tante determinate ellissi.

Se in terzo luogo il piano secante passa per l'assintoto, abbiamo allora

$$\operatorname{tang} m = \frac{c}{b}$$

onde

$$c^2 \cos^2 m - b^2 \operatorname{sen}^2 m = 0$$

e la (31) si muta in

$$x = \pm a$$

che rappresenta due rette le quali giaciono nel piano secante e nello stesso tempo sulla iperboloide.

Da tutto ciò ne siegue che, la superficie focale dell' iperboloide ad una falda è una superficie che per un tratto ha sezioni limitate, e per altro indefinite.

Tra le sezioni che si ottengono col piano secante guidato per l'asse delle x ve n'è una circolare: difatti si ponga

$$a^2 = \frac{b^2 c^2}{c^2 \cos^2 m - b^2 \operatorname{sen}^2 m}$$

dalla quale deduciamo

$$\operatorname{tang} m = \pm \frac{c}{b} \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + c^2}}$$

da cui risulta che l'angolo m è minore di quello che col piano x, y forma il noto assintoto: e perciò questa sezione si trova tra quelle che sono ellissi, e per questa sezione la focale è impossibile.

10. Sia il paraboloide ellittico

$$\frac{y^2}{2p} + \frac{z^2}{2q} = x \qquad (32)$$

e s'immagini che venga guidato un piano per l'asse delle x che formi l'angolo m col piano delle x, y e che nella linea che contorna la sezione sia preso un punto x, y, z, il quale congiunto, colla estremità della x, ne risulta

$$y = \rho \cos m, \quad z = \rho \operatorname{sen} m$$

che sostituiti nella (32), danno

$$\rho^2 = \frac{2qp}{p \operatorname{sen}^2 m + q \cos^2 m} x \qquad (33)$$

che, per tutti i possibili valori di m rappresenta una parabola.

Per avere la linea dei fuochi corrispondente alla (33) immagineremo che per l'asse delle x sia guidato un piano perpendicolare al piano secante, e su di questo deve trovarsi la parabola

$$\gamma^2 = \alpha\left(\frac{\alpha}{4} - X\right)$$

ove γ è l'ordinata valutata nel piano perpendicolare, α è il parametro, ed X, Y, Z sono le coordinate variabili. Dopo ciò avremo

$$\gamma^2 = Y^2 + Z^2, \quad \text{e} \quad \operatorname{tang} m = \frac{Y}{Z}$$

e perciò sostituendo e riducendo otteniamo

$$(p\,Y^2 + q\,Z^2)^2 = pq\,[pq\,(Y^2 + Z^2) - 2\,X\,(p\,Y^2 + q\,Z^2)]$$

che può mettersi ancora sotto la forma seguente

$$(p\,Y^2 + q\,Z^2 + pq\,X)^2 = p^2q^2\,(X^2 + Y^2 + Z^2) \qquad (34)$$

che ci da una superficie del quart' ordine, la quale rispetto il paraboloide ellittico gode della proprietà dei fuochi.

Se in questa consideriamo le sezioni principali fatte coi piani XY, ZX si ottengono parabole, ma se consideriamo quella fatta col piano ZY alla quale corrisponde per qualunque suo punto $X = 0$ troviamo

$$(p\,Y^2 + q\,Z^2)^2 = p^2\,q^2\,(Y^2 + Z^2). \qquad (35)$$

Se diciamo r il raggio vettore, φ l'angolo da questo formato coll' asse polare avremo

$$Y = r\cos\varphi, \quad Z = r\operatorname{sen}\varphi$$

le quali espressioni sostituite nella (35) risulta

$$r = \frac{pq}{p\cos^2\varphi + q\operatorname{sen}^2\varphi} \qquad (36)$$

da cui apparisce la legge colla quale cangia di valore il raggio vettore.

Per determinare l'area racchiusa da questa linea abbiamo

$$A = \tfrac{1}{2}\int r^2\,d\varphi + C$$

la quale, per la sostituzione del valore di r diventa

$$A = \frac{p^2\,q^2}{2}\int\frac{d\varphi}{(p\cos^2\varphi + q\operatorname{sen}^2\varphi)^2} + C$$

Per integrare questa funzione la porremo sotto la seguente forma

$$\frac{d\,\varphi}{(p\cos^2\varphi + q\,\mathrm{sen}^2\varphi)^2} = \frac{\frac{1}{\cos^2\varphi}\cdot\frac{d\,\varphi}{\cos^2\varphi}}{(p + q\,\mathrm{tang}^2\,\varphi)^2}$$

ed esprimendo tutto in funzione di tangente avremo

$$\frac{d\,\varphi}{(p\cos^2\varphi + q\,\mathrm{sen}^2\varphi)^2} = \frac{(1 + \mathrm{tang}^2\,\varphi)\ d.\ \mathrm{tang}\,\varphi}{p^2\left(1 + \frac{q}{p}\ \mathrm{tang}^2\,\varphi\right)^2}$$

e quindi

$$A = \frac{q^2}{2}\int\frac{(1 + \mathrm{tang}^2\,\varphi)\ d.\ \mathrm{tang}\,\varphi}{\left(1 + \frac{q}{p}\ \mathrm{tang}^2\,\varphi\right)^2} + C$$

Ponendo

$$u = \sqrt{\frac{q}{p}}\ .\ \mathrm{tang}\,\varphi$$

otterremo

$$A = \frac{q^2}{2}\int\frac{\left(1 + \frac{p}{q}u^2\right)d\,u\sqrt{\frac{q}{p}}}{(1 + u^2)^2} + C$$

che si muterà in

$$A = \frac{\sqrt{pq}}{2}\int\frac{(q + pu^2)\ d\,u}{(1 + u^2)^2} + C$$

e quindi, per essere

$$\int\frac{d\,u}{(1 + u^2)^2} = \int\frac{d\,u}{1 + u^2} - \int\frac{u^2\,d\,u}{(1 + u^2)^2}$$

avremo

$$A = \frac{\sqrt{pq}}{2}\left[q\int\frac{d\,u}{1 + u^2} + (p - q)\int\frac{u^2\,d\,u}{(1 + u^2)^2}\right] + C$$

ma

$$d.\ \frac{u}{1 + u^2} = \frac{d\,u}{1 + u^2} - \frac{2\,u^2\,d\,u}{(1 + u^2)^2}$$

e con questa, sarà

$$A = \frac{\sqrt{pq}}{2}\left[\frac{p + q}{2}\ \mathrm{Ar\ tang}\ (= u) + \frac{q - p}{2}\ .\ \frac{u}{1 + u^2}\right] + C,$$

ed esprimendo in φ

$$A = \frac{\sqrt{pq}}{2}\left[\frac{p+q}{2}\,\mathrm{Ar\ tang}\left(=\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{p}}\,\mathrm{tang}\,\varphi\right) + \left(\frac{q-p}{2}\right)\sqrt{pq}\cdot\frac{\mathrm{tang}\,\varphi}{p+q\,\mathrm{tang}\,\varphi}\right] + C.$$

Ora essendo $\varphi = 0$, $A = 0$, risulta $C = 0$, e perciò l'area corrispondente ad un ampiezza qualunque φ è

$$A = \frac{\sqrt{pq}}{2}\left[\frac{p+q}{2}\,\mathrm{Ar\ tang}\left(=\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{p}}\,\mathrm{tang}\,\varphi\right) + \frac{q-p}{2}\sqrt{pq}\cdot\frac{\mathrm{tang}\,\varphi}{p+q\,\mathrm{tang}\,\varphi}\right]$$

Se poniamo $\varphi = \frac{\pi}{2}$ risulta

$$A = \frac{\pi}{8}(p+q)\sqrt{pq}.$$

e quando il paraboloide fosse di rivoluzione essendo allora $p = q$, abbiamo

$$A = \frac{\pi}{4}\cdot p^2.$$

11. È operazione semplice il rinvenire una equazione generale per la superficie focale di una qualunque superficie del second'ordine.

Sia perciò

$$z^2 = L + Mx + Nx^2 + Py^2 \qquad (37)$$

l'equazione che rappresenta tutte le superficie del second'ordine riferita al piano diametrale delle x, y, ed immaginiamo che per l'asse delle x sia condotto un piano secante la superficie, il quale formi col piano x, y un angolo m. La linea che termina la sezione dev'essere di second'ordine e simmetrica intorno l'asse delle x, onde se diciamo x, y, z le coordinate di qualunque punto di essa linea, e ne rappresentiamo per ρ la perpendicolare all'asse x, che risulta dal congiungere gli estremi di x, y avremo

$$\rho^2 = n + px + qx^2 \qquad (38)$$

nella quale i coefficienti n, p, q devono generalmente mutar di valore colla inclinazione del piano secante. Ora questo piano ci dà

$$y = \rho\cos. m, \quad z = \rho\,\mathrm{sen}.\, m$$

che sostituiti nella (37) abbiamo

$$\rho^2 = \frac{L + Mx + Nx}{\mathrm{sen}^2 m - P\cos^2 m}$$

per l'equazione della linea che contorna la sezione: confrontata questa colla (38) ne risultano

$$n = \frac{L}{\text{sen}^2 m - P \cos^2 m}, \quad p = \frac{M}{\text{sen}^2 m - P \cos^2 m}, \quad q = \frac{N}{\text{sen}^2 m - P \cos^2 m} \quad (39);$$

e perchè L, M, N, P sono noti, essendo data la superficie del second'ordine, restano così determinati in funzione della inclinazione del piano secante i coefficienti della sezione. Dopo ciò immaginiamo che per l'asse delle x venga guidato un piano perpendicolare al piano secante è certo che in questo si deve trovare la linea focale della (38).

Siano X, Y, Z le coordinate di qualunque suo punto, l'equazione che la rappresenta sarà data da (§. 2).

$$4\,(1 + q)\,(n + X^2 + Z'^2) = (p - 2\,X)^2 \qquad (40)$$

nella quale per n, p, q dobbiamo sostituire i valori datici dalle (39), e di più si deve notare che la Z'^2 è l'ordinata della curva valutata nel piano normale, per modo che

$$Z'^2 = Y^2 + Z^2$$

onde la (40) si muta in

$$4\,(1 + q)\,(n + X^2 + Y^2 + Z^2) = (p - 2\,X)^2 \qquad (41)$$

Prima di eseguire le sostituzioni indicate osserveremo essere

$$\text{tang}\, m = \frac{Y}{Z}, \quad \text{sen}\, m = \frac{Y}{\sqrt{Y^2 + Z^2}}, \quad \cos m = \frac{Z}{\sqrt{Y^2 + Z^2}}$$

ed avremo

$$n = \frac{L\,(Y^2 + Z^2)}{Y^2 - PZ^2}, \quad p = \frac{M\,(Y^2 + Z^2)}{Y^2 - PZ^2}, \quad q = \frac{N\,(Y^2 + Z^2)}{Y^2 - PZ^2} \qquad (42)$$

che sostituiti nella (41) otteniamo

$$4\left[1 + \frac{N\,(Y^2 + Z^2)}{Y^2 - PZ^2}\right]\left[\frac{L\,(Y^2 + Z^2)}{Y^2 - PZ^2} + X^2 + Y^2 + Z^2\right] = \left[\frac{M\,(Y^2 + Z^2)}{Y^2 - PZ^2} - 2\,X\right]^2 \quad (43)$$

per l'equazione della superficie focale, la quale appartiene al sest'ordine.

Se si parla di superficie del second'ordine dotate di centro, essendo allora $M = 0$, la (43) si muta in

$$L\,(Y^2 - PZ^2) + LN\,(X^2 + Y^2) + N\,(X^2 + Y^2 + Z^2)\,(Y^2 - PZ^2) + (Y^2 - PZ^2)^2 = 0, \quad (44)$$

che rappresenta una superficie di quart'ordine. Se poniamo che la superficie

data sia la ellissoide a tre assi disuguali, posta la sua equazione sotto la seguente forma

$$z^2 = c^2 - \frac{c^2}{a^2} x^2 - \frac{c^2}{b^2} y^2$$

otterremo

$$L = c^2, \quad N = -\frac{c^2}{a^2}, \quad P = -\frac{c^2}{b^2},$$

e fatte sostituzioni risulta

$$\left(Y^2 + \frac{c^2}{b^2} Z^2\right)\left[\left(\frac{a^2 - c^2}{a^2}\right) Y^2 + \frac{c^2 (a^2 - b^2)}{a^2 b^2} Z^2 - \frac{c^2}{a^2} X^2 + c^2\right] - \frac{c^4}{a^2} (X^2 + Y^2) = 0.$$

Fatta l' ipotesi che la superficie data sia l' ellissoide di rivoluzione intorno l'asse delle x, dovremo porre $b = c$, e così tolto il fattore comune $Y^2 + Z^2$, ne risulta facilmente

$$\frac{X^2}{a^2 - b^2} - \frac{Y^2}{b^2} - \frac{Z^2}{b^2} = 1$$

che rappresenta l'iperboloide a due falde.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE FATTE AL COLLEGIO ALLA QUERCE PRESSO FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1873. E RISPOSTA AD ALCUNE OBBIEZIONI INTORNO LE MEDESIME

DAL P. D. TIMOTEO BERTELLI B.ª

Sino dalle prime volte che io ebbi l'onore di presentare a codesta illustre Accademia alcune relazioni mensili delle mie osservazioni tromometriche, e che ricevetti benevolo incoraggiamento a questi studi dalla medesima ed in particolare da alcuni distintissimi suoi membri, mi proposi di apparecchiare un lavoro più esteso a fine di discutere più ampiamente queste mie osservazioni. Ma, impedito sempre da moltissime occupazioni, non ho mai potuto prima d'ora rimettermi quietamente al promesso lavoro, che adesso finalmente ho l'onore di presentare all'Accademia, sebbene non ancora compiuto, avendo intenzione di ciò fare durante le ferie autunnali dopo le quali ho divisato di esporre un'altra consimile discussione per l'anno meteorico corrente. Intanto a questa che ora presento, la quale riguarda l'anno meteorico 1873, premetto l'esposizione di alcune soltanto delle molteplici prove che ho istituito con ogni cura a fine di rispondere ad alcune obbiezioni, per le quali venivansi ad attribuire tutti i moti da me osservati a cagioni non endogene, ma bensì accidentali e locali. A compiere però, con più agio questo esame, il quale ora mi porterebbe troppo per le lunghe, mi è duopo rimettermi, come ho detto, ad altro tempo, desiderando specialmente per ora di presentare le curve *Tromometriche* confrontate col barometro e coi terremoti (1). D'altronde l'ispezione semplice di queste curve mi sembra che dia pur essa buon argomento per riconoscere che i moti da me osservati, per la quasi costanza della loro coincidenza generale colle onde barometriche (2), ovvero talora colle scosse di terremoto, non possono attribuirsi a cause accidentali

(1) Come altrove ho avvertito, questo vocabolo non viene da me usato se non per l'analogia delle forme dinamiche che presentano le curve dei detti moti e quelle dei veri terremoti, e per alcune altre relazioni di somiglianza: non intendo però con questo di definire un'identità di causa prossima e diretta in questi due fenomeni.

(2) Il primo cenno che pubblicai intorno a questa relazione fra i moti pendolari e le burrasche fu nel giornale *L'Opinione* del 14 Febbraio 1871.

e locali, mancando inoltre assai spesso quelle circostanze che, anche ipoteticamente, avessero potuto cagionarli. Queste cause (a quanto mi fu obiettato) sarebbero 1.º il vento, in quanto può mettere in vibrazione i fabbricati, e per mezzo di essi o altrimenti, il suolo circostante: 2.º le correnti d'aria, o fra la parte esterna ed interna della custodia degli istrumenti, o soltanto nell'interno della medesima, e ciò per effetto di disequilibrio di temperatura; 3.º i moti meccanici, o sonori ecc., prodotti accidentalmente intorno al luogo di osservazione (1). Ora per riguardo a queste cagioni di vibrazione, ho sempre affermato, ed ora ripeto (a ciò condotto solo dall'evidenza dei fatti, qui ed anche altrove osservati nel *Tromosismometro*) che l'influenza supposta non può ammettersi *per lo meno* riguardo alle vibrazioni più ampie del pendolo stesso, cioè da 1,2 in su della scala del mio istrumento. Ho detto *per lo meno*, giacchè anche per le oscillazioni più piccole ho osservato più volte non esservi coincidenza e proporzionalità colle cause indicate. Avvertasi bene che quando io parlo d'indipendenza del pendolo dalle vibrazioni meccaniche accidentali e locali, non intendo punto affermare che le medesime *in ogni caso e del tutto* si possano escludere dal piedistallo per mezzo dell'isolamento, e con tutte le cautele che altrove ho suggerito intorno alla collocazione e costruzione del medesimo (2), ma solo voglio dire che, stando ai fatti da me osservati, questo minimo residuo di vibrazione del piedistallo stesso non arriva a parteciparsi sensibilmente sino all'estremità del pendolo, e ciò unicamente per legge d'inerzia, cioè per ragione della *massa* considerevole del pendolo stesso, per la *flessibilità e lunghezza* del filo di sospensione, il quale è *appena capace di reggere il peso*, ed inoltre *per il tempo* necessario alla comunicazione del moto, non che per la *varia ed angolare direzione* delle minime vibrazioni stesse accidentali (3). Solo a fine di dichiarare meglio in qualche modo il mio concetto recherò un esempio ben noto.

Si sa che sospendendo, a guisa di pendolo, una lastra di cristallo, gravata di un peso conveniente, si può con un colpo di palla da fucile (purchè il

---

(1) V. l'*Appendice* in fine.

(2) Vedi la descrizione del Tromosismometro negli Atti dell'Accademia Pont. de'nuovi Lincei, Sessione III, del 22 Febbraio 1874.

(3) Quindi è che non esiste l'apparente contraddizione, in che taluno ha creduto trovarmi, quando in un mio articolo scrissi che anche dopo una forte vibrazione locale trovai il pendolo fermo; mentre altra volta invece ho detto, che il pendolo aveva una vibrazione appena di qualche centesimo di millimetro. Perchè quest'ultima non era che l'oscillazione propria del pendolo, già notata in quel periodo di tempo, la quale non apparendo in appresso punto modificata, dopo che era seguita la vibrazione locale, dimostrava egualmente che il moto del pendolo era affatto indipendente da essa.

proiettile abbia una sufficiente velocità) forare il cristallo stesso, senza che questo si muova o si rompa. Ciò, com'è noto, avviene pure per legge d'inerzia, per ragione della massa e per il tempo necessario alla comunicazione del moto a tutto il sistema, trattandosi di percossa istantanea. Tuttavia non si ottiene l'effetto completo, ad una data velocità della palla, se non dentro certi limiti, riguardo alla lunghezza, massa ecc. di codesta specie di pendolo. Consimile è forse la ragione per la quale il mio pendolo non risente (per quanto almeno il mio microscopio lo può dimostrare, fino cioè ad $\frac{1}{100}$ di millimetro) i tremiti locali ed accidentali, già attenuati dall'isolamento del piedistallo. Egli è poi chiaro che questo isolamento non impedisce la manifestazione delle vibrazioni sismiche e microsismiche *ordinarie* nel pendolo, le quali inoltre, sebbene siano per lo più molto brevi, pure, rispetto alle prime (le quali presentano i caratteri delle vibrazioni sonore) hanno spesso una durata d'oscillazione assai maggiore. Per simil guisa, come io ritengo, tornando ancora all'esempio proposto della lastra sospesa, questa, conservata pure nelle medesime condizioni di prima, ma diminuita soltanto la velocità del proiettile che la colpisce, può realmente sbalzare e rompersi sotto il colpo.

Sicchè, a parer mio, dopo l'isolamento, la condizione più essenziale che d'ordinario si richiede nelle osservazioni microsismiche si è appunto di *regolare la massa, e la lunghezza del pendolo in modo che il medesimo non risenta al possibile, nel luogo dove si osserva, l'effetto di vibrazioni eterogenee* (1). Quindi si vede pure che il fatto stesso, che mi fu primieramente opposto, della diversità cioè di ampiezza e di direzione osservato nei moti microscopici di pendoli che erano diversi per massa, lunghezza, mezzo e punto di sospensione ecc., non si oppone alla coesistenza di veri moti microsismici. Aggiungerò anzi che l'indicata eterogeneità di moto deve necessariamente trovarsi, qualunque sia la causa di vibrazione, come si vede anche in una lastra orizzontale vibrante, al di sotto della quale vengano sospesi diversi pendolini più o meno lunghi o pesanti; giacchè, oltre il diverso scuotimento della lastra in ciascun punto di sospensione dei pendoli stessi, secondo i *nodi* ed i *ventri* di vibrazione, è impossibile ancora, per le ragioni che ho dette, che le successive varie impulsioni vibratorie si comunichino matematicamente in egual

(1) Ritengo però che in qualche caso queste cautele non siano tutte necessarie e che ad alcune di esse si possa supplire col peso della massa pendolare, e con conveniente ingrandimento nel microscopio, riducendo però in valore angolare i moti del pendolo, per renderli al possibile comparabili con quelli di altri Osservatorii. Anche l'isolamento sarebbe superfluo in una cavità sotterranea che fosse affatto indipendente e remota da'muri dell'edificio, dal passaggio di carri ecc. (V. l'*Appendice* in fine).

tempo a ciascuna delle masse pendolari, e non si producano in esse delle collisioni e rinsacchi d'onda in tempi e modi diversi. Da ciò deriva che in brevissimo tempo (prescindendo anche dal diverso impedimento dell'aria e da altre cagioni) i detti pendoli debbono in un medesimo istante trovarsi in oscillazioni dirette in piani diversi e di varia ampiezza, tanto più che i moti tromometrici, come i veri terremoti, si succedono pur essi generalmente a brevi intervalli e in direzione angolare, secondochè l'esperienza mi ha costantemente dimostrato. Ora se ad una prima impulsione ne succede un'altra angolare, questa, secondo la varia lunghezza e massa dei pendoli, troverà alcuni di essi tuttora fermi, per ragione del tempo necessario alla comunicazione del moto, ed altri invece posti già in movimento, e questo maggiore o minore, con o senza rinsacco o collisione d'onda, ed inoltre in un punto diverso del loro arco di oscillazione. Tutto questo, come si vede, non è che una necessaria conseguenza delle leggi d'inerzia e della composizione delle forze, ed avrebbe luogo egualmente, sia pei tremiti locali sia per quelli che dipendessero da causa sismica, o altra qualsiasi (1). Molto più poi ciò deve accadere in quei luoghi nei quali al moto oscillatorio dei pendoli concorrano ad un tempo tutte queste ed altre cause di eterogeneità di movimento. Del resto sotto l'influenza di una sola ancora delle cause vibratorie che ho detto, parmi assai difficile, per non dire impossibile praticamente, formare anche due soli pendoli i quali, per riguardo al punto e filo di sospensione, alla massa pendolare ecc., si possano ritenere eguali e posti in così identiche circostanze, che dai medesimi si debba attendere una stessa forma e grandezza di moto microscopico simultaneo e costante, cosicchè il non trovare verificata questa condizione ci autorizzi a negare o affermare l'esistenza dell'una o dell'altra delle cause vibratorie accennate.

Se non che, ritornando ora al caso mio particolare, ho detto che rispetto alla prima condizione, dell'isolamento cioè dell'istrumento dall'influenza delle oscillazioni locali, io sono moralmente certo del medesimo. Fra le moltissime prove che potrei addurne (2), mi basta qui riferire soltanto quelle che con

---

(1) V. l'*Appendice* in fine.

(2) Di alcune di queste prove ho parlato già altre volte, cioè dell'invariabilità del mio pendolo, osservata più volte in occasione del transito di artiglierie per la strada di Fiesole, sulla quale trovasi il Collegio, non che nel passaggio continuo di *omnibus* e carrozze in alcuni giorni dell'anno, e di enormi pesi trascinati a rincorsa nell'atrio del Collegio stesso, a pochi metri dal Sismometro, al che potrei aggiungere il passaggio giornaliero del treno della via ferrata, la quale trovasi a non molta distanza da noi. Ommetto altre prove per non riuscire stucchevole, ed aggiungo solo in generale che non ho mai lasciato nè lascio passare circostanza particolare che mi si presenti per istudiare questo ed altri fenomeni.

moltissima mia soddisfazione ebbi l'onore di ripetere nell'Aprile scorso in presenza di un' illustre nostro collega, il chiarissimo sismologo Prof. Cav. Michele Stefano De Rossi. Da prima provai a più riprese consecutive che l'urto violento di un grosso portone rustico (il quale corrisponde a pochi metri di distanza, e si trova nello stesso muro, presso il quale sorge isolato il piedistallo del Sismometro) non faceva vibrare punto *visibilmente* l'immagine riflessa dal mercurio contenuto in una larga capsula di ferro, chiusa al disopra con mastice da una lastra di vetro, e posata sul piedistallo stesso, nè il pendolo del Tromometro (il quale allora per l'appunto si trovava completamente fermo) e che non mostrò alcuna oscillazione nè orizzontale nè verticale, entro il limite visibile di $\frac{1}{100}$ cioè di millimetro (1).

Da ultimo, per far vedere come anche nel caso che l'intensità della vibrazione locale arrivasse sino al punto di far oscillare realmente il mercurio entro la vaschetta posata sul piedistallo del Sismometro, pure il pendolo rimaneva immobile, rifeci, fra le altre, l'esperienza di produrre ripetutamente degli urti forti succussorii all'estremità più sporgente di uno scalino di pietra, tutto di un pezzo e lungo metri 1, 80, innestato (in costruzione) nella grossezza del muro, secondo l' uso toscano, e che corrisponde in alto verticalmente a lato del Sismometro, a 3 metri circa dal suolo. Or bene, dopo sei o sette prove consecutive, prolungate anche ciascuna volta notevolmente, benchè si avesse per ogni colpo evidentissima la vibrazione del mercurio sul piedistallo, pure non si potè vedere, in tutto questo tratto di tempo, di un'ora e mezzo circa, dalle prime esperienze che ho detto in poi, alcun minimo movimento nel pendolo del Tromometro, benchè per tutto questo tratto di tempo la vetrata fosse rimasta aperta, ed il calore delle persone e del lume, non che il tragittarsi intorno, avesse potuto qualche poco influire nel mettere in moto l'aria nella custodia comune degli istrumenti (2).

Quanto poi al vento, considerato come causa di vibrazione, è da notare innanzi tutto che se il medesimo agisse sul Tromometro come sul sottosuolo

---

(1) In appresso ho sperimentato che ciò avveniva pure nel filo di sospensione, sino a 3 decimetri circa al di sopra della palla del pendolo, non ostante che si producessero, esternamente alla custodia, forti vibrazioni nel suolo e nei muri, e si facesse rintronare prolungatamente la vetrata stessa. Ciò pure interveniva percotendo moderatamente con un martello da muratore il piedistallo inferiore e poi lo zoccolo e persino la colonna di ghisa (che regge i pendoli) fino all'altezza di 2 metri circa dal pavimento. Non ostante però la quiete permanente del pendolo, il mercurio posato sul piedistallo s'increspava visibilmente ad ogni percossa. Ciò prova ad evidenza il fatto e della vibrazione locale e dell'indipendenza della massa pendolare dalla medesima.

(2) Avverto però che il Tromometro insieme col suo filo di sospensione, sono inoltre riparati da un' apposita campana e da un tubo, nell' interno stesso della vetrata o custodia comune del Sismometro, dalla quale, come anche dalla campana interna, *il cannocchiale è affatto indipendente.*

per mezzo del fabbricato, o di altre parti salienti come per mezzo di altrettante leve, o come nei bastimenti per mezzo delle vele, si dovrebbe innanzi tutto per la facile conducibilità vibratoria dei solidi riscontrare una proporzionalità o relazione di moto fra le varie velocità orarie del vento, e le ampiezze corrispondenti del moto pendolare, ciò che nel mio Tromometro non si trova.

Oltre le varie prove che ne ho prese, e che discuterò più distesamente in appresso, ho fatto non ha molto per quasi due mesi 14 osservazioni giornaliere simultanee della velocità del vento e del moto tromometrico, e dalle curve costruite sulle indicazioni dei due istrumenti (l'Anemometro cioè ed il Tromometro) si rileva a colpo d'occhio che questa legge di proporzionalità o di relazione non esiste per nulla.

Questi studi comparativi spero di pubblicarli come ho detto in altra memoria: per ora mi restringo a dare quì appresso due tavole di confronto fra il vento ed i moti tromometrici pel solo anno 1873. Nella prima di esse sono segnati i giorni e le ore nei quali furono qui osservati i venti più forti, ed in corrispondenza si è notato quale era, o in ciascun momento, o nell'osservazione susseguente, il moto tromometrico (1). Nella seconda invece noto soltanto i giorni nei quali vi furono i moti tromometrici diurni maggiori, ed a qual grado giungesse la forza del vento nelle diverse osservazioni di quel giorno.

Che se invece si confrontano soltanto una o due osservazioni tromometriche diurne colla media totale delle 24 ore della velocità del vento, può benissimo comparire talvolta, ma accidentalmente a quanto mi sembra, la corrispondenza accennata. Ciò non reca maraviglia riflettendo che spesso, ma non sempre, anche quì avviene che gli abbassamenti barometrici notevoli si associno tosto o poi colla velocità locale del vento. Sebbene questo da prima si vegga non di rado spiegare soltanto in alto la sua forza, la quale allora non si manifesta che nel rapido trascorrere dei cirri e poi dei cumuli sottoposti, mentre invece a terra l'aria è ancora tranquilla.

---

(1) Si noti bene che il primo valore tromometrico appena un po' notevole, dal quale cioè io comincio a contare l'agitazione microsismica nella scala del mio istrumento è 1,8.

TAVOLA I.

Confronti fra le osservazioni dei venti più considerevoli e le tromometriche consecutive nell'anno meteorico 1873 *al Collegio alla Querce di Firenze* (1).

Data	Ora	Vento	Trom.°	Data	Ora	Vento	Trom.°	Data	Ora	Vento	Trom.°
Dic. 1872				Febbr. 1873				Marzo 1873			
1	3.48 p.	fss.	2.5	1	10.20 a.	alq. f.	1.3	3	11. 0 a.	f.	0.4
2	9. 2 a.	alq. f.	1.8	»	11.54 a.	v.	1.3	»	12. 0 m.	ass. f.	0.9
»	11.10 a.	f.	1.7	»	12. 0 m.	vss.	1.4	»	1. 0 p.	ass. f.	0.6
»	*3. 0 p.	f.	2.0	»	12.45 p.	fss.	1.5	4	6.15 a.	fss.	0.2
»	*9. 0 p.	fss.	3.0	»	12.56 p.	fss.	1.2	»	7. 4 a.	ass. f.	0.9
»	9.10 p.	fss.	3 0	5	6.14 a.	30m	1.0	»	*9. 0 a.	f.	0.3
5	12. 0 m.	f.	8.0	»	6.18 a.	21m	0.9	11	*9. 0 a.	f.	0.8
13	2.45 p.	f.	0.3	»	6.20 a.	30m	0.6	»	2.38 p.	f.	1.0
»	9.40 p.	f.	0.8	»	7. 5 a.	20m	0.7	»	5. 0 p.	ass. f.	1.1
14	6. 0 a.	f.	0.8	»	8. 0 a.	v.	0.9	»	9.49 p.	v.	0.0
»	9.27 a.	f.	2.0	»	9. 5 a.	vss.	0.9	13	11.40 a.	fss.	2.4
»	1.53 p.	f.	3.0	»	11. 5 a.	21m43	1.0	»	12. 0 m.	fss.	2.0
»	6.42 p.	fss.	1.0	»	12. 0 m.	vss.	1.2	»	12.53 p.	ass. f.	2.0
»	8.42 p.	f.	1.2	»	12.44 p.	v.	1.2	»	2. 5 p.	f.	0.0
18	3. 0 p.	fss.	1.7	»	12.48 p.	vss.	1.2	15	7. 7 a.	alq. f.	0.3
				»	1.25 p.	ass. f.	1.5	17	6.20 p.	f.	4.3
Genn. 1873				»	4. 0 p.	v.	3.0	18	7. 8 a.	ass. f.	2.8
				»	5. 8 p.	vss.	{3.5	»	12. 0 m.	ass. f.	1.0
24	4. 8 p.	v.	1.7	»	5.12 p.	vss.		23	1.30 p.	f.	0.3
»	4.35 p.	v.	1.5	»	8.45 p.	v.	3.0	»	1.53 p.	f.	0.3
»	7. 9 p.	f.	1.0	»	10.15 p.	f.	1.1	»	6.45 p.	f.	0.0
»	9.34 p.	f.	1.0	8	6.16 a.	alq. f.	1.0	24	12. 0 m.	alq. f.	0.5
25	2.17 p.	ass. f.	{1.2	»	7. 7 a.	f.	1.8	»	6. 5 p.	f.	0.6
»	2.20 p.	ass. f.		12	11.18 a.	f.	2.0	25	*3. 0 p.	f.	0.0
»	2.37 p.	fss.		»	12. 0 m.	f.	1.0	»	4.26 p.	f.	0.0
»	3. 5 p.	v.	{1.2	»	1.35 p.	f.	1.0	»	6.42 p.	f.	0.7
»	3.10 p.	v.		»	4. 7 p.	f.	1.1	»	8. 0 p.	ass. f.	0.0
»	3.34 p.	f.		»	5.30 p.	f.	1.0	26	6.30 a.	v.	0.5
»	3.50 p.	ass. f.	1.7	»	8. 7 p.	f.	1.2	»	7.15 a.	f.	0.4
»	4.20 p.	ass. f.		13	5.20 a.	v.	2.2	»	8.20 a.	f.	0.6
»	4.34 p.	fss.		»	6.50 a.	v.	2.6	»	*9. 0 a.	f.	0.1
»	4.45 p.	v.	{1.8	»	11. 0 a.	fss.	2.0	»	12. 0 m.	v.	0.0
»	4.50 p.	vss.		»	12. 0 m.	fss.	1.6	»	12.10 p.	vss.	0.0
»	5. 4 p.	v.	1.9	»	3.10 p.	ass. f.	1.1	»	1. 0 p.	ass. f.	0.8
»	10. 0 p.	f.	1.4	17	4. 0 p.	f.	1.0	»	*3. 0 p.	f.	{0.1
26	12.50 p.	fss.	1.9	18	7.10 a.	f.	0.2	»	3. 0 p.	v.	
»	1. 9 p.	v.	1.7	»	11. 0 a.	f.	1.0	»	6.48 p.	ass. f.	0.0
»	3.16 p.	ass. f.	1.8	»	12. 0 m.	f.	0.3	»	8. 0 p.	f.	0.0
»	3.50 p.	fss.	1.8	»	1. 0 p.	v.	1.0	»	*9. 0 p.	f.	0.0
»	8. 0 p.	fss.	0.6	»	4. 0 p.	fss.	1.0	27	7.33 a.	ass. f.	0.0
»	10. 0 p.	f.	1.2	27	1. 0 p.	ass. f.	1.6	»	7.52 a.	f.	
27	11.12 a.	f.	1.5					»	8. 1 a.	f.	{0.5
»	12. 0 m.	f.	1.5	Marzo 1873				»	8.13 a.	f.	
»	12.40 p.	v.	1.0					»	8.22 a.	f.	
»	4.23 p.	alq. f.	0.4	1	11. 0 a.	ass. f.	1.1	»	9. 0 a.	f.	0.0
»	5. 5 p.	f.	0.8	»	12. 0 m.	f.	1.0	»	12. 0 m.	f.	0.3
»	8. 0 p.	f.	1.0	»	12.55 p.	alq. f.	0.7	»	1. 5 p.	v.	0.0
29	12. 0 m.	f.	1.0	3	6.15 a.	fss.	1.2	»	4.45 p.	v.	0.2
»	4.10 p.	f.	0.8	»	7. 8 a.	ass. f.	0.5	28	12. 0 m.	f.	0.4

(1) In questo quadro si è chiamato alquanto forte (*alq. f.*) il vento che al mulinello di Robinson dà 5 a 6 metri di velocità al 1'': forte (*f.*) = 6 — 8m: assai forte (*ass. f.*) = 8 — 10m: fortissimo (*fss.*) = 10 — 12m: violento (*v*) = 12 — 16m : violentissimo (*vss.*) = 16 — 20m. Il di più è segnato in numeri. Inoltre sono segnati con asterisco i venti forti e fortissimi notati alle 9 a., 3 p. e 9 p. al R. Osservatorio di Firenze (V. Meteorologia Italiana).

Data	Ora	Vento	Trom.°
Marzo 1873			
28	1. 4 p.	ass. f.	0.2
»	4.45 p.	f.	0.0
29	1.30 m.	f.	0.0
»	5. 0 p.	v.	0.2
30	10.20 a.	f.	0.6
31	*3. 0 p.	f.	0.0
»	5.50 p.	ass. f.	0.4
»	8. 0 p.	f.	0.3
Aprile 1873			
3	11.55 a.	f.	0.8
»	12. 0 m.	f.	0.8
4	1.49 p.	f.	0.3
10	12. 0 m.	f.	0.6
13	4.29 a.	v.	0.5
»	*9. 0 a.	f.	0.5
»	12. 0 m.	f.	0.2
»	1.20 p.	f.	0.8
14	12. 0 m.	f.	0.2
17	12. 0 m.	fss.	1.0
27	7.40 a.	f.	1.0
»	*9. 0 a.	f.	1.3
»	12. 0 m.	f.	0.8
»	2.55 p.	f.	1.2
»	*3. 0 p.	f.	1.2
Maggio 1873			
1	2.12 p.	f.	0.0
»	3.20 p.	f.	0.0
»	5.30 p.	f.	0.0
4	1.13 p.	f.	0.0
»	*3. 0 p.	f.	0.0
»	3.24 p.	v.	0.4
»	3.30 p.	fss.	0.6
»	4.26 p.	vss.	1.2
»	6. 0 p.	f.	1.7
9	12. 0 m.	fss.	0.2
»	1.50 p.	f.	1.0
»	*3. 0 p.	f.	0.2
»	7.35 p.	fss.	0.7
»	*9. 0 p.	f.	1.5
11	7.53 a.	f.	0.5
14	12. 0 m.	f.	0.0
15	4.21 a.	ass. f.	1.5
18	4.44 p.	alq. f.	1.0
19	9.49 a.	v. breve	1.0
»	*3. 0 p.	f.	0.6
»	4.20 p.	v.	0.5
21	7.29 a.	alq. f.	0.6
»	*9. 0 a.	f.	0.6
22	11.45 a.	alq. f.	0.4

Data	Ora	Vento	Trom.°
Maggio 1873			
22	3.45 p.	f. tempest.°	0.2
23	8.25 a.	alq. f.	1.1
25	6.32 a.	v.	1.7
»	*9. 0 a.	f.	0.4
»	9.45 a.	alq. f.	0.4
»	*3. 0 p.	f.	0.3
27	12. 0 m.	f.	0.1
28	10.20 a.	f.	1.0
»	11.31 a.	v.	0.5
29	*9. 0 p.	f.	0.7
31	9. 2 a.	f.	0.6
»	10.59 a.	v.	0.3
»	11.55 a.	v.	0.4
»	5.44 p.	v.	0.8
Giug. 1873			
2	8.30 a.	f.	0.7
»	*3. 0 p.	f.	0.5
»	5.26 p.	alq. f.	0.4
3	12. 0 m.	f.	1.0
»	8.18 p.	f.	0.6
6	7.45 p.	f.	0.3
7	11.40 a.	alq. f.	0.5
»	12.17 p.	f.	0.2
»	2.23 p.	f.	0.0
8	*3. p.	f.	{1.0
»	3.10 p.	alq. f.	
13	12. 0 m.	alq. f.	2.0
»	2. 0 p.	f.	2.0
»	3. 0 p.	f.	2.0
22	12. 5 p.	f.	0.5
23	*3. 0 p.	f. qui med	1.9
29	4. 4 p.	f.	0.4
Luglio 1873			
11	3.38 p.	alq. f.	1.0
»	4. 4 p.	f.	1.1
13	10.55 a.	v.	1.0
»	7.54 p.	f.	1.2
15	*9. 0 a.	f.	1.1
»	4. 1 p.	v.	0.8
17	11. 5 a.	f.	0.7
»	12. 0 m.	v.	0.5
»	*3. 0 p.	f.	0.6
19	4. 5 p.	f.	{0.7
»	4.21 p.	f.	
»	4.34 p.	v.	
20	11.48 a.	alq. f.	0.5
25	5.50 a.	23^{m}.4	0.4
»	1. 0 p.	f.	0.3

Data	Ora	Vento	Trom.°
Agosto 1873			
2	4.45 p.	Turbine improviso	0.5
3	12. 0 m.	v.	0.0
10	10.30 a.	Uragano	1.5
11	*9. 0 a.	f.	0.6
20	6. 0 a.	v.	0.9
Sett. 1873			
2	4. 8 p.	alq. f.	0.0
7	9.15 a.	f.	1.0
15	7. 8 a.	f.	2.4
»	9.20 a.	fss.	1.8
»	12. 0 m.	f.	1.1
»	1. 5 p.	fss.	2.0
22	4.16 p.	alq. f.	0.1
24	3.31 p.	f.	0.7
»	4. 4 p.	fss.	0.6
»	*9. 0 a.	fss.	0.6
25	*9. 0 a.	f.	1.7
»	*3. 0 p.	f.	{1.0
»	3.18 p.	v.	
»	*9. 0 p.	f.	0.7
26	11.10 a.	f.	{0.9
»	11.36 a.	f.	
»	12.16 p.	f.	1.0
»	*3. 0 p.	f.	1.3
»	4. 0 p.	f.	{1.5
»	4.15 p.	f.	
27	7.15 a.	f.	0.0
»	9. 7 a.	v.	0.6
»	10. 5 a.	v.	0.7
»	11.58 a.	v.	{0.8
»	12.10 p.	fss.	
»	12.13 p.	v.	
»	12.32 p.	v.	0.9
»	2.45 p.	f.	0.9
»	5.38 p.	f.	0.5
28	8. 0 a.	f.	0.2
»	12.10 p.	ass. f.	0.5
»	4.10 p.	f.	1.3
29	5.10 p.	f.	0.6
Ottob. 1873			
9	12. 0 m.	f.	2.0
16	9.30 p.	f.	2.0
25	2. 0 p.	ass. f.	2 2
28	2.15 p.	f.	1.2
30	8. 9 a.	f.	2.5
»	6. 0 p.	ass. f.	4.0

N. B. — Per Novembre e Dicembre 1873 si daranno espresse in curva le osservazioni simultanee Anemometriche e Tromometriche, nella relazione dell'anno meteorico 1874, come già si è avvertito sopra.

TAVOLA II.

Condizioni anemometriche locali nei giorni delle maggiori agitazioni microsismiche osservate nell'anno 1873 (V. la Tavola, curva 1.ª)

4 Dic. 1872. Il vento non si ebbe quì forte che alle 3 p. ma alle 9. 2 a. era debolissimo.
7 Dic. Il vento fu assai debole tutto il giorno, anzi alle 9 a. e 2. 28 p. calma perfetta.
9 Dic. Vento debole tutto il giorno.
10 Dic. Debole tutto il giorno, meno alle 9 a. che fu forte a Firenze e qui mediocre.
11 Dic. Vento mediocre o debole tutto il giorno.
15 Dic. Come sopra.
25 Dic. Vento debole ed alle 9. 25 a. calma.
20 Gen. 1873. Vento debole o debolissimo tutto il giorno, meno a mezzodì, e dalle 4 alle 5 p. che fu forte.
21 Gen. Vento debolissimo quasi tutto il giorno meno a sera. Alle 3 ed alle 8, 35 p. vento forte, ed alle 9,54 p. violento.
22 Gen. Debole o debolissimo tutto il giorno.
3 Febbr. Il vento fu forte alle 6. 19 a. ed alle 7. 13 a., violento alle 6. 25 a. e mediocre alle 8. 12 a. Alle 7. 37 a., come nel resto della mattina e poi fino alla notte si ebbe quasi calma.
6 Febbr. Il vento fu a frequenti intervalli violento o violentissimo quasi tutto il giorno, cioè dalle 5. 30 a. fino a notte. Alle 8 a. ed alle 7. 37 p. in qualche sbuffo arrivò a 30^m al $1''$, ed alle 11. 15 a. persino a 32^m 10. Nel giorno precedente però il vento era stato quasi altrettanto gagliardo, senza che vi fosse un corrispondente movimento tromometrico.
21 Febbr. L'aria in questa giornata si mantenne quasi calma o al più in debole movimento.
25 Febbr. Non vi fu che qualche sbuffo un pò forte alle 7. 45 a.; nel resto vento debole o quasi calma.
12 Marzo. Sempre vento debole o debolissimo.
17 Marzo. Non vi fu che alle 6. 20 p. un colpo di vento forte; nel resto della giornata vento debole o debolissimo.
18 Marzo. Vento assai forte alle 7. 8 a. ed a mezzodì: nel resto, mediocre o debole.
7 Aprile. Forte da mezzodì alle 5 p.: nel resto come sopra.
22 Aprile. Debole, debolissimo o calma.
24 Aprile. Debole o debolissimo.
29 Aprile. Nelle poche osservazioni anemometriche di questo giorno il vento fu trovato debole.
8 Maggio. Aria quieta fino al tocco; poi vento più o meno gagliardo fino alle 5. 17 p., in cui fu anche violento per alcun poco.
8 Agosto. Sempre debolissimo ed una volta sola mediocre.
16 Sett. Vento forte e poi anche impetuoso dalle 10 a. alle 4 p. Piu tardi aria calma come a prima mattina.
9 Ott. Vento mediocre alle 7. 15 a. forte a mezzodì, e nel resto debole.
29 Ott. Vento mediocre o debole.
30 Ott. Alle 8. 9 a. forte a tratti; ed alle 6 p. soltanto qualche sbuffo forte.
31 Ott. Calma tutto il giorno ovvero aria appena mossa.

Se non che si potrebbe opporre che sebbene localmente l' aria sia ancor quieta, lo stesso vento però, il quale spinge le nubi in alto, venga ad urtare contro le vette della catena Apenninica, e vi produca quelle vibrazioni, le quali poi si partecipino sino alle pianure circostanti. Di questo fatto io aveva già dubitato sino dal principio, come può vedersi anche nel Bullettino meteorologico del Collegio Romano Vol. XI, N.º 12, 1872 p. 115, sebbene ciò fin d'allora mi sembrasse alquanto improbabile (1). Ora però codesta ipotesi non la posso più ammettere dopo aver osservato più volte che durante pure un'abbassamento barometrico, e nel tempo stesso delle maggiori agitazioni tromometriche, l'aria era pressochè tranquilla in tutta Italia sopra ambedue i versanti dell'Apennino. Per convincersi di ciò, oltre le curve comparative che presenterò altra volta a modo di saggio, basta confrontare anche i soli due primi mesi delle curve della tavola qui unita, coi quadri del vento pubblicati nella Meteorologia Italiana dal Prof. Cantoni per l'anno 1873.

Non intendo però negare con questo che per circostanze speciali possa in qualche luogo manifestarsi talora la proporzionalità indicata, anzi dirò in particolare che, riguardo agli Osservatorii posti sulla riva del mare, ritengo cosa molto probabile, e che meriterebbe d' essere cimentata coll' esperienza (come notai anche nel Bullettino sopra citato) che, oltre alcune speciali condizioni geologiche del suolo, le onde marine spinte ad urtare contro le spiaggie, possano, simultaneamente al soffiar del vento, far vibrare per qualche tratto le medesime (2), specialmente se si riflette che talora esse non sono realmente che vette, fianchi o altipiani di monti i quali hanno il loro declivio più o meno ripido che si prolunga sotto il piano dei flutti, verso i più bassi fondi del mare.

Posso aggiungere su questo argomento un'altra prova, non ancor accennata fin qui, intorno all'effetto nullo o impercettibile del vento sui pendoli chiusi e sostenuti da piedistalli isolati nell'interno dei fabbricati. Queste esperienze invero io le intrapresi sotto altro punto di vista, per conoscere cioè se nelle oscillazioni orizzontali e verticali dell' ago magnetico del Declinometro, possano talora agire cause semplicemente meccaniche, ed in particolare l'urto del vento contro i fabbricati. Ora il nostro piccolo Osservatorio o Padiglione magnetico,

(1) Se ciò fosse, molto più il Tromometro avrebbe dovuto risentire alcuni parziali terremoti seguiti al Mugello e ad Empoli, cioè a ben poca distanza da Firenze, il che non è intervenuto. Questo poi non dee recar maraviglia essendo ciò accaduto altrove moltissime volte in Italia nel 1873, ed anche per luoghi assai meno distanti.

(2) Sono stato assicurato che queste oscillazioni sono sensibilissime in alcuni fati isolati ed esposti al fiotto marino.

essendo isolato in mezzo alla campagna sul declivio del colle di Fiesole, si presta assai bene a questo genere di ricerche. Ebbene, in 26613 osservazioni fatte qui, dal 12 Aprile 1871 al 15 Gennaio 1873, e poi in altre 13795, fatte con istrumento assai più sensibile, dal 25 Marzo 1873 al 3 Marzo 1874, nelle quali anche si faceva particolar attenzione ai giorni di vento più forte, ed agli sbuffi stessi parziali, quando seguivano nel medesimo istante dell'osservazione declinometrica, non si è trovata mai alcuna manifesta influenza del vento stesso sui moti dell'ago (1). Questo anzi talora si è veduto o immobile del tutto, e col suo minimo movimento antecedente rimanersi costante, anche quando il vento rinforzava fino a schiantare alberi a poca distanza dal Padiglione. E si noti che la delicatezza dell'istrumento, come ho detto, è tanta, che basta premere leggerissimamente il piedistallo massiccio di fabbrica che lo sostiene (2), con una lunga bacchetta di legno assai flessibile, perchè, guardando nel cannocchiale, si manifestino immediatamente oscillazioni verticali enormi, assai maggiori ancora di quelle che si videro durante la famosa Aurora boreale del 4 Febbraio 1872.

E giacchè accidentalmente mi si porge l'occasione di accennare a questo genere di ricerche, aggiungerò in particolare che riguardo alle oscillazioni

---

(1) Lo stesso risultato ho pure avuto da altre 2647 osservazioni fatte, tanto simultaneamente che separatamente da quelle del Padiglione, collo stesso e non diverso Declinometro, collocato in una specie di ghiacciaia sotterranea, posta a cinque metri sotto il piano del cortile del Collegio e da ogni parte circondata dalla terra, eccetto dalla parte della scaletta per la quale vi si discende.

(2) Il piedistallo, che è dentro il Padiglione magnetico, è costruito in piena terra ed isolato dai muri e dal pavimento, come nel mio Sismometro. Sopra il piedistallo si erge, per un metro d'altezza, una colonnetta di vetro, coperta di lacca, ed alla cima della medesima, per un braccio di ottone, è sospeso un fascetto di fili di seta senza torsione (lungo circa 80 c. m.) il quale regge la sbarra magnetica. Questa porta uno specchietto, sul quale per mezzo di un cannocchiale (munito di reticolo e collocato pur esso sopra un fermo piedistallo di pietra) si osserva l'imagine di una scala metrica, che è posta presso il cannocchiale e di faccia allo specchio alla distanza di metri 2,679. Ad un'altro braccio della stessa colonnetta sospendeva pure un cilindro orizzontale di vetro, munito altresì di specchietto, e ciò per l'osservazione comparativa dei moti meccanici e magnetici. Quanto agli effetti di tensione elettrica mi era già assicurato che essi non esistevano, e ciò per mezzo di un'opportuno scaricatore, facendo cioè pescare un sottilissimo filo di platino, unito all'ago magnetico, in un liquido conduttore, posto in communicazione col suolo. L'osservazione sugli specchietti si faceva a distanza, come ho detto, ed a traverso di una finestrella (chiusa da vetro) praticata in una custodia piramidale di legno, la quale chiude ermeticamente tutto l'apparecchio pendolare.

Questo, con alcuni piccoli accessori, che ometto per brevità, è il nuovo Declinometro che misi in azione il 25 Marzo 1873; con esso ho potuto rilevare alcuni singolari fenomeni, i quali si manifestano tuttora, e che, a Dio piacendo, spero quandochessia di pubblicare. Prima del Declinometro qui descritto, usava nel Padiglione, e poi dopo, per parecchi mesi fino al 3 Marzo 1874, in un sotterraneo, un Declinometro ordinario di Gauss del Tecnomasio di Milano. Intanto però è da notarsi che se nei detti istrumenti si risguardano le sbarre sospese come pendoli, questi, per essere assai più corti, e leggeri di quello del mio *Tromometro*, e per effetto dell'amplificazione

verticali dell'ago, ho trovato con diversi confronti simultanei fra il medesimo ed il Tromometro, che alcune di codeste oscillazioni, a quanto mi sembra, sono puramente sismiche, ed altre invece (e più d'ordinario) puramente magnetiche: inoltre, che quando il moto sismico si può risolvere in una componente orizzontale, la quale abbia presso a poco la direzione dell'ago magnetico, questo sembra oscillare verticalmente, e ciò per ragione dell'arco che esso descrive nel medesimo piano visuale: in fine, che le scariche e detonazioni elettriche nei temporali assai poco influiscono, ed il più delle volte nulla affatto nei movimenti dell'ago, (così chiuso ed isolato, com'è) siano essi verticali o orizzontali, e quanto al Tromometro, meno ancora, se si può dire. Certo, di tanti fulmini che sono caduti in questo e negli anni scorsi a Firenze, e nei nostri dintorni, parecchi dei quali anche ad un solo chilometro di distanza, non mi è mai avvenuto di osservare un'oscillazione appena notevole e diversa dalle precedenti nell'atto della scarica e dopo di essa, tale insomma che mi porgesse ragionevole motivo di attribuire quel moto alla scarica stessa, sebbene questa avesse fatto rintronare tutto l'edificio.

Non ostante però tutte queste prove che ho intraprese senza prevenzioni o partiti, e con tutte le cautele necessarie per assicurare la condizione dell'isolamento de'miei istrumenti, pure nell'esame e nelle deduzioni che ho fatto intorno alle indicazioni avute dai medesimi mi sono ristretto ai soli valori un pò notevoli, e pei quali, con qualsiasi influenza locale, non mi poteva cadere pure l'ombra di dubbio che ne fossero dipendenti. Nondimeno fra le obiezioni che alcuno mi ha fatto si è appunto l'insufficiente fermezza del sostegno del mio Sismometro, pel quale, se avessi avuto una base simile a quella dei cannocchiali dei passaggi, usati negli Osservatorii astronomici, io non avrei avuto i moti che ho notato. A ciò io rispondo primieramente che alcuni Osservatorii tengono appunto un metodo di fondazione simile al mio, e niente più stabile di esso, mentre nella maggior parte poi di essi i sostegni sono assai meno sicuri, essendo posati unicamente su grossi muri o pieritti di archi, pei quali, non solo si comunica, ma, in ragione dell'altezza, si amplifica altresì notevolmente l'oscillazione locale. Che ciò sia vero, ciascuno lo può verificare per mezzo della riflessione del mercurio, come io ho fatto, il 9 Aprile di quest'anno, alla Specola di Bologna (1). Da queste esperienze e da quelle eseguite altrove

---

di ogni loro moto prodotta dallo specchio e dal cannocchiale, dovrebbero dare assai visibile e distinta in senso orizzontale o verticale, ogni minima vibrazione meccanica locale prodotta dal vento o da altra causa locale qualunque.

(1) Una vaschetta di mercurio posata sopra uno dei pilastri di marmo del canocchiale dei passaggi avvisava col suo tremito, progressivamente crescente e poi decrescente, l'avvicinarsi anche

da me e da altri (1), posso assicurare che codesti sostegni, benchè architettonicamente solidissimi, risentono tuttavia un tremolìo evidente, sia per effetto dei veicoli che passano per le vie , anche a notevole distanza, sia per effetto dei moti interni prodotti dagli abitanti, e persino del suono stesso delle campane delle torri vicine (2).

Intorno ai moti vibratorii avrei ancora ad esporre molte ed accurate esperienze fatte a Bologna dal Sig.r C.e Malvasia, di alcune delle quali sono stato testimonio io stesso, e che furono eseguite sul piedistallo del *Tromosismometro*, cioè sopra un pilone massiccio di 1 metro quadr. di base, tutto isolato all'intorno, e coi fondamenti sotto il piano dei sotterranei. Compendiando però, per brevità, i risultati principali ottenuti dall'osservazione degli effetti ottici vibratorii di un largo recipiente di mercurio purgato, dirò essersi trovato costantemente che mentre il mercurio, posato direttamente sul piedistallo, oscilla ancora un poco, ma visibilmente, al passaggio dei veicoli, sia dentro , che a fianco del palazzo , cessa invece affatto ogni vibrazione quando il recipiente venga sospeso, a guisa di pendolo, ad una grossa sbarra di ferro, la quale sorge verticalmente dal piedistallo, e ciò percotendo anche fortemente i muri stessi più prossimi dell'ambiente. Il medesimo avviene per il pendolo del Tromometro, così qui come a Bologna, per le ragioni che ho già detto (V. sopra p. 430, lin. 12 e seg., e l'*Appendice* in fine) (3).

Se non che riguardo ai moti tromometrici si presenta un'altra obbiezione la quale può sembrare a prima vista alquanto grave. Per qual ragione cioè gli astronomi, coll'immenso raggio visuale dei loro istrumenti, non trovino, ed amplificati assai e visibilissimi, questi stessi moti nell'osservazione

---

di lontano e poi l' allontanarsi di ciascuna carrozza che passava per la via di S. Donato , sulla quale trovasi il fabbricato dell' Università. I movimenti stessi, prodotti nel salone dei Telescopi, erano accusati dal mercurio. Questi esperimenti furono ripetuti anche in altro locale inferiore della Specola stessa.

(1) Importanti e delicate esperienze furono già eseguite a questo proposito, osservando col telescopio l'imagine di qualche stella riflessa da una superficie di mercurio, dal Chiarissimo Prof. Domenico Ragona, Direttore dell'Osservatorio di Modena, e tanto benemerito degli studi sismici.

(2) Il Sig. Luigi Campagnoli meccanico-orologiaio della Specola di Bologna mi assicurò che avendo ivi collocato un suo Sismometro a pendoli piccoli e fissatolo solidamente ai muri dell'ultimo salone superiore della Torre stessa, ove stanno i Telescopi, ebbe più volte ad osservare che l'istrumento dava segni evidentissimi di movimento orizzontale tanto al suono delle campane delle Chiese più vicine (S. Sigismondo cioè e S. Giacomo) quando erano alzate a doppio, come si dice, e così allo spirare di forte vento. Da ciò può trarsi un'altra conferma intorno alla necessità che vi è d'ordinario di dover coi mezzi sopra indicati isolare i pendoli tromometrici.

(3) Aggiungo che l'esplosione stessa di una carabina presso l'istrumento, non influisce punto a metterlo in moto, e così una rapida corrente d'aria fatta circolare intorno al piedistallo e fuori della vetrina dei pendoli.

degli astri. A ciò rispondo innanzi tutto 1.° che i moti tromometrici ben visibili sarebbero quelli un pò considerevoli, i quali cioè derivano da una sola o da poche impulsioni un po' lente ed allora avendo la stessa natura delle scosse di terremoto, un astronomo, il quale per caso si trovasse in quel momento ad osservare una stella, certamente scorgerebbe distintissima la traccia del movimento sismico avvenuto. Se non che d'ordinario i moti che ho detto, anche notevolissimi (come vedesi nelle mie curve giornaliere) pare risultino piuttosto da una somma di tanti piccoli conati, i quali vengano via via amplificando a tratti l'oscillazione del pendolo. Questo poi, essendo abbastanza lungo, conserva l'acquistata ampiezza di oscillazione per un certo tempo (ciò che non può avvenire in un cannocchiale) qualora non abbiano luogo collisioni successive; 2.° I moti tromometrici notevoli hanno luogo d'ordinario nei forti abbassamenti barometrici, quando cioè il cielo trovasi per lo più rannuvolato, e in generale, specialmente nel periodo invernale, in condizioni cioè che sono disadatte alle osservazioni astronomiche; 3.° Che alla stessa guisa che i tremiti locali, i quali pure certamente esistono nella maggior parte degli Osservatorii, non impediscono le principali osservazioni, altrettanto si può ritenere che avvenga dei moti microsismici ordinari; 4.° in fine, che questi moti, essendo anch'essi assai brevi, e in certo modo comparabili alle vibrazioni sonore, non possono alterare la posizione relativa centrale dell'immagine dei corpi celesti osservati, rimanendo questa persistente nella retina, sebbene forse un pò amplificata e raggiata, cioè con apparenza simile all'effetto della scintillazione, o di una corda vibrante.

Per quanto poi si riferisce allo studio delle deviazioni del filo a piombo della verticale, questo in vero non è stato finora oggetto principale delle mie ricerche, sebbene le osservassi sino dall'Aprile 1872, ma soltanto ho notato nelle mie pubblicazioni quelle deviazioni più considerevoli (1), le quali per ampiezza straordinaria e lentezza di moto non si potevano in alcun modo attribuire ad urti o vibrazioni oscillatorie, a difetti dell'istrumento, o ad azione termica graduale, compiendosi esse talora in pochi secondi, benchè sempre in tempo assai maggiore di quello proprio dell' oscillazione del mio pendolo. Infatti si è veduto più volte (specialmente nell'anno sismico decorso) un lento moto di traslazione, che è giunto talora sino a 20 divisioni della mia scala,

---

(1) Di queste parlai per la prima volta nell'*Armonia* del 4 Marzo 1873: ma per le minime deviazioni giudicai che il primo modello del mio Tromometro che ancora uso, non fosse abbastanza perfetto, per indicarle colla conveniente precisione. Assai meglio ed agevolmente ciò si ottiene ora col nuovo modello del mio Istrumento, fatto costruire dal sig. Conte Malvasia di Bologna.

seguito quasi subito da un ritorno pure assai lento ed imperfetto alla posizione verticale (1). Noto però che in queste ricerche usando del pendolo, e quando si tenga conto, delle dilatazioni termiche riguardo ai sostegni metallici (2), è sempre preferibile un piedistallo ben fondato in piena terra e nell'interno di un edificio, anzichè un istrumento collocato o sospeso in qualche punto più elevato di una fabbrica: chè, sebbene per mezzo di lunghi e delicati livelli si possa correggere l'effetto della varia dilatazione termica diurna ed annua dei muri degli edifizi stessi, pure un tal mezzo non sarebbe forse nel caso nostro troppo agevole e sicuro, specialmente trattandosi di spostamenti microscopici e di breve durata. Il Sig.r d'Abbadie avendo abbandonato l'uso dei livelli per queste ricerche, si appigliò invece alla riflessione del mercurio, posto in un cavo profondo. Con questo mezzo egli verificò esistere anche per mesi intieri delle deviazioni ora in un senso, ora in un altro, senza periodi fissi, e una che si scopra [ciò che a me pure è intervenuto nei moti microsismici (3)] senza costante e regolare relazione coll'azione luni-solare, colla temperatura e colle maree, come in passato alcuni hanno affermato o supposto (4).

Del resto anche presso gli astronomi si trovano tuttora nell' osservazione della verticale molte incertezze ed irregolarità non ancora bene spiegate, come

---

(1) Questo fenomeno è stato poi osservato molte volte anche dal Prof. De Rossi a Rocca di Papa, e dal Prof. Galli a Velletri, e qui da ultimo è stato pur messo in evidenza dal mio *Tromosismometro* a Bologna, come veggo dalle osservazioni che mi sono state trasmesse dal Sig. Conte Antonio Malvasia.

(2) Trattandosi di valutare deviamenti minimi, di decimi cioè di millimetro, in pendoli assai lunghi, questa cautela in tal caso è indispensabile, e ciò per qualunque luogo ove la temperatura non sia costante. Inoltre è necessario tener conto della orientazione dei bracci metallici, sia di quelli che portano i pendoli, come di quelli, che per avventura si usassero a reggere il microscopio, potendosi, per queste cagioni, avere deviamenti accidentali vari per direzione ed ampiezza. Per lo stesso motivo il microscopio dev'essere immobile ed indipendente dalla custodia, ed il punto d'illuminazione identico e fisso di posizione, ed esterno (già s'intende) alla custodia stessa, sia per non influire parzialmente col calore, sia per impedire lo spostamento o tremollo dell'immagine, il che facilmente avviene, usando di un lume interno, per effetto dell'acido carbonico sviluppato nella combustione. Infine bisogna assicurarsi che il pendolo non abbia punto moto di torsione, acciocchè il punto di mira, qualora fosse un po' eccentrico, non si sposti ruotando. Noto tutto questo a fine di giovare ai futuri sperimentatori.

(3) A maggiore conferma di ciò aggiungo che ne'giorni 10 ed 11 Agosto di quest'anno lo spostamento del pendolo dalla verticale, osservato nel Tromosismometro a Bologna, fu successivamente 2,5 Sud e 3,0 Sud, mentre nel giorno 15 fu sempre Nord, e nel pomeriggio giunse sino a 4 Nord: quindi in quattro giorni il pendolo si era spostato da S a N di 7 divisioni della scala. Anche qui a Firenze insieme coll'abbassamento barometrico si ebbe nel pomeriggio del 15 notevale agitazione nel pendolo, e l'ebbe pure, benchè alquanto minore, il Prof. De Rossi a Rocca di Papa.

(4) Ciò pure può riscontrarsi nella mia Memoria: Cenni storici sui moti spontanei dei pendoli (Bull. di Bibl. e di Storia delle Scienze Mat. e Fisiche T. VI, Gen. 1873). Aggiungo qui che ,

può vedersi nell'interessantissimo lavoro del d'Abbadie, *Études sur la verticale* (1). Intorno a ciò così egli mi scriveva or sono pochi mesi: « Tous les astronomes qui observent dans un bassin de mercure la réflexion de leurs fils pour en déduire le point nadiral de leur cercle méridien savent très-bien que leur nadir ainsi obtenu varie pour des causes non encore expliqués. Le plus frappant de toute cette discussion c'est que vous et moi ayant fait des expériences différentes en des lieux éloignés et sans nous être concertés, nous sommes arrivés aux mêmes resultats.... »

Mi resterebbe ancora a rispondere all'ultima obbiezione, per la quale si attribuisce a movimenti interni dell'aria nella custodia dei pendoli le oscillazioni di questi. A tal fine io aveva stesa una tavola comparativa delle temperature dell' ambiente e dell' interno della custodia del Sismometro, (come ho fatto sopra per il vento, e che contiene qualche migliaio di osservazioni), essendo evidente che non vi può esser corrente d'aria nell'interno, senza che fra essa e l'aria esteriore vi sia disequilibrio di calore. Ma poichè l'esporre questa lunga serie di numeri sarebbe cosa stucchevole, e d'altra parte non comportabile al presente scritto, accennerò soltanto i seguenti risultati finali ottenuti dal confronto che ho detto:

1.° La massima differenza diurna di temperatura si riduce sempre a pochi gradi, e da un' osservazione all' altra spesso si è trovata o nulla o solo di qualche decimo di grado; 2.° Non vi è alcuna relazione fra le temperature suddette e l'aumento o la diminuzione del moto tromometrico del pendolo: talora anzi si sono avuti massimi movimenti sebbene la differenza di temperatura durante tutto il giorno si fosse trovata nulla, o solo di qualche decimo di grado, ed altre volte invece il pendolo è stato costantemente fermo, non ostante che la differenza di temperatura giungesse a 3 o 4 gradi.

Se non che meglio che tutti questi confronti parmi possa valere una esperienza da me fatta qui da ultimo e che ora esporrò.

Conoscendo bene di quanti decimi di millimetro è stato finora l' allungamento del pendolo nelle massime variazioni diurne di temperatura, durante

---

secondo i calcoli del Prof. Belli, ogni 6 ore circa dovrebbe aver luogo un flusso nella crosta terrestre come nel mare, dell'altezza variabile di 1 metro. Però da tutte le curve giornaliere dei moti microsismici, che in questi anni ho costruito (come può vedersi anche solo dal piccolo saggio che presento nella Tavola, di alcuni di essi osservati nel 1873) non rilevo se non una specie di pulsazione di moto diurno ad intervallo per lo più di qualche ora, che alternativamente cresce e diminuisce, senza però che apparisca una legge costante di relazione riguardo al tempo ed alla grandezza maggiore del flusso marino.

(1) Éxtrait des Comptes Rendus du Congres de Bordeaux. Seance du 11 Sept. 1872. Association Française pour l'avancement des Sciences. Bordeaux Impr. G. Gounouilhon 11 rue Guiaude.

tutto il tempo che osservo, ho messo ai due lati della base della colonna che sostiene i pendoli sismometrici, nell'interno della custodia, due bracieri, e ve li ho lasciati tanto che l'allungamento del pendolo superasse di molto tutti quelli prima osservati. Dopo ciò, aprendo uno sportello della vetrata, ed accostandovi una fiammella, si vedeva questa spinta con forza dall'aria esterna verso l'interno; e di più aprendo un foro in cima al coperchio della custodia, ed accostando ivi la fiammella, essa si spegneva. Non ostante però questa forte corrente d'aria prodotta dall'artificiale e brusco disequilibrio di temperatura, (e così dopo rimossi i bracieri e ritornata ogni cosa alla condizione di prima) non ho trovato oscillazione alcuna apprezzabile nè orizzontale nè verticale nel Tromometro, il quale tanto prima che dopo è rimasto tranquillo, e senza spostamento dalla verticale. Dal che si vede che anche la sola campana e tubo del Tromometro, senza la vetrata esteriore, sono sufficienti a riparare il mio pendolo, il quale si mostra indipendente anche dal piccolo moto di circolazione interna.

Da ultimo a maggiore conferma di quanto finora ho esposto, sull'indipendenza, cioè, dei moti tromometrici dalle tre cause accidentali e locali che ho detto da prima (v. sopra pag. 429), le quali molte altre volte in passato furono messe in campo, aggiungo alcune importanti dichiarazioni che mi furono gentilmente favorite dal Chiarissimo Professor Can. Cav. Pietro Parnisetti, Direttore dell'Osservatorio del Seminario di Alessandria in Piemonte, riguardo alle sue belle esperienze sui moti spontanei dei pendoli, da lui fatte e publicate sino dall'anno 1856 (1). Queste inoltre dimostrerebbero che, per alcune fabbriche e posizioni speciali, all'isolamento del punto di sospensione dei pendoli si può forse supplire colla lunghezza e peso dei medesimi (come ho notato sopra nella nota (1) a pag. 431), sicchè i loro moti rimangono ancora indipendenti dalle vibrazioni locali ordinarie.

« Per quel poco che io solo ho potuto rilevare da molte osservazioni ed esperienze sono convinto, che almeno siffatte cagioni non sono le vere o le principali. Io ho esperimentato con pendoli di differente lunghezza nel 1855-1856 e fra gli altri con uno di 16 metri, collocato nel vano di una scala riservata in un angolo di questo Seminario, chiusa a chiave e nella quale non poteva penetrare senza me persona alcuna, e nemmeno avvicinarsi ai locali attigui. Il pendolo era composto di una sfera di piombo del peso di $3^k \frac{1}{2}$: era questa sospesa per mezzo di un filo di rame ricotto, del diametro di 1^{mm}, nel

---

(1) Si noti che il Prof. Parnisetti studiò pure sopra pendoli diversi e dedusse le leggi delle loro oscillazioni spontanee (V. la mia Memoria. — Cenni storici sui moti spontanei dei pendoli. — Estratto dal Bull. di Bibl. e di Storia delle Scienze Mat. e Fisiche. T. VI Gen. 1873).

suo centro di gravità, e fermato al volto della scala ad un robusto gancio, di modo che era libero a piegarsi indifferentemente in tutte le direzioni. I moti spontanei erano da me osservati al piano terreno, col microscopio a projezione del filo, illuminato da una lampada alla Carcel, come avrà rilevato dalla figura annessa al mio opuscolo nell'ecclissi solare 18 Luglio 1860; io vi penetrava per un uscio laterale con tutta precauzione: altre volte discendeva dal piano superiore al terreno, per la scala stessa, nel cui vano, largo un metro e mezzo, passava il filo di sospensione: faceva osservazione in tutte le ore del giorno e della notte, a cielo nuvolo, o sereno, o ventoso; mi tratteneva fermo per ore ad osservare i moti proiettati ed ingranditi sul diaframma; mi intendeva in questo caso anche con alcuni alunni che passassero con molto strepito nei locali che mettono a vicinanza della scala riservata; dava perfino dei calci nei muri della scala, i quali sono tutti e quattro muri maestri solidi, dello spessore di 60 cent.: ma le confesso che io non ho mai rilevato, come cagioni del moto, quelle tre sopradescritte (1). Lo stesso è succeduto al tempo dell'ecclisse 1860, 18 Luglio, quando il mio pendolo è stato osservato per 6 ore continue con pazienza ammirabile da un mio allievo. Il P. Denza si trovò presente ed ha lavorato con me in quell'occasione. Il pendolo non era chiuso in tubo alcuno, ma lasciato libero, ed era sospeso ad un forte gancio di un arco del sotterraneo, come sopra ho descritto, per la esperienza fatta nel vano della scala. »

« Oltre questa esperienza io ho fatto anche quella di chiudere il mio pendolo in un tubo metallico di 9 metri di lunghezza, col diametro di 3 centimetri, terminato ad un'estremità con altro tubo di vetro, per osservare le oscillazioni, e con una campana conica che chiudeva la palla di piombo sospesa. Questo tubo passava fra due camere, una superiore all'altra, fra i piani più alti del Seminario. Il filo del pendolo, sempre di rame ricotto e del diametro sopra descritto, era serrato fra due lastre di ferro, invece di essere fisso e girato ad un gancio, e teneva sospesa la palla di piombo al suo centro di gravità come sopra. Così disposto l'esperimento ho fatto il vuoto nel tubo con una macchina pneumatica del Gabinetto di Fisica, mediante un tubo di piombo saldato a stagno al piattello e al tubo del pendolo ed ho ritenuto la preparazione in azione per una settimana: ebbene, anche in questa condizione di cose, il pendolo si muoveva come se fosse stato libero ossia fuori del tubo ».

Tolti pertanto di mezzo (a quanto mi sembra) i dubbi che potevano affac-

(1) V. sopra pag. 430, lin. 1—6.

ciarsi intorno alla realtà dei moti microsismici, egli è ormai tempo che intanto passi ad esporre quelli di essi i quali furono da me osservati nell'anno meteorico 1873, cioè dal Dicembre 1872 a tutto il Novembre 1873, ed innanzi tutto che io dichiari la Tavola che li rappresenta graficamente.

Il reticolato della Tavola, il quale orizzontalmente comprende tanti quadrellini quanti sono i giorni dell'anno (e questi distinti per mesi, e per semidecadi) è diviso da prima d'alto in basso in tre zone orizzontali, delle quali la superiore (Curva III.ª) esprime i terremoti d'Italia nel 1873; la II.ª che vien di sotto, rappresenta la curva barometrica diurna di Firenze, e (per via di punti) i minimi di pressione atmosferica osservati nelle altre stazioni italiane; la I.ª dà i moti tromometrici e sismici qui osservati. Da ultimo, al di sotto di queste tre curve generali sono notate, nelle ultime due zone, alcune curve speciali le quali rappresentano 1.° il moto microsismico nelle diverse ore di uno stesso giorno, o di un periodo di giorni, il quale si reca come ad esempio per qualche circostanza notevole (Curve IV.ᵉ): 2.° le curve (V.ᵉ) date dal mio Isosismometro pei terremoti qui avvertiti nel 1873; 3.° l'intensità relativa del moto microsismico nelle diverse decadi dell'anno (Curva VI.ª)

Nella curva I.ª delle intensità ogni quadrellino (scendendo) esprime due unità della scala e questa curva è dedotta dalla somma dei valori notevoli diurni osservati. Nella curva dei terremoti il punto esprime il numero delle scosse, e la distanza di questo sino alla parte culminante, ne indica l'intensità, e questa secondo le norme proposte già dal Prof. De Rossi (1). Da ultimo nella curva del barometro ogni quadrellino esprime un millimetro, e la linea che divide per mezzo la curva stessa, indica la media annua della pressione atmosferica. Le corrispondenze principali fra le diverse curve veggonsi indicate per ogni mese dalle stesse lettere dell'alfabeto. Le crocette (+) indicano le oscillazioni verticali del Tromometro, ed i cerchietti (o) gli spostamenti notevoli dalla verticale: la loro distanza poi (scendendo) dalla linea orizzontale ne esprime il valore o l'intensità.

Quanto alle curve speciali (IV.ª della Tavola) per ogni giorno del mese, che è ivi indicato, ciascun quadrellino (trascorrendo *orizzontalmente* il re-

---

(1) Veggasi l'eccellente ed importantissimo suo lavoro: *Periodo sismico italiano del* 1873, *ossia Quadro statistico topografico giornaliero del numero e delle intensità dei terremoti avvenuti in Italia nell'anno meteorico* 1873. (Bullettino del Vulcanismo italiano. Fasc. I, pag. 21 e 24). Dalla Tavola grafica di questo lavoro tolgo la curva dei terremoti, riunendo però, come ho indicato sopra, il numero e l'intensità delle scosse, in modo cioè che la distanza fra la linea orizzontale ed il punto esprima col numero dei quadrettini il numero delle scosse, e così, dal punto in giù, l'intensità massima diurna delle medesime.

ticolato) esprime un'ora (dalle 5 ant. alle 11 pom.) e *verticalmente* ciascuno di essi corrisponde ad una semiunità della scala del mio Tromometro. Per le curve (V.ª dei terremoti) avverto che il centro della rosa dei venti è la verticale, ed i vertici del poligono l'escursione del pendolo in ogni rombo. Nel terremoto del 12 Marzo la larghezza del reticolato esprime 1 millimetro, e nelle altre curve 0^{mm}, 2. In fine nella curva VI.ª ogni quadrellino, *orizzontalmente*, esprime una decade del mese, e *verticalmente* una decina di unità della scala del Tromometro.

Nella curva tromometrica I.ª, la quale si è ricavata da circa 5500 osservazioni fatte nel 1873, ho espresso con ispazi rettangolari quei movimenti microsismici pei quali un' ampiezza notevole apparisce nella maggior parte delle osservazioni del giorno, ovvero l'agitazione si trova ripetuta più volte nel giorno stesso a larghi intervalli, sicchè il medesimo si possa caratterizzare come parte o continuazione di un periodo stesso microsismico. Invece si sono espressi per mezzo di una lancetta, quei moti notevoli i quali in una giornata, d'altra parte relativamente tutta tranquilla, non si estendono che ad una sola, o a poche osservazioni contigue; nel quale ultimo caso i valori notevoli decrescenti, che seguono, possono considerarsi come un residuo di moto pendolare, prodotto innanzi da una sola impulsione isolata. Per la stessa ragione io esprimo pure con una freccia, ma più marcata e prolungata, i veri terremoti avvertiti anche qui nello scorso anno, giacchè ritengo che le impulsioni isolate, (e così anche i moti sussultori microscopici) siano della stessa natura. Avverto però che colla distinzione accennata non intendo già asserire che in fondo, e quanto alla prima e principale loro origine, anche i moti microsismici orizzontali non abbiano la stessa cagione endogena dei terremoti (ciò che anzi mi sembra assai probabile). ma solo ho giudicato opportuno introdurre tale distinzione per ragione della forma diversa di loro manifestazione, giacchè, come i veri terremoti, queste onde isolate non si mostrano così frequentemente concordanti colle depressioni barometriche: inoltre per essi la curva diurna (quando è tracciata in iscala abbastanza ampia) presenta per lo più delle guglie isolate, mentre nei moti tromometrici ordinari essa è a più larga curvatura e distinta solo in diverse onde o pulsazioni più tranquille. Infine codeste impulsioni isolate, come pure le oscillazioni verticali, o gli spostamenti della verticale che sovente le accompagnano, trovansi spesso d'accordo con qualche scossa di terremoto avvenuta altrove in Italia, come può riscontrarsi nelle curve II.ª e III.ª (1).

(1) Il presente anno 1874, il quale, riguardo ai terremoti, si mostra finora assai più tranquillo del precedente, non presenta più, se non assai di rado e molto deboli, i fenomeni sopra indicati.

Ad assegnare però la cagione endogena di questa diversità di manifestazione, e così di tanti altri fenomeni sismici, occorrono ancora altri fatti, i quali possano servire di appoggio sufficiente ad illazioni induttive veramente scientifiche. Tuttavia, a modo d'ipotesi (la quale però non sembra sfornita di qualche fondamento e riscontro di altri fenomeni, che la rendono almeno più probabile) direi che mentre i moti microsismici ordinari possono derivare principalmente e più direttamente da dilatazioni e contrazioni di masse gassose raccolte presso la parte più superficiale delle fratture terrestri, invece i moti puramente sismici pare siano dovuti d'ordinario ad azioni endogene più energiche e profonde, dalle quali derivino le scosse sensibili o ristrette ad alcuni paesi soltanto, o estese a vaste regioni.

Ciò posto le masse gassose più superficiali debbono naturalmente risentire d'ordinario più regolarmente l'influenza degli abbassamenti barometrici, pei quali, oltre il dilatarsi dei gaz già esistenti, deve probabilmente prodursi uno sviluppo repentino e copioso di altri gaz e vapori, i quali vengano, e forse con qualche sobbolimento o conato intermittente, ad urtare contro le pareti o labbri delle stesse fratture orografiche o vulcaniche, e così producano in esse, e quindi, per comunicazione, nel suolo adiacente, quelle vibrazioni che io generalmente osservo nei pendoli in tali circostanze (1). A questo sviluppo però può benissimo concorrere altresì o qualche colpo di fuoco sotterraneo, o aumento di temperatura, o altra azione endogena sconosciuta, talvolta anteriore e talvolta posteriore all'onda stessa di depressione atmosferica, giacchè il moto pendolare da me osservato, come può vedersi anche nelle curve stesse che ora presento, non apparisce sempre proporzionale all'abbassamento barometrico concomitante, e qualche volta pure, benchè di rado, si manifesta altresì all'infuori di questa circostanza.

---

(1) Chiunque abbia assistito ad una eruzione vulcanica un pò notevole, può formarsi una qualche idea dell'immensa copia e tensione dei gas e dei vapori, i quali probabilmente trovansi anche altrove rinserrati sotto la crosta terrestre, ed in particolare nelle grandi cavità dei crateri e delle fratture terrestri: nè troverà inverosimile questa ipotesi, che cioè essendo ivi la crosta della terra, relativamente, assai sottile, ed interposta quasi iu *equilibrio instabile* fra l'ondeggiare della pressione atmosferica superiore, ed i conati di espansione e riduzione di codeste masse gassose interne, debba manifestare anch'essa, come un gran *manometro*, una qualche vibrazione. E si noti che la sola tensione dei vapori o gas i quali spingono le lave ad ascendere pel cratere dell'Etna dal livello del mare sino alla cima, corrisponde a circa 900 atmosfere. Ma per questo e per altri argomenti che possono prodursi in conferma delle idee da me esposte, può consultarsi l'eccellente corso di Geologia del Prof. Antonio Stoppani, ed i classici lavori del Prof. Michele Stefano De Rossi *Sulle fratture vulcaniche laziali e sui terremoti del Gennaio* 1873. — *Sulla continuazione del periodo sismico vulcanico-Apennino* ecc. (Atti della Pontificia Accademia de'Nuovi Lincei 1873) e l'importantissimo suo Periodico: *Bullettino del Vulcanismo italiano.*

Si noti da ultimo che la corrispondenza *completa* fra gli abbassamenti barometrici ed i moti microsismici non si può esigere da una serie di osservazioni fatte interpolatamente circa 14 volte al giorno, e per lo più soltanto dalle 6 ant. alle 10 pom. Infatti accadendo assai spesso che il moto microsismico segua con qualche ritardo l'abbassamento barometrico, e che inoltre nei giorni di agitazione del Tromometro le oscillazioni maggiori si manifestino quasi d'improvviso ed a brevi intervalli, ognun vede, da tutto ciò, che parecchi di questi fenomeni hanno dovuto naturalmente sfuggire alle nostre osservazioni, sia nel lungo intervallo della notte, sia anche talora di giorno nel tempo trascorso da una osservazione all'altra. Nondimeno chiunque volga lo sguardo alle curve I e II della Tavola, non può non riconoscere in generale l'accordo accennato, sebbene alcuna volta forse un pò alterato dai terremoti, i quali così grandi e frequenti si sono avuti qui in Italia nel 1873.

Intorno a che è da notare ancora che, non ostante codesto lungo e straordinario periodo sismico, pure nelle curve tromometriche, in questo, come negli altri anni, apparisce ben distinto il periodo relativo della quiete estiva, da quello dell'agitazione invernale, nel qual tempo, prescindendo anche dalle maggiori, più frequenti e repentine variazioni barometriche, che vi corrispondono, sembra inoltre più sensibile e spiccato l'accordo e la regolarità dei moti barosismici (1). Non posso ancora affermare con sufficiente probabilità se in tal tempo, attesa la maggior vicinanza della terra al sole, l'azione lunisolare possa in ciò avere qualche influenza, quando cioè essa coincide con quella che viene esercitata dalla diminuzione della pressione atmosferica e del vulcanismo terrestre (2).

A dichiarazione di quanto vedesi rappresentato nella Tavola, e senza stare a ripetere per minuto quanto ho già esposto mese per mese nel Giornale l'*Armonia*, e nel Bullettino meteorologico del P. Denza ed altrove, mi contenterò di notare le relazioni fra le curve sismiche e la barometrica, e qualche circostanza più speciale che è intravvenuta.

---

(1) Tutto ciò rilevasi dal confronto delle due curve I^a^ e II^a^ della Tavola, non che dalla curva VI^a^, nella quale si è rappresentata l'intensità dei moti tromometrici più considerevoli per ciascuna delle decadi mensili dell'anno meteorico 1872-1873.

(2) A complemento di quanto ho accennato sin qui possono vedersi alcune mie osservazioni inserite nel Bullettino Meteorologico del Collegio Romano Vol. XI, n.° 11 (30 Nov. 1872) pag. 101-106, e n.° 12 (31 Dic. 1872) pag. 113-115. Così nel Bullettino Meteorologico di Moncalieri, Vol. VI n.° 10 (31 Ott. 1871) pag. 146-149, e Vol. VIII n.° 2 (28 Febbr. 1873) pag. 17, ove pure è contenuta una tavola grafica delle curve microsismiche dal 17 Giugno all' 11 Dic. 1872. Da questo mese del 1872 sino al presente, si vanno pubblicando dal P. Denza, nel Bullettino stesso, *le mie* relazioni mensili intorno ai moti medesimi qui osservati.

Dicembre 1872. In questo mese assai burrascoso vedesi in generale che le depressioni ed i rialzi principali della curva microsismica (I^a) vanno d'accordo con quelli della curva barometrica (II^a) come rilevasi pure dai punti delle curve stesse, che ho contrassegnati con una medesima lettera dell'alfabeto. Le agitazioni maggiori del 4 ed 11 Dicembre sono anche espresse nelle curve (IV) della Tavola. Però dalle diverse oscillazioni verticali (segnate colle crocette +), e dalle onde isolate, in giorni relativamente tranquilli (indicate dalle frecce) i quali fenomeni avvengono invece assai di rado nei periodi di quiete sismica, parmi rilevare che il moto tromometrico di questo mese fosse in parte barosismico, ed in parte puramente sismico o misto, il che anche si può dedurre dal confronto della curva (III^a) dei terremoti d'Italia. E riguardo appunto alla detta curva già fino da questo mese comincio a far osservare che il maggior numero delle culminazioni di essa, piuttosto che a depressioni, corrisponde invece d'ordinario, e più direttamente, così qui, come altrove, a qualche punto di rialzo relativo della curva barometrica, anche nei luoghi stessi colpiti dal terremoto (1). Fra le diverse onde microsismiche isolate

(1) Riporto dalla relazione da me inserita nell' *Armonia* (del 9 Marzo 1873) il seguente passo assai importante di una lettera direttami nel Febbraio 1873 dal sig. Demetrio Lorenzini, mio buon amico, Farmacista di Porretta: «Osservai non senza maraviglia che la colonna barometrica s'innalzò sensibilmente dalla prima scossa che fu da noi avvertita, e si mantenne a quel livello, con pochissime variazioni, per tutto il tempo che si andò sentendo qualche scossa (27 Dic. 72 al 10 Genn. 73). L'acqua del nostro pozzo di farmacia si abbassò naturalmente assai più di un metro, e rimase a quel livello stazionario per il corso di 15 giorni che durò il fenomeno.»

In seguito di questa lettera, riconosciuta l'importanza dei fenomeni notati dal Lorenzini, e la probabile connessione di essi coi moti barosismici da me osservati, animai il Lorenzini a proseguire le sue ricerche, ne avvisai il Prof. De Rossi, il quale incoraggiò pure e diresse il Lorenzini negli studi intrapresi e ne pubblicò i risultati nel suo Bullettino del Vulcanismo Italiano. In seguito a ciò il chiarissimo Sig. Dott. Gian-Antonio Bianconi di Bologna fece ivi nelle acque di un pozzo una serie di accurate esperienze idrometriche, presentate all'Accademia delle Scienze di Bologna: egli trovò per primo una stretta relazione tra l'alzarsi del livello dell'acqua del medesimo e l'abbassarsi del Barometro e viceversa; relazione che non trovasi alterata se non per alcuni giorni, in seguito a pioggie abbondanti. Tutto ciò in appresso fu confermato maggiormente dalle altre esperienze fatte pure dal mio confratello P. D. Gian-Vincenzo Siciliani Prof. di Fisica al Collegio di S. Luigi di Bologna, dal 1 Giugno al 17 Luglio 1874, e dal chiarissimo Prof. Carlo Desideri di Pescia (V. *Rivista Scientifico-Industriale di Firenze Luglio* 1874, pag. 226-232). i quali io aveva pregato di voler cooperare alle esperienze del Bianconi. Sebbene la causa di questa specie di flusso e riflusso dell' acqua dei pozzi possa forse per ordinario attribuirsi principalmente alla dilatazione o compressione d'aria, gas, o vapori nelle cavità o condotti sotterranei delle vene liquide dei pozzi stessi, al diminuire cioè o crescere della pressione atmosferica esteriore, pure moltissimi fatti, già ben conosciuti, mostrerebbero, che l'afflusso ed il riflusso delle acque in alcune sorgenti abbia pure connessione con esalazioni di gas e vapori di origine vulcanica o, in generale, endogena, e che sia in relazione coi terremoti, colle eruzioni dei vulcani ignei e fangosi, coi soffioni, colle acque termali, gassose ecc. Noterò solo quanto mi scriveva nel 1873 il medesimo Lorenzini dopo il terremoto del 16 Maggio, sentito anche a Porretta e qui, cioè «che nel pozzo della sua farmacia si era notato nei giorni precedenti molto afflusso d'acqua, la quale poi dopo

che qui occorsero, dal 27 Dicembre 1872 al 10 Gennaro 1873 è notevole più delle altre quella del 31 Dicembre (V. le curve speciali IV), accompagnata pure da qualche moto sussultorio; questa, come le seguenti, si accorda coi terremoti della Porretta, Pracchia, Boschi e di Castiglione dei Pepoli, nel prossimo Apennino bolognese, i quali terremoti cominciarono il 27 Dic. e continuarono fino al 10 Gennajo. Nell' ultima decade di Dicembre si ebbero ancora parecchie scosse nel territorio Pisano.

Gennaio 1873. In questo mese non vi fu che un solo ma straordinario periodo barosismico b, dal 19 al 22, il quale si accorda benissimo colla massima depressione barometrica annua b', b'', anche essa affatto straordinaria (1). Di questo periodo barosismico ho espresso pure le curve giornaliere speciali nella Tavola (IV. 19, 20, 21, 22 Gen.) a fine di dare un saggio della varia forma d'intensità dinamica successiva colla quale questi periodi si manifestano, nella varia ampiezza del loro moto tromometrico diurno, riserbandomi ad altra occasione di parlare del cangiamento di direzione e della forma stellare ordinaria del moto pendolare, come nei veri terremoti. Inoltre confrontando le curve I^a, II^a e III^a, si vede che i terremoti d' Italia hanno preceduto e seguito anche questa volta il minimo barometrico, col quale invece combina il massimo del moto microsismico. Le altre oscillazioni tromometriche di questo mese ritengo che siano in gran parte dovute ai quattro periodi sismici principali di questo mese, espressi nella curva III^a, e corrispondono anch'essi in generale a punti di rialzamento barometrico, come può vedersi meglio nelle Tavole della Meteorologia Italiana, e specialmente in quella delle curve della metà di Gennaio a tutto Febbraio, per le stazioni di Torino, Venezia, Livorno, Ancona, Napoli e Palermo.

Febbraio 1873. I quattro periodi tromometrici a, b, c, d questo mese com-

---

la scossa (8, 30 pom.) s'abbassò notevolmente, e in appresso si mantenne a livello costante » (V. *la mia relazione all'Armonia in. data del* 3 *Giugno* 1873).

Pertanto da tutto ciò io traggo una conferma a quanto già accennai nell'*Opinione* del 14 Febbr. 1871, e così nell'*Armonia* del 14 Dic. 1871, nelle altre relazioni mensili del 1872 del medesimo foglio, ed in particolare a quanto in compendio notai nella mia relazione del 3 Gennaio 1873, nella quale così scriveva: « Conchiudo questi appunti notando qui di passaggio (ciò che un pò più estesamente ho espresso in una Lettera al P. Secchi (V. Bullet. Meteor. del Coll. Romano N.° 12) e che svolgerò ancor maggiormente in appresso, cioè che la cagione più ordinaria del tremollio del suolo, che dal 1870 in poi sono venuto osservando, siano le variazioni nella pressione atmosferica, le quali reagiscano sulla crosta terrestre, per i moti successivi di contrazione e dilatazione dei gas e vapori i quali vi sono contenuti. Talvolta però (ma più di rado) sembrami che le oscillazioni sismiche, da me osservate, siano pur dovute ad azioni vulcaniche o idrochimiche ovvero calorifiche ed elettro-magnetiche, le quali, a quanto pare accompagnano pure i terremoti ordinari. »

(1) Qui come a Moncalieri dal 15 al 21 Gennaio l'abbassamento barometrico giunse persino a più di 34 millimetri, e fu pure notevolissimo in tutto il resto d'Italia.

binano colle depressioni barometriche a', b', c', d'; a'', b'', c'', d'', mentre nel forte rialzo del barometro, che seguì dal 16 al 22 Febbraio, abbiamo il periodo più considerevole dei terremoti di questo mese (V. la curva III.ª) ed insieme delle onde ed escursioni isolate notevolissime (e, f) del pendolo (1). Inoltre dal 17 Febbraio al 3 Marzo si ebbero deviazioni notevoli del pendolo dalla verticale (le quali nella Tavola sono espresse dai cerchietti (o) uniti dalle freccie che esprimono moti diurni isolati) e questo fenomeno era forse un preludio del periodo dei maggiori terremoti di quest'anno 1873, giacchè ai 12 Marzo si ebbe in Italia il primo dei terremoti maggiori per estensione ed energia. Riporto quì dall' *Armonia* del 9 Marzo 1873 il cenno che diedi di questo singolarissimo fenomeno dello spostamento temporaneo del filo a piombo dalla verticale (2), il quale certamente non si può attribuire ad alcuna causa esogena: (3) « Comincio la relazione sismica di questo mese (così io scriveva) esponendo un fenomeno assai curioso osservato più volte nel mio Tromometro, cioè uno spostamento notevole del filo a piombo dalla verticale, compiutosi con un semplice moto di traslazione, assai più lento delle ordinarie oscillazioni, ed accompagnato da qualche sosta o tentennamento per la durata di qualche secondo. Ciò è avvenuto come segue:

17 *febbraio*. – Alle 3° 5′ pom. trasporto lento della punta al pendolo verso Nord di 5, 3 divisioni della scala del Tromometro (mm. 0, 53).

21 *febbraio* – Alle 10° 55′ ant. spostamento lentissimo della punta del Tromometro dalla verticale di ben 21 divisioni della scala (mm. 2, 1) verso Est, seguito pure da un ritorno lentissimo alla verticale.

23 *febbraio* – Alle 10° 13′ ant. la palla del Tromometro si è trasferita senza oscillazioni di 5, 2 divisioni verso Ovest (mm. 0, 52). Ed ivi è rimasta alcun tempo quasi immobile.

26 *febbraio* – Alle 10° 47′ ant. piccola diversione del pendolo verso Ovest.

28 *febbraio* – Alle 11° 46′ ant. piccola diversione verso Nord. Questi spostamenti, per la loro lentezza e breve durata, passerebbero al certo inavvertiti, se nell'istante stesso nel quale avvengono, non venissero osservati direttamente per mezzo di un cannocchiale e di una graduazione. Intanto la loro esistenza ed estensione sembrerebbero indicare che oltre i terremoti ordinarî (i quali si rendono sensibili per ragione di un moto del suolo più celere ed

(1) Possono vedersi le curve della Meteorologia Italiana sopra citate riguardo alle curve barometriche per le coincidenze qui indicate. Queste appariscono meglio essendo ivi le curve in iscala più larga.

(2) V. anche il Bullett. Meteor. del Coll. di Moncalieri. Vol. VIII, n.° 3 (Marzo 1873) pag. 36-37.

(3) Vedi l'*Appendice* aggiunta in fine.

ampio), ve ne sono altri microscopici e talvolta pure notevoli ma lenti. Questi sembrerebbero prodotti come da un'onda fluida la quale passasse placidamente sotto la superficie terrestre nel luogo di osservazione, incurvandola leggermente nel suo passaggio. Ora delle cinque onde, che ho detto, osservate in questo mese, quelle del 22 e del 26 furono dirette da Est ad Ovest e quella del 21 da Ovest ad Est, mentre quelle del 17 e del 28 furono dirette da Sud a Nord. »

Marzo 1873. In questo mese non si ebbero che due soli periodi microsismici considerevoli, il primo dal giorno 11 al 15, il secondo dal 17 al 18, i quali sono indicati, nelle curve della Tavola, dalle lettere *a*, *b*, e corrispondono alle depressioni barometriche a', b'; a'', b'' della curva II^a. Durante il primo periodo avvenne il gran terremoto del 12 Marzo (del quale come degli altri principali quì da noi avvertiti nello scorso anno darò un cenno a parte (1)), e nel secondo periodo vi furono grandi e molte oscillazioni verticali del Tromometro, e contemporaneamente avvennero in Italia diversi terremoti i quali comprendono un movimento sismico che si estese dal 4 al 18 Marzo. Da ciò rilevo che i due periodi di agitazione pendolare, qui avuti. sono di origine mista, cioè in parte barosismici ed in parte anche sismici, giacchè essi presentano pure la stessa forma dinamica dei veri piccoli terremoti. Si noti in particolare che le oscillazioni verticali *d*, *c*, *e* coincidono coi punti culminanti b''', c''', e''' della curva III dei terremoti di questo mese, e sono in corrispondenza di piccoli e parziali rialzi barometrici.

Aprile 1873. Le culminazioni principali *a*, *b*, *c* delle curve tromometriche hanno un riscontro nelle depressioni a', b', c' ed a'', b'', c'' del barometro e quanto alla depressione barometrica b', b'' essa è rappresentata da una piccola curva tromometrica *b* e da due oscillazioni isolate *e*, *f* le quali però, come le altre di questo mese, non corrispondono ai minimi barometrici, eccetto quella del giorno 23, nel quale vi fu ancora un notevole spostamento dalla verticale verso N alle 12. 55 p.; e questo forse preludeva alla prossima scossa del 13 Maggio. Queste onde isolate e parecchie oscillazioni verticali fanno vedere, a quanto mi sembra, la continuazione del moto di vibrazione sismica dei mesi precedenti.

Maggio 1873. Due soli e brevi sono i periodi microsismici di Maggio, cioè

(1) Nelle *Curve speciali* della Tavola IV ho messo le curve giornaliere dei giorni fra i quali è compreso questo terremoto che fu già illustrato dalle ingegnose, pazienti ed utilissime ricerche e discussioni del P. Serpieri delle Scuole Pie, Direttore dell'Osservatorio di Urbino, del Prof. De Rossi e del P. Denza.

a e *b*; e questi corrispondono agli abbassamenti barometrici a', b' ed a'', b'', i soli appena notevoli in questo mese. In questo, come negli altri passati, si vede in generale che le onde isolate ed i veri terremoti non combinano coi punti di depressione barometrica: anzi il piccolo terremoto, che si ebbe qui nel 16 Maggio (V. questo giorno nelle curve speciali IV), fu ad un punto c' di una culminazione passeggera della curva barometrica. Certo che a nessuno dei minimi di pressione barometrica corrisponde alcuno dei terremoti d'Italia in questo mese.

Giugno 1873. Ai due abbassamenti barometrici appena notevoli a', b' ed a'', b'' di questo mese corrispondono i brevi e mediocri periodi microsismici *a*, *b*. Il moto *d* però non ha un riscontro così netto come i precedenti, e quello *c* del giorno 28 pare d'origine sismica. In fatti nel Veneto si ebbero diverse piccole scosse, le quali precedettero il famoso terremoto del giorno 29 Giugno. Ad ogni modo l'uno e l'altro avvennero durante una breve culminazione barometrica. In questo mese si ebbero molte oscillazioni isolate, ed una notevole deviazione dalla verticale, alle 5. 10 ant. del giorno 3; e parimenti nessuna di queste fu coincidente coi minimi barometrici. Veggasi quanto appresso dirò a parte intorno al terremoto quì pure avvertito nella mattina del 29 Giugno. Di questo giorno, e di quello che precedette e che seguì, ho messo le curve speciali (IV^a).

Luglio 1873. Dopo il terremoto del 29 Giugno il barometro fu sempre alto benchè oscillante, non solo in tutto il mese di Luglio, ma sino a tutto l's di Agosto, e questo fu pure il periodo più lungo e forte di terremoti in Italia. In tutto questo mese non si sono avute curve microsismiche tranne una mediocre *d* nel 31, la quale era probabilmente anch'essa di origine puramente sismica, perchè preceduta ed accompagnata da moti sussultori, ed in accordo pure coll'oscillazione sismica d''' della curva III^a. Nel periodo dal 9 al 16 Luglio, nel più forte dei terremoti di questo mese, cioè della Valle del Liri, del Veneto, della Valle del Rodano in Francia ecc., si sono invece avute molte oscillazioni isolate, notevolissime oscillazioni verticali, specialmente nel 12 e 13, e più di tutto nel giorno 18.

Agosto 1873. Alle tre piccole depressioni barometriche a', b', c' ed a'', b'', c'' di Agosto corrispondono pure i tre periodi microsismici misti *a*, *b*, *c* (accompagnati anche da un maggior numero di oscillazioni verticali) e nella curva dei terremoti i punti culminanti a''', b''', c'''. Però il massimo delle culminazioni di quest'ultima curva del 1 Agosto qui non fu punto risentito, e ciò (come ho già avvertito altrove) è avvenuto molte volte in questi anni qui

ed in altri luoghi d'Italia anche a pochissima distanza. Riguardo alle onde isolate, oltre il terremoto dell'8, quelle del 17, 25 e 26 furono evidentemente veri piccoli terremoti, essendovi stato pure spostamento negli indici dell'Isosismometro ed i soliti piccoli moti sussultori. Quanto a quella del 13 Agosto, sebbene la sua ampiezza fosse quasi eguale a quella del 25, pure non agì come questa a spostare gl'indici dell'Isosismometro, perchè, secondo apparisce dalle osservazioni consecutive, essa non fu un' impulsione brusca e disolata, ma una serie di oscillazioni tromometriche piccole che si sommarono nel loro effetto dinamico.. Si noti bene questo diverso carattere, che ho già fatto rilevare diverse volte, fra i moti puramente sismici ed i moti tromometrici. Si ebbero ancora moti sussultori nei giorni 4 e 5 Agosto; e in tutto il mese furono osservati per 37 volte.

Settembre 1873. Tre furono le depressioni barometriche appena notevoli in Settembre e sono segnate nella curva II.ª colle lettere a', b', c' ed a'', b'', c''. Al principio ed alla fine della prima (a', a'') corrispondono due mediocri periodi microsismici misti a (il secondo dei quali accompagnato da oscillazione verticale) e nella curva dei terremoti due culminazioni massime a'''. Alla seconda depressione barometrica b', b'' corrisponde il periodo tromometrico b, il quale fu seguito dal terremoto del 17 Settembre. Questa, come pure le due culminazioni prossime nella curva III.ª dei terremoti, corrispondono quì, come d'ordinario, ad un risalto della curva barometrica. Lo stesso rilevasi per le onde isolate dei giorni 11, 18, 25, 26, 28 e 29. Oscillazioni verticali si ebbero pure nei giorni 17, 18, 19, 21, 23, maggiori nel 25 e 26, e massime nel giorno 22 in corrispondenza del grande movimento sismico del periodo c''' nella curva III.ª

Ottobre 1873. In Ottobre si sono avute 5 depressioni più o meno considerevoli nella curva barometrica, come vedesi nella Tavola, segnate con a', b', c', d', e' ed a'', b'', c'', d'' e''. A quattro di queste corrispondono i periodi tromometrici a, b, c, d. Solo la depressione e fa eccezione riguardo al minimo barometrico e', e'': essa però fu seguita da un' onda isolata, e questa preceduta e seguita da due periodi staccati di terremoti come vedesi nella curva III.ª Il massimo di abbassamento barometrico del mese fu d', d'', ed a questo corrisponde pure un periodo microsismico al tutto straordinario d: esso fu preceduto, nel 27, da un'onda notevole isolata g, accompagnata da oscillazioni verticali, e corrispondente alla guglia g' compresa fra le due depressioni c' e d' della curva barometrica. Minime oscillazioni verticali si ebbero pure nei giorni 17 e 20.

Novembre 1873. Cinque sono le depressioni principali a', b', c', d', e' ed a'', b'', c'', d'', e'', le quali si riscontrano nella curva barometrica del mese di Novembre, e ad ognuna di esse trovasi in corrispondenza una delle culminazioni microsismiche a, b, c, d, e. Delle otto onde isolate di questo mese (espresse dalle frecce) nessuna corrisponde ai minimi barometrici sopra indicati, ma sibbene a punti di rialzo della curva stessa, come già si è indicato negli altri mesi precedenti. Nell'11, 14 e 23 si è avuta pure qualche oscillazione verticale, delle quali quelle del 23 furono sensibilissime, e seguirono dalle 6 alle 7 ant. ed alle 9. 45 ant.

Mi rimane da ultimo a presentare qualche appunto sulle osservazioni fatte intorno ad alcune principali scosse di terremoto, qui indicate da'miei istrumenti nell'anno meteorico 1873, rimandando però ad altro tempo una più matura discussione di questi fenomeni, dei quali fu già pubblicata nei giornali la relazione.

1.° Innanzi tutto dirò che, da quanto mi risulta sinora, sembra per alcuni di essi il moto diurno sia esclusivamente di origine endogena, il che parmi poter rilevare dall'onda notevole e quasi isolata che si manifesta nella curva tromometrica tranquilla di quel giorno, e che ciò derivi da una inflessione, o da diverse impulsioni più o meno rapide ed ampie della superficie o crosta terrestre, ed inoltre alquanto all' infuori del punto della maggior depressione barometrica diurna. Tali sarebbero p. e. le curve speciali (IV^e) del 16 Maggio, 29 Giugno e 17 Settembre. Altri di questi fenomeni sismici invece (come la notevolissima deviazione del pendolo nel 21 Febbraio, ed i terremoti del 12 Marzo e dell'8 Agosto) essendo più prossimi al minimo di pressione atmosferica, sembra che abbiano partecipato pur anche del moto barosismico, come può rilevarsi dalle curve IV^e che li rappresentano.

2.° Finora non mi è riuscito di rilevare sempre un indizio microsismico sicuro e generale, il quale preceda notevolmente il terremoto. Solo in quelli della seconda specie (che ho detto sopra) ho osservato dei risalti bruschi ed assai notevoli nel movimento tromometrico, in prossimità del grande moto sismico. Così seguì specialmente prima della scossa di terremoto del 12 Marzo 1873, della quale per tali indizi potei anche dare avviso, come di cosa assai probabile, ad alcuno di casa. Infatti alle 7.45 p. durante una stessa osservazione si trovarono da prima queste indicazioni al Tromometro: NO–SE 2,0; NE–SO 0,8; N–S 0,5: poi, il pendolo sembrò fermarsi per un'istante (1),

(1) Questo fenomeno talora si presenta quando la punta del pendolo (osservata *direttamente* col cannocchiale) nel suo moto oscillatorio cambiando improvvisamente di *azimut*, viene a disporsi nel piano stesso dell'asse ottico del cannocchiale.

e subito appresso presentò a NO l'oscillazione straordinaria 8,0. Alle $8^h 50'$ ripetendosi l'osservazione, si trovò il massimo del movimento, *sempre a* NO, ridotto a 4,5 ma con assai notevoli oscillazioni verticali nel pendolo, il quale è sostenuto da una spirale. Ma essendo io chiamato altrove, dovetti con rincrescimento abbandonare l'osservazione, ed allora fu che seguì il terremoto, cioè alle 9. 3 p. (t. m. di Roma). La direzione principale di questo *fu pur essa* NO-SE.

3.° Quanto ai fenomeni elettromagnetici, dirò che nel 21 Febbraio 1873 e nel 12 Marzo non potei osservarli, giacchè dal giorno 15 Gennaio, nel quale smontai l'antico Declinometro, non potei mettere in azione il nuovo (1) se non il 25 Marzo. Riguardo al moto sismico del 16 Maggio, vi fu invero in tal giorno una variazione declinometrica notevolissima di $18'.35''$, ma alla sera vi fu luce aurorale qui ed altrove, e d'altra parte da parecchie osservazioni fatte, al presente mi risulta che questi fenomeni (come pure i periodi delle stelle cadenti, degli ecclissi, e delle comete) non sono sempre connessi coi moti tromometrici. Il terremoto del 29 Giugno avvenne a prima mattina, innanzi cioè che fosse cominciata l'osservazione declinometrica. In questo giorno però e nel precedente non osservai fenomeno magnetico notevole nel Declinometro, e così l'8 Agosto, ed il 17 Settembre.

Queste, ed altre osservazioni, fatte pure negli anni precedenti, ed anche qui di fresco, mi inducono non già a negare qualunque manifestazione elettrostatica ed elettrodinamica in occasione dei terremoti, essendovi moltissimi fatti antichi e recenti che lo dimostrano, oltre quelli interessantissimi, notati già dal P. Serpieri nel suo bel lavoro; soltanto a me sembra che i detti fenomeni (dovuti probabilmente pur essi ad effetto di vulcanismo) siano alquanto localizzati nella loro manifestazione rispetto all' estensione di paese alla quale si propaga una medesima scossa di terremoto. Nè ciò d'altra parte reca maraviglia, se si considera che, anche indipendentemente dai terremoti, la luce aurorale e le perturbazioni magnetiche spesso non si osservano (anche in uno stesso giorno) se non saltuariamente in diversi paesi d'Italia, come anch'io più volte ho sperimentato. Però i fili telegrafici, i quali congiungono a guisa di rete metallica le diverse regioni, possono benissimo propagare gli effetti elettrici da un paese ad un'altro lontano ove naturalmente, essi non esistono, e dove perciò gli istrumenti magnetici si mantengono ancora tranquilli. Però fu ottimo divisamento del P. Serpieri il suggerire, e della Direzione

(1) V. sopra pag. 439 nota (2).

dei Telegrafi italiani l'accogliere il suo consiglio, di tener conto cioè nelle stazioni telegrafiche delle manifestazioni elettromagnetiche, avvisando in tempo utile un terremoto altrove avvenuto.

4. Dal confronto delle indicazioni del mio *Isosismometro*, che segna solo le maggiori impulsioni, con quelle del *Tromometro* (1) che ritiene per del tempo l'effetto dinamico complessivo di quelle, e di tutti i tremiti antecedenti e susseguenti di uno stesso terremoto, rilevo che, per le dette circostanze, quest'ultimo istrumento può dare delle indicazioni molto diverse dal primo in valore e direzione, quando l'osservazione di esso si faccia alcun tempo dopo il terremoto. Inoltre dal confronto stesso dei due istrumenti, come anche dalle forme sismiche dei terremoti (V. le curve V.^e) pare si confermi quanto segue. 1.° che le oscillazioni di uno stesso terremoto si succedono ad angolo (spesso retto); 2.° che esse vanno generalmente congiunte a moto sussultorio, almeno microscopico; 3.° esse presentano come uno spostamento temporaneo del pendolo dalla verticale; 4.° che questo spostamento pare abbia luogo verso quel rombo dal quale viene l'impulsione orizzontale primitiva, e l'angolare successiva; e quindi anche nella direzione intermedia 5.° che le direzioni dominanti dei moti maggiori sismici e microsismici nel 1873 è stata per noi, NO-SE ovvero NE-SO (2); 6.° che i periodi maggiori e le impulsioni stesse isolate, sismiche e microsismiche, sono ordinariamente precedute e seguite da un'onda di depressione dell'attività tromometrica: ciò pare abbia luogo pure nelle eruzioni dei nostri vulcani; 7.° che l'ampiezza della traccia sismica data dai Sismometri, e così l'oscillazione pendolare tromometrica, *per se*, non sono proporzionali all'effetto dinamico prodotto nei fabbricati, nè alla valutazione che si suol fare per via dei sensi della forza di un terremoto, essendosi avuti qui, e moti di spostamento dalla verticale ed oscillazioni tromometriche, le quali sorpassavano anche talora in ampiezza quelle dei veri terremoti, benchè non siano state avvertite. Quindi si vede che l'elemento principale dell'intensità di un terremoto, riguardo a' suoi effetti meccanici e ruinosi, si è appunto la velocità dell'impulsione, cioè il rapporto tra lo spazio ed il tempo di questo movimento. Infatti nell'istantaneità di una notevole impulsione sismica, non comunicandosi essa (per legge d'inerzia) alle diverse parti del fabbricato egualmente ed in egual tempo, hanno luogo in esso oscillazioni varie di direzione e d'ampiezza, e quindi sconnessioni, scissure e cadute.

---

(1) Gli istrumenti qui indicati sono dell'antico mio modello e non già quelli che di recente ho fatto costruire con diverse modificazioni pel Sig. Conte Antonio Malvasia di Bologna, e che fanno parte del *Tromosismometro*, del quale presentai già la descrizione all'Accademia.

(2) I fatti fin qui notati dal numero 1° al 5° confermano maggiormente le belle teorie ideate e proposte dal Prof. Michele Stefano De Rossi, ne' suoi eccellenti lavori sopra citati (pag. 449, nota (1)).

Mi rincresce che i limiti di questa Memoria non mi permettano di sviluppare maggiormente quanto per sommi capi son venuto accennando appena sin qui, non già colla pretesa di stabilire dati scientifici pienamente dimostrati, ma piuttosto ad invitare anche altri a studiare vieppiù questi medesimi fatti quali finora a me si sono presentati. Ad ogni modo spero di aver intanto conseguito quello che io principalmente mi proponeva dimostrare in questo scritto, cioè l' esistenza dei moti tromometrici indipendenti da cause vibratorie accidentali e locali, e l' importanza di questi studi microsismici per l'avanzamento della scienza.

APPENDICE

Oltre le tre cause accidentali dei moti microscopici dei pendoli, le quali furono proposte da prima (V. sopra pag. 430) se ne aggiunse da ultimo una quarta, desunta dai moti termici dei fabbricati e del suolo. Senza dubbio è cosa provatissima, e conosciuta da gran tempo, che le fabbriche presentano delle dilatazioni, contrazioni ed inflessioni, dovute alle variazioni di temperatura. Questi movimenti sono realmente diurni ed annui, e se un pendolo alquanto lungo viene applicato ad un punto elevato di un muro, di un volto di una chiesa ecc., vedesi anche ad occhio la cuspide del pendolo spostarsi, rispetto ad un punto fisso collocato sul pavimento, ed al quale da prima si riteneva corrispondere il piede della verticale. In generale (prescindendo dalla varia forma, dimensione e contrasto dei muri) il pendolo trascorre verso il rombo, il quale è direttamente opposto a quello dove la fabbrica trovasi a temperatura maggiore. I chiarissimi Professori Antonelli e Cecchi delle Scuole Pie calcolarono già l'inflessione annua della fabbrica del Duomo di Firenze, e per altri edifici ne sono stato altrove testimonio io stesso. Del resto, senza entrare ora nella delicatissima questione intorno alla costanza della linea geometrica del filo a piombo per uno stesso luogo, dico però che *ammessa questa*, si può sempre per via di livelli correggere qualunque errore appena sensibile, prodotto dalla varia dilatazione contrazione o inflessione dei fabbricati e del suolo stesso. Infatti gli spostamenti del pendolo, siano essi attribuiti a causa endogena, ovvero ad azione termica esteriore, non importerebbero una vera deviazione della *linea verticale* della gravità nel luogo di osservazione, ma piuttosto (come bene si esprime un celebre astronomo) « una variazione dello strato terrestre (come della barca in mare); mentre la verticale resta al posto suo. Perciò gli astronomi non se ne accorgono, e i loro risultati non sono affetti da esse, perchè essi fanno tutte le volte le correzioni di livello. Quindi le latitudini non sono affette da tali movimenti, come non lo sarebbero in mare da una ondulazione della nave, quando vi si potesse applicare la correzione di livello ».

Se non che nel caso dei movimenti termici dei fabbricati, apparisce tosto, o poco appresso, una proporzionalità fra il moto pendolare ed il moto termico, mentre invece nei moti microsismici *non si verifica punto* questa legge di dipendenza, e così quì da noi, come a Bologna, a Rocca di Papa, ed ai Pirenei presso l'Atlantico. Però in nessuno di questi luoghi i pendoli sono sospesi a'muri delle fabbriche, nè esterni nè interni. Quì a Firenze come a Bologna i punti di sospensione sorgono direttamente da un piedistallo grossissimo, isolato, in piena terra, a pianterreno ed entro un locale tutto interno, dove non batte mai direttamente il sole, e chiuso anche da apposita custodia. Il mio fondamento, come ho detto altre volte, s'abbassa sotto il lastrico di un metro e mezzo, tutto circondato ed isolato da sabbia asciutta, ed ivi riposa sopra un'altro fondamento antico, solidissimo ed assai profondo, in modo che la temperatura ivi si può ritenere sempre pressochè costante. Inoltre le parti di terreno che sarebbero più vicine ed allo scoperto fuori del recinto della fabbrica, sono assai ombreggiate dalla medesima in un cortile interno (1). Quanto alle influenze dinamiche della temperatura su quelle parti del mio piedistallo, le quali sono sopra terra, vale lo stesso che ho detto sopra dalla pag. 442 alla 445, e così a pag. 452 e 453. Parimenti le medesime circostanze che nel mio, hanno luogo nel Gabinetto sismico del sig. Conte Antonio Malvasia a Bologna, anzi ivi di più il piedistallo è tutto sotto il pianterreno, ed il suo fondamento scende sino al di sotto del piano delle cantine. Quindi da quanto ho detto sopra, mi sembra che nè teoricamente, nè praticamente si possa ammettere che i moti termici della fabbrica o della superficie del suolo circostante influiscano nei moti microsismici, e nelle passeggere e varie deviazioni del pendolo da noi osservate, le quali si manifestano senza alcun rapporto colla temperatura esterna o interna.

Quanto poi all'Osservatorio sismico del Prof. De Rossi a Rocca di Papa, esso mi sembra affatto superiore ad ogni obbiezione, e nella posizione migliore che si possa desiderare. Infatti il medesimo è posto sul versante esteriore del centrale cratere vulcanico laziale, a più che 700 metri sul livello del mare, lungi da ogni strada e da qualunque passaggio di carri, nell'interno di due grotte. L'una di queste è scavata nella lava; ed alla profondità del decimo strato della lava stessa, sta sospeso direttamente dalla roccia un pendolo. Nell'altra grotta scavata entro potenti strati di minuta scoria assai compatta, pendono parimenti dalla roccia cinque pendoli variamente combinati; uno di essi simile al mio, ed altri quattro più leggeri e corti. Oltre a ciò altri pendoli ha collocato il De Rossi in opportune condizioni entro il fabbricato della sua casa di villeggiatura nel luogo stesso per stabilire utili confronti fra le osservazioni. Tutti i pendoli di questo molteplice osserva-

(1) In un sotterraneo benchè non perfettamente chiuso, che corrisponde lateralmente sotto questo cortile, la differenza annua massima di temperetura tra l'inverno e l'estate non supera i 4 e 5 gradi, e le massime variazioni diurne esteriori vi sono affatto insensibili.

torio sono poi riparati ermeticamente , e vengono osservati con un' ottimo microscopio dall'esterno del tubo di vetro che custodisce ciascuno. Ebbene, egli pure ha notato ivi, già da più di tre mesi , ed assai distinti gli spostamenti del pendolo dalla verticale, come anche i moti microsismici, e ciò senza alcuna relazione a variazioni di temperatura , a violenza di vento, a temporali , o ad alcuna causa accidentale e locale. Quanto all' accordo dei moti pendolari cogli abbassamenti barometrici, esso è ancora più perfetto e sensibile che non a Firenze e a Bologna, comprendendo anche le variazioni minori. Però le depressioni un po'notevoli del Barometro, seguite in questi tre mesi, sono state sempre accompagnate in tutte e tre le stazioni che ho detto (cioè Bologna, Firenze e Rocca di Papa) da agitazione microsismica più notevole, corrispondendo inoltre gradatamente il movimento maggiore a quella delle tre stazioni la quale era più prossima al centro della tempesta, come fu per Bologna rispetto alla furiosa tempesta del Veneto, avvenuta il 15 Agosto 1874. Non aggiungo altro intorno alle preziose osservazioni del Prof. De Rossi, giacchè egli stesso ne darà più diffusa ed accurata relazione.

Ad ulteriore conferma di quanto ho esposto godo di poter aggiungere ancora il seguente brano di una gentilissima lettera , scrittami non ha guari dal chiarissimo Sig. Prof. Luigi Guidi, Direttore dell'Istituto Tecnico di Pesaro: « Io pure egli dice, da molto tempo ho cominciato le osservazioni dei » pendoli microsismici, secondo le indicazioni che la P. V. si degnò darmi, » vale a dire servendomi di un pendolo terminato in una punta sottile, le » cui vibrazioni si leggono mercè un cannocchiale collocato nel centro di un » semicircolo graduato, essendo misurata l'ampiezza dei moti da un micro- » metro diviso in decimi di millimetro, collocato come reticolo al fuoco del- » l'oculare. I moti da Lei scoperti non solo gli ho riconosciuti anch' io in- » dipendentissimi dalle vibrazioni dell'aria, o oscillazioni di temperatura etc., » ma mi pare di aver traveduto che i moti principalmente sono diretti quasi » costantemente sotto un angolo di 45 con l'asse dell'Appennino ».

Prima di chiudere questa appendice quantunque abbia detto di non voler sfiorare le osservazioni fatte dal De Rossi a Rocca di Papa , pure con suo permesso non posso tacerne una importantissima. Dessa è che dei cinque pendoli da lui usati nella stessa grotta, i più corti sono stati quelli che hanno manifestato maggiore sensibilità pei moti microsismici. Benchè questo fenomeno meriti ancora studi comparativi colle altre stazioni, pure fin d'ora mi fa nascere il dubbio che nelle regioni vulcaniche il moto barosismico abbia un' oscillazione più celere , sicchè esso trovisi maggiormente in accordo coi pendoli più corti, mentre i più lunghi converrebbero forse meglio pei terreni remoti dai vulcani attivi o spenti, cioè dove l'oscillazione microsismica è probabilmente più larga e tranquilla. Ma qui, a fine di dichiarar meglio questo concetto, mi è duopo richiamare alcuni studi importantissimi dell'illustre mio confratello il P. D. Giovanni Cavalleri, i quali servirono a lui di guida ad ideare il suo ingegnosissimo Sismometro, e tornarono pure a me di

grande vantaggio (1): « Immaginiamo un pendolo formato di una palla so-
» spesa ad un filo, e questo filo attaccato ad un punto di sospensione mo-
» bile. Se questo punto viene portato innanzi di una certa quantità in li-
» nea orizzontale, e poi successivamente indietro nella direzione della stessa
» linea, e così di seguito, con un movimento di va e vieni, in tempi tali
» che siano eguali alle oscillazioni che farebbe il pendolo da sè, smosso dalla
» sua posizione di equilibrio, allora le amplitudini delle oscillazioni che fa
» il pendolo crescono col crescere di queste spinte di va e vieni. Se però
» queste stesse spinte si fanno in tempi che non concordano colle oscilla-
» zioni che farebbe il pendolo da se, allora le amplitudini delle oscillazioni
» sono sempre minori e decrescono. Nel primo caso infatti, alla quantità di
» moto, che acquista il pendolo spostato, per cadere verso la perpendicolare
» abbassata dal punto di sospensione, si aggiunge mano mano l'altra quan-
» tità di moto comunicatogli dal va e vieni, e così cresce l'amplitudine delle
» oscillazioni; ma negli altri casi discordanti, la forza del va e vieni in
» parte ed anche in tutto viene sottratta alla escursione del pendolo stesso,
» perchè esercitata in senso più o meno contrario; quindi le amplitudini sono
» minori. Due colpi soli di va e vieni concordanti danno al pendolo un'oscil-
» lazione larghissima ». Ora queste considerazioni, le quali s'accordano egual-
mente assai bene colla teoria e coll' esperienza, egli le applicò molto inge-
gnosamente alla misura della durata delle oscillazioni sismiche, usando dieci
pendolini di egual massa, ma di lunghezza progressivamente decrescente, e
tale che il più lungo di essi battesse due oscillazioni in un secondo, ed il
più corto poco più di quattro oscillazioni. Così, accadendo una scossa di ter-
remoto, dei detti dieci pendoli quello sbalzerà di più, secondo la teoria espo-
sta, il quale avrà fatto le sue oscillazioni in tempi eguali a quelle della terra,
del che si ha indizio dalla traccia maggiore lasciata nella polvere da una
punta che trovasi sotto ad ogni pendolino. Per la qual cosa estraendo la ra-
dice quadrata della lunghezza del pendolo suddetto, o, meglio coll'esperienza,
facendolo oscillare, si saprà la durata delle ondulazioni di quel terremoto in
quella località. Come ognun vede, non si può forse proporre nessun mezzo
nè più facile e semplice, e nel maggior numero dei casi più giusto di que-
sto, a fine di ottenere approssimativamente la durata dell'oscillazione orizzon-
tale predominante fra le diverse impulsioni angolari che sogliono accompa-
gnare il terremoto. Tutto questo poi, come serve a maggior conferma e di-
chiarazione di quanto ho gia detto di sopra (pag. 430—432) a fine di provare che
la diversità di moti microscopici, osservati contemporaneamente in pendoli
diversi, non è una prova sufficiente a negare l'esistenza del moto microsis-
mico, così può forse spiegare del pari come possa trovarsi una maggior sen-
sibilità ne'pendoli più corti per alcune località, come a Rocca di Papa. Inol-

(1) La memoria del P. Cavalleri sul suo *Nuovo Sismometro* fu letta e pubblicata al R. Istituto Lombardo di Milano nel 1857.

tre queste considerazioni valgono ancora a somministrare un mezzo facile per determinare sperimentalmente quale sia la lunghezza più conveniente del pendolo in ciascun luogo, affinchè il medesimo riesca più sensibile ed atto ad indicare i moti microsismici *ordinari*. Dico ordinari, perchè tanto in questi piccoli movimenti, come nei veri terremoti, pare che realmente accadano ad intervalli delle oscillazioni talora assai più lunghe delle comuni, ed altre volte assai più brevi, e quasi istantanee (1). Ciò potrebbe riconoscersi assai bene provando sopra pendoli di diversa lunghezza, secondo il metodo del P. Cavalleri.

Queste considerazioni io communicava al De Rossi; ed esso approvandole aggiungevami che « una conferma di queste opinioni ed insieme una spie-
» gazione d'un fenomeno apparentemente strano sta nella varia sensibilità dei
» pendoli sismografici nei diversi terremoti. Ho io moltiplicato egli dice, nelle
» nostre regioni e perfino nel medesimo luogo i sismometri economici a pen-
» dolo scrivente nella sabbia senza molto curarmi di dare a tutti una me-
» desima lunghezza ed una medesima massa pendolare; quantunque alcuni
» ve ne siano di simile massa con dissimile lunghezza di filo. Avendo con-
» frontato le indicazioni di questi diversi sismometri nei molti piccoli ter-
» remoti che spesso avvengono, ho notato non trovarsi facilmente d'accordo
» l'indicazione loro nel medesimo e nei diversi terremoti. Talvolta una scossa
» anche avvertita dal publico non trovavasi registrata da tutti i sismome-
» tri, mentre quelli i quali restavano muti alcune volte, altre fiate davano
» invece segni manifestissimi di scosse non indicate con pari chiarezza dai
» primi. Questo fenomeno che in apparenza sembra strano trova la evidente
» spiegazione nella teoria del Cavalleri a conferma d'altronde luminosamente
» l'applicazione da Lei fattane a proposito della sensibilità maggiore micro-
» sismica da me notata in Rocca di Papa nei pendoli minori. »

Da ultimo, ponendo fine a questi appunti, debbo raccomandare vivamente a quelli che amassero far prova dei moti microsismici, che, per mezzo della riflessione del mercurio, contenuto in una boccetta sospesa provvisoriamente in luogo del pendolo prescelto, procurino assicurarsi con ogni diligenza che non esista sul mercurio alcun tremolìo prodotto da moto locale. Intorno a che è da avvertire da ultimo che secondo le diverse posizioni deve pur regolarsi la massa e profondità del piedistallo, e così regolare le altre avvertenze, che ho detto sopra, a fine di ottenere per una data massa e lunghezza pendolare l'indipendenza necessaria dai moti vibratori più forti, i quali possano per avventura seguire presso il luogo di osservazione.

---

(1) Tanto qui che a Bologna gli *Avvisatori sismici* hanno dato più volte il segnale del terremoto, senza che il medesimo fosse avvertito da alcuno non solo, ma senza che il pendolo dell'Isosismometro si mostrasse agitato. Ciò ritengo che sia provenuto da un piccolo moto di terra a strappo ed istantaneo, il quale non si è potuto partecipare alla massa pendolare.

COMUNICAZIONE

Compiuta la presentazione dei lavori accademici, il Segretario dà partecipazione dell'approvazione accordata dal S. Padre alla scelta fatta nella sessione passata del nuovo Comitato Accademico.

Il Chmo P. Angelo Secchi Presidente dichiarò quindi chiuso l'Anno XXVII dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei ed invitò tutti i membri titolari a preparare nuovi lavori, onde proseguire, con il Divino ajuto, nella nobile gara scientifica nell'anno prossimo futuro; che sarà il XXVIII della vita non interrotta, data e mantenuta all'Accademia nostra dal glorioso Pontefice PAPA PIO IX munificentissimo Istitutore della medesima.

Tutti i presenti applaudirono ripetutamente alle parole del degnissimo Presidente, e così l'Accademia aperta legalmente alle ore $5\frac{1}{2}$ pom. alle $7\frac{1}{2}$ fu chiusa.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. A. Secchi, Presidente – Comm. A. Cialdi – Prof. M. Azzarelli – Prof. O. Astolfi – Prof. T. Armellini – R. P. S. Ferrari – Conte Ab. F. Castracane degli Antelminelli – Prof. F. S. Provenzali – D. B. Boncompagni – Monsignor F. Nardi – Prof. G. Olivieri – Monsignor F. Regnani – Prof. V. Diorio.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Abhandlungen der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* Aus dem Jahre 1873. Berlin. Buchdruckerei der königlichen Akademie der Wissenschaften (G. Vogt). Universitätsstr. 8. 1874. In 4.°
2. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti dal Novembre* 1873 *all'Ottobre* 1874 Tomo terzo, Serie quarta *Dispense Quinta* e *Sesta.* Venezia presso la Segreteria dell'Istituto nel Palazzo Ducale. Tip. Grimaldo e C. 1873-74. In 8.°
3. *Atti dell'Accademia Olimpica di Vicenza* Secondo Semestre 1873. Vol. IV. Vicenza Tip. Reale — Gir. Burato 1873. In 8.°
4. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi* Vol. IX, Disp. 4ª (*Aprile* 1874) Stamperia Reale di Torino di G. B. Paravia e C. In 8.°
5. BATTAGLINI (G.) — Reale Accademia dei Lincei. Estratto della sessione V del 5 Aprile 1874. *Nota sul Rapporto anarmonico sezionale e tangenziale delle Quadriche. Per G. Battaglini,* In 4.°

6. BELLAVITIS (Prof. GIUSTO). — *Terza parte della Duodecima Rivista di Giornali presentata al r. Istituto veneto nel marzo 1874 dal Prof. Giusto Bellavitis, Membro effettivo del R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* (Estr. dal Vol. III, Ser. IV degli Atti dell'Istituto stesso). Venezia, 1874. Tip. Grimaldo e C. In 8.°
7. BONCOMPAGNI (B.) — *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni* — Tomo VII. Gennaio e Febbraio 1874. Roma, tipografia delle scienze matematiche e fisiche, Via Lata, Num. 211 A. 1874. In 4.°
8. *Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg*. Tome XVIII. N.° 3 (*Feuilles* 16—21.), ecc. Février 1873. — N.° 4 (*Feuilles* 22—28.) Mai. — N.° 5 et dernier (*Feuilles* 29—37.) Juillet. = T. XIX. N.° 1 (*Feuilles* 1—6.) Septembre. — N.° 2 (*Feuilles* 7—15.) Novembre. — N.° 3 (*Feuilles* 16—21.) Janvier 1874. In 4.°
9. *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri con corrispondenza degli Osservatorii di Alessandria, Volpeglino e Lodi e delle altre stazioni meteoriche del Piemonte* — Vol. VI. Num. 2. — 28 Febbraio 1871. Torino 1872 - Collegio Artigianelli - Tip. S. Giuseppe, Corso Palestro N. 14. In 4.°
10. *Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno* 1874. — Parte II. In 8.°
11. *Jahrbuch der Kaiserlich-Königlichen Geologischen Reichsanstalt*. — Jahrgang 1874. XXIV. Band. Nro 1. Jänner, Februar, März, ecc. Wien. Druck der k. k. Hof- und Staatsdruckerei. In 4.°
12. LIAIS (EMMANUEL). — *Climats Géologie, Faune et Géographie botanique du Brésil par Emmanuel Liais* Directeur de l'Observatoire Impérial de Rio de Janeiro Ancien astronome à l'Observatoire de Paris *Ouvrage publié par ordre du gouvernement impérial du Brésil* Paris Garnier Frères, Libraires-Éditeurs 6, rue des Saints-Pères, et Palais-Royal, 215. 1872. In 4.°
13. *Proceedings of the Royal Institution of Great Britain*. Vol. VII.—Part I. No. 58. — Part II. No. 59. London: Albemarle Street, Piccadilly. *April*, 1873. — *January*, 1874. In 8.°
14. Royal Institution of Great Britain *For the promotion, diffusion, and extension of science and useful Knowledge*, ecc. 1873. *List of the members, officiers, and professors; with the Report of the Visitors, statement of accounts, and lists of leetures and donations, in* 1872. London: Albemarle Street, Piccadilly. *July*, 1873. In 8.°
15. *Verhandlungen und Mittheilungen des siebenbürgischen Vereins für Naturwissenschaften in Hermannstadt*. — XXIII—XXIV. Jahrgang. Hermannstadt. Gedruckt in der Buchdruckerei der v. Closius'schen Erbin. 1873-1874. In 8.°
16. *Verzeichniss der Bibliothek der königlichen Akademie der Wissenschaften in Berlin*. Berlin 1874. Buchdruckerei der Königl. Akademie der Wissenschaften (G. Vogt), Uuiversitäts-Strasse Nr. 8. In 8.°

INDICE DELLE MATERIE
DEL VOLUME XXVII.
(1873-1874)

MEMORIE E COMUNICAZIONI

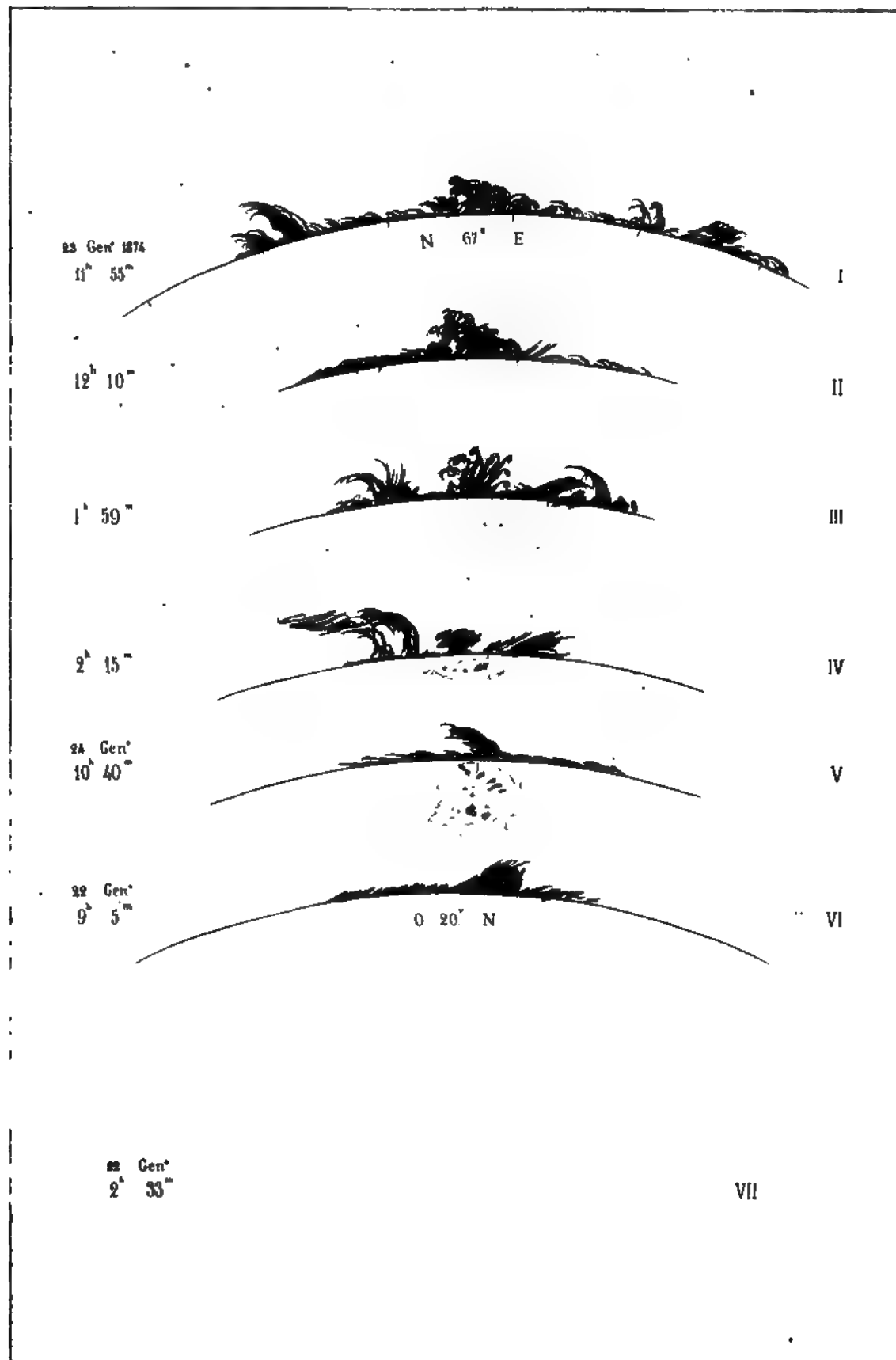
COMITATO SEGRETO

COMUNICAZIONI

PROTUBERANZE SOLARI

OSSERVATE AI 23 e 22 GEN.° 1874 ALL' OSS.° DEL COLL.° ROMANO

Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei Anno XXVII, Sessione II.ª Tav. I.ª

Cromo-Litografia Spithover

RREMOTI

Anno XXVII Sessione II^a Tav^a II^a

di Porretta (Dem Lorenzini)

20 30 10 20 30 10 20 30

Curva barom

dell'

Osservato

del

Collegio Rom

Terremo

second

le Latitud

Elisabetta Fiorini dis

Cromo-Lit Spithover

Gaetano Bianchi lit

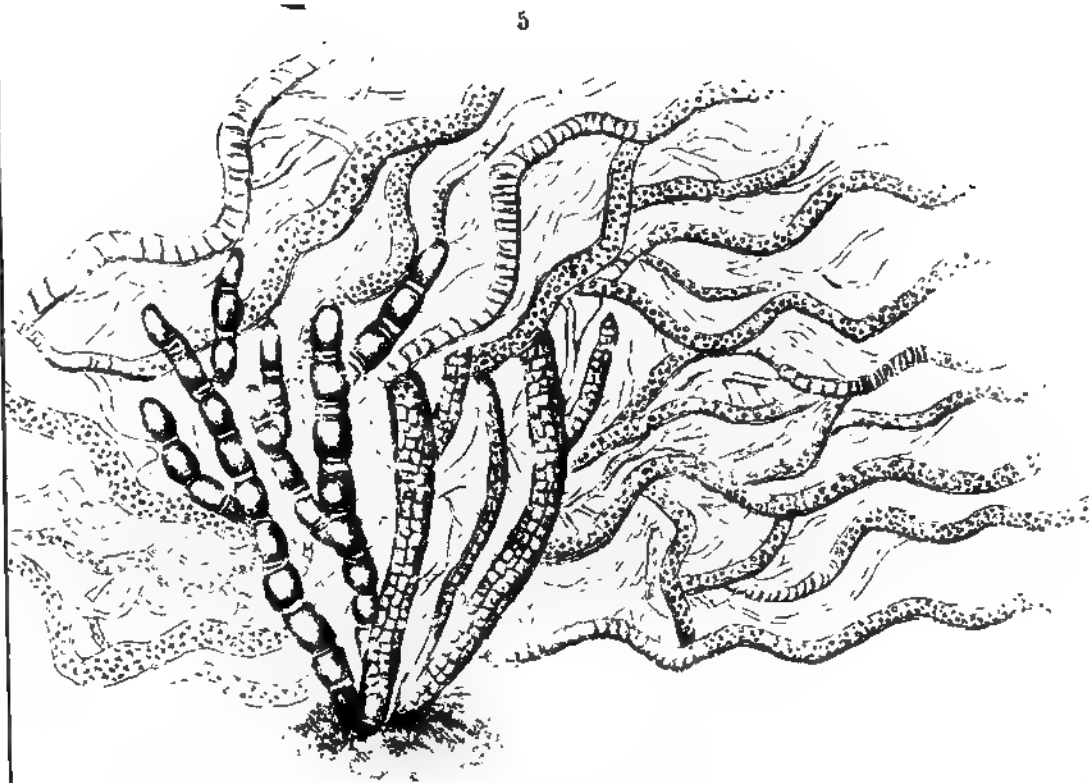
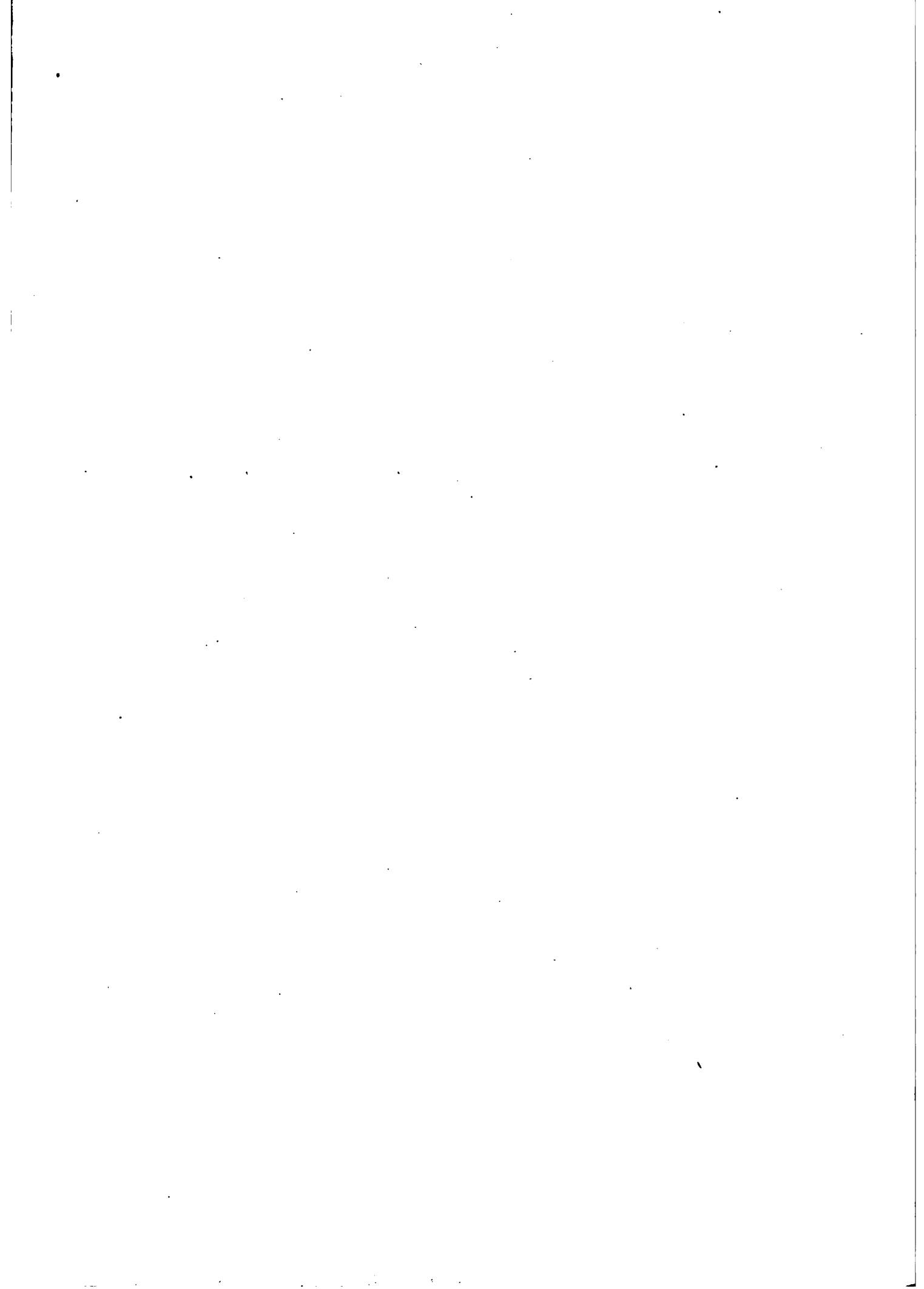
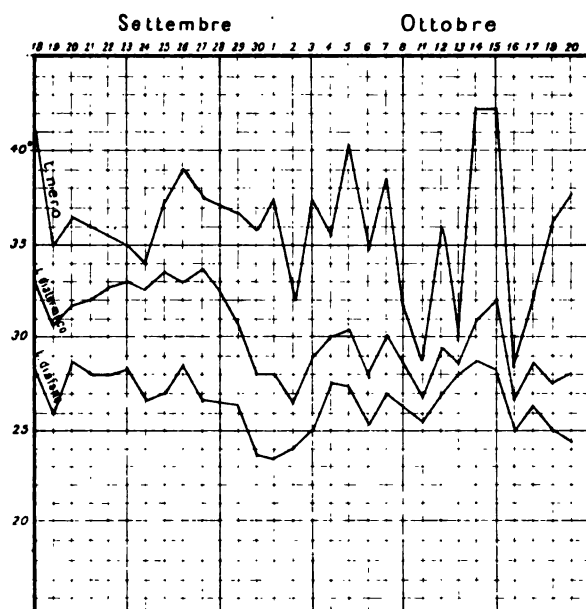



Tavola I^a

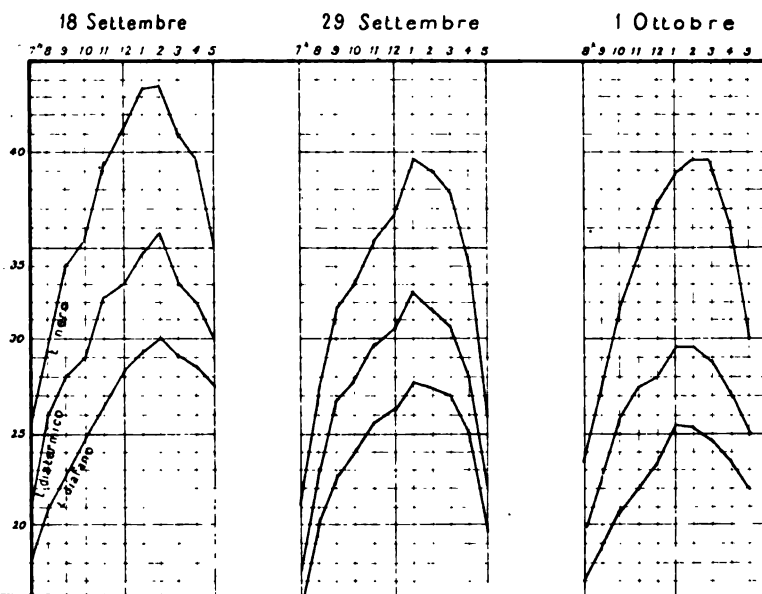



Tavola II^a

Tavola Iª

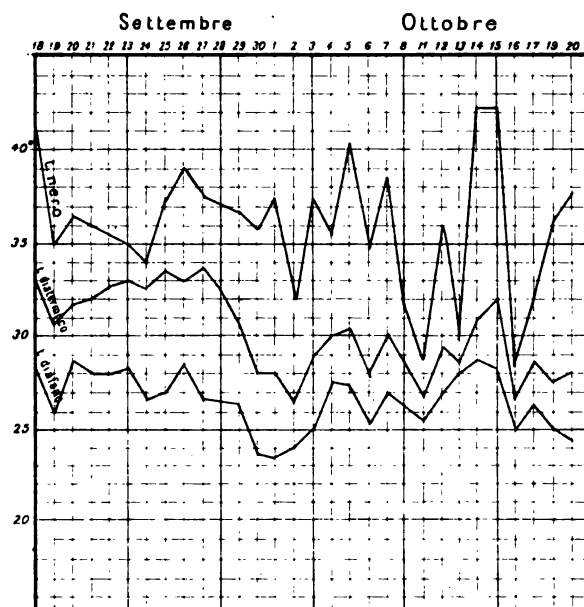
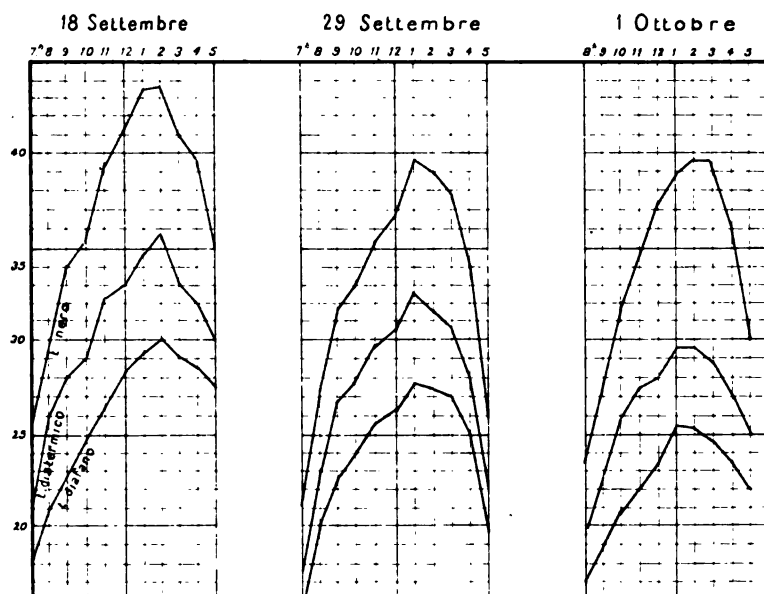
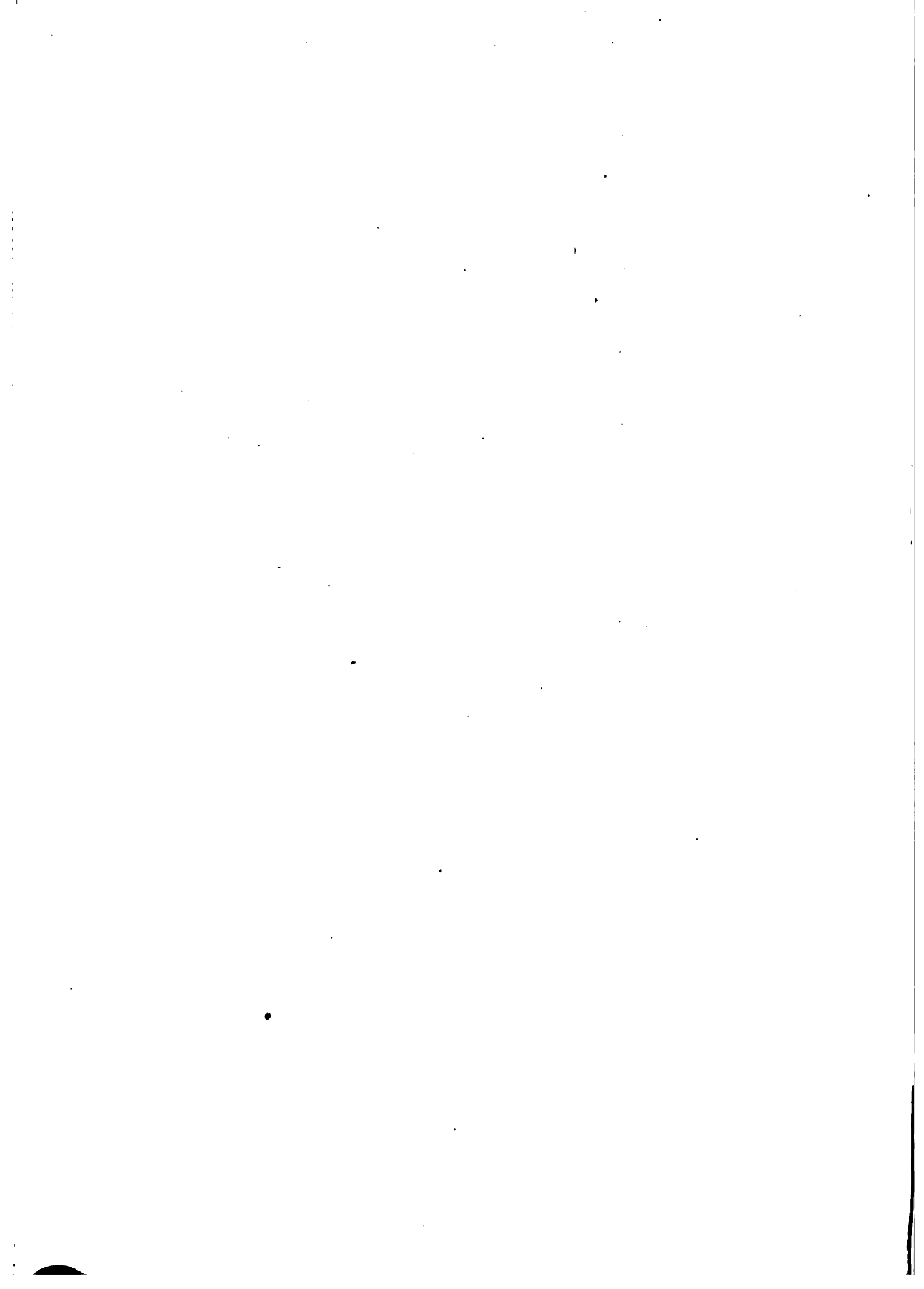
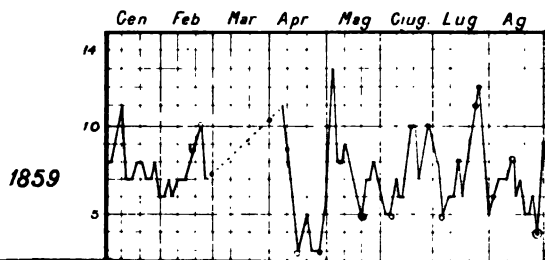



Tavola IIª

DELLA CORRELAZ

E LE ST

DEDOTTA DALLE OSSER

Accademia Pontificia dei Nuovi Li

CURVA tracciata dal Loomis rappresentante la correlazione fra il numero delle Aurore boreali la variazione media diurna della declinazione magnetica e l'estensione relativa delle macchie sopra la superficie solare nel periodo di 90 anni (1780 - 1870)

(* L'area sulla quale furono fatte le osservazioni dell'Aurore è compresa fra 40° Est long. ed 80° West da Greenwich ed. 20° e 60° lat.e Nord

F. 1.

F. 2.

F. 3.

F. 4.

333/1

400/1

Cromo-Lit. Spithöver

REGOLATORE IDROMETRICO
AVTOMOBILE

METEORICO 1